

SPH를 이용한 봉충돌 해석에서 구성방정식의 특성

Characteristics of Constitutive Equations under Rod Impact Analysis by Smoothed Particle Hydrodynamics

김 용 환* 김 용 석** 이 정 민***
Kim, Yong-Hwan Kim, Yong-Seok Lee, Jeong-Min

ABSTRACT

The characteristics of constitutive equations, for hydrocodes, were investigated by the comparison between the smoothed particle hydrodynamics simulation and the experiment of rod impact test which resulted in a deformation history of impacting front where high strain and high strain rate dominate. The constitutive equations used in the simulation is J-C(Johnson-Cook) model, Z-A(Zerilli-Armstrong) model, and S-C-G(Steinberg-Cochran-Guinan) model. The modification of Z-A model, based on the increased effect of strain-rate hardening, showed better correlation with experiment.

주요기술용어 : Constitutive Equation(구성방정식), High-strain(대변형), High-strain-rate(고변형률 속도), Rod Impact Test(봉충격시험), Hydrocode(유체동력학 프로그램), Smoothed Particle Hydrodynamics(입자완화 유체동력학)

1. 서 론

충격하중하에서 재료 및 구조물의 변형특성 해석을 위하여 연속체역학에 기초한 유체동력학 프로그램(hydrocode)가 이용되고 있다. 이와 같은 hydrocode에는 연속 방정식, 운동량 보존식, 에너지 보존식과 같은 지배방정식 외에 재료의 항복 및 소성변형에 관한 구성방정식과 압력과 재료의 밀도 및 내부에너지

관계에 관한 상태방정식이 사용되고 있다.

구성방정식은 일반적으로 변형률, 변형률속도, 온도, 내부상태변수 등의 함수로 표시되며, 준실험식인 J-C(Johnson-Cook) 모델^[1], 전위론에 기초한 Z-A(Zerilli-Armstrong) 모델^[2], 고변형률 속도범위에서 적용 가능한 S-C-G(Steinberg-Cochran-Guinan) 모델^[3] 등이 있다.

이중 J-C 모델은 다양한 실용 재료에 대한 데이터 베이스가 구성되어 있어 수치 해석시 주로 이용되고 있으나 변형률속도 효과를 나타내는 파라미터가 변형률속도 $10^2 \sim 10^3/\text{sec}$ 범위에서 결정되어 그 이상의 변

* 충남대학교 기계설계공학과 교수

** 국방과학연구소 연구원

*** (주)풍산 안강공장 이사

형률속도를 포함하는 충돌현상을 해석하는데 있어서 문제가 예상된다.

또한 Z-A 모델의 경우에도 구성방정식은 전위론에 기초하고 있으나, 파라미터의 결정에 있어서 J-C 모델에 이용된 실험치가 이용되고 있으므로 J-C 모델과 동일한 문제점을 갖고 있다.

한편 S-C-G 모델의 경우 변형률속도 변화의 영향이 작은 것으로 판단되는 고압 영역에서의 거동에 기초하고 있으므로, 변형률속도 $10^5/\text{sec}$ 이상에서 적용이 가능하나, 그 이하의 변형률속도가 고려되는 변형거동 해석에의 적용에 문제점이 있을 것으로 판단된다.

봉충격 시험은 고변형률속도 범위의 시험방법 중에서 대변형을 얻을 수 있는 시험으로서 강체벽에 평면 끝단을 가진 봉형 시험편을 고속으로 충돌시킨 후 시험편의 변형형상을 측정하여 재료의 동적 물성을 결정하는 시험방법이다^[4]. 봉충격 시험은 재료의 동적 물성을 결정하기 위한 비교적 단순한 시험 기법이나, 시험편은 충돌 과정에서 다양한 변형률과 변형률속도를 갖게 된다. 충돌 후의 최종 변형 특성이 분석 데이터로 이용될 경우 결정된 동적 물성은 변형률속도 약 $10^3/\text{sec}$ 에서의 평균 특성을 나타낸다. 그러나 충돌면의 경우 약 $10^4 \sim 10^5/\text{sec}$ 범위의 고변형률속도를 갖게 되며, 충돌면의 시간에 따른 변형특성이 측정될 경우 대변형 및 고변형률속도에서 구성방정식의 특성을 분석할 수 있다.

본 연구에서는 고속카메라에 의하여 충돌면의 시간에 따른 변형특성을 측정한 결과^[5]를 유체동력학 프로그램으로 널리 이용되고 있는 AUTODYN-2D 프로그램에서 입자완화 유체동력학(SPH) 기법을 이용하여 해석하고 실험결과와 비교하여 J-C 모델, Z-A 모델, S-C-G 구성방정식의 특성을 분석하였다. 또한

변형률속도의 영향이 변형률속도 $10^4/\text{sec}$ 이상에서 증가하도록 Z-A 모델을 수정하여 실험결과와 비교 분석하였다.

2. 구성방정식

구성방정식중 준실험적 모델인 J-C(Johnson-Cook)모델은 식(1)과 같이 변형률 경화(strain hardening), 변형률속도 경화(strain-rate hardening), 열 연화(thermal softening)를 고려하고 있다.

$$\sigma = [A + B\epsilon^n][1 + C \ln \dot{\epsilon}^*][1 - T^{*m}] \quad (1)$$

여기서 A는 초기항복응력, B와 n은 변형률 경화지수, C는 변형률속도 경화지수, ϵ 은 등가소성변형률(equivalent plastic strain), $\dot{\epsilon}^*$ 은 $\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0$ 로 정의된 무차원 등가 소성변형률속도로 $\dot{\epsilon}$ 은 등가 소성변형률속도이며 $\dot{\epsilon}_0$ 는 기준 등가 소성변형률속도인 $1.0/\text{sec}$ 이다. T^* 는 등가 온도로서 $(T - T_r)/(T_m - T_r)$ 로 정의되며, T는 현재 온도, T_m 과 T_r 은 각각 재료의 용융온도와 실온을 나타낸다. m은 재료의 열연화 정도를 나타내는 지수이다.

이와 같은 준실험식을 제시한 Johnson과 Cook은 인장시험, 비틀림시험, 홉킨슨봉(Hopkinson bar) 시험등을 이용하여 실용 금속재료에 대한 상수값을 결정하였으며, 봉충격시험을 통하여 구성방정식의 타당성을 분석하였다. 또한 Johnson과 Holmquist^[6]는 봉충격시험에서 봉시험편의 변형 형상을 이용하여 재료 상수를 결정하는 방법론을 제시하였다.

열적 활성화(Thermal Activation) 전위론에 기초하

여 Zerilli와 Armstrong은 면심입방격자(F.C.C.) 및 체심입방격자(B.C.C.) 재료에 대하여 각각 구성방정식을 제시하였으며, 변형률 및 변형률속도 경화, 열연화, 내부상태변수가 고려되고 있다. 이와 같은 구성방정식을 일반화하면 식(2)와 같이 표시될 수 있다.

$$\sigma = \Delta\sigma'_G + [C_1 + C_2\sqrt{\dot{\epsilon}}] \exp[-C_3 T + C_4 T \ln \dot{\epsilon}] + C_5 \dot{\epsilon}^n + k/\sqrt{l} \quad (2)$$

여기서 $\Delta\sigma'_G$ 는 용질과 초기 전위 밀도의 영향에 기인한 유동응력 성분이고, C_1 과 C_3 는 열연화의존성, C_1 과 C_4 는 변형률속도 경화 및 열연화 연계의존성, C_2 는 변형률 경화, 변형률 속도 경화, 그리고 열연화 연계의존성, C_5 는 변형률 경화의존성을 나타내는 지수이다. k/\sqrt{l} 은 결정립 크기의 효과를 나타내는 것으로써, k 는 응력집중계수 그리고 l 은 결정립의 평균크기이다. 면심입방격자(F.C.C.) 재료의 경우 $C_1 = C_5 = 0$ 이며, 체심입방격자(B.C.C.) 재료의 경우는 $C_2 = 0$ 이다. 이와 같은 구성방정식을 이용하여 Zerilli와 Armstrong은 F.C.C. 재료인 OFHC Copper와 B.C.C. 재료인 Armco Iron에 대하여 Johnson과 Cook에 의한 실험결과를 이용하여 상수값을 결정하였으며, J-C 모델에 의한 해석결과와 비교 분석하여 제시된 모델의 정확성을 제시하였다.

한편 변형률속도 변화의 영향이 작은 것으로 판단되는 고압 영역에서의 거동에 기초하고 있으며 변형률속도 $10^5/\text{sec}$ 이상에서 적용이 가능한 변형률속도 비의존성 S-C-G 모델의 경우 구성방정식은 식(3)과 같다.

$$Y = Y_0 f(\epsilon^p) G(P, T) / G_0 \leq Y_{\max} \quad (3)$$

$$f(\epsilon^p) = [1 + \beta(\epsilon^p + \epsilon_i)]^n \quad (4)$$

$$G(P, T) = G_0[1 + K_1 P/\eta^{1/3} - K_2(T - 300. K)] \quad (5)$$

여기서 Y_0 와 Y_{\max} 는 초기 및 최대 항복응력, G_0 는 전단응력이고, $f(\epsilon^p)$ 는 식(4)와 같은 변형률 경화를 나타내는 함수이며, $G(P, T)$ 는 식(5)와 같이 압력 경화와 열연화를 나타내는 함수이다. ϵ^p , ϵ_i , P , T , η 는 각각 등가 소성변형률, 초기 등가 소성변형률, 압력, 온도, 그리고 압축성을 나타내는 변수이며, β , n , K_1 , K_2 는 재료 상수이다.

3. 완화입자 유체동력학

충격하중 하에서 재료 및 구조물의 변형거동을 해석하기 위하여 유한차분법 및 유한요소법에 기초한 유체동력학 프로그램이 이용되어 왔으며, 지배 방정식의 처리방법으로 라그랑지안(Lagrangian), 오일러리안(Eulerian), ALE(Arbitrary Lagrangian-Eulerian) 등이 사용되었다^[7]. 라그랑지안 처리방법의 경우 변수의 시간에 따른 변화를 정확히 결정할 수 있으나, 격자가 대변형되면 계산이 정지하는 경우가 발생하는 단점이 있다. 오일러리안 처리방법의 경우 대변형을 포함하는 충격 문제를 비교적 원활히 해석할 수 있으나, 임의의 점에서 변수의 시간변화를 정확히 결정할 수 없는 단점이 있다.

입자완화 유체동력학(Smoothed Particle Hydrodynamics, SPH)은 기존의 수치해석 기법의 단점을 보완하기 위하여 Lucy^[8]에 의하여 제시되었다. SPH는 순수 라그랑지안 수치해석 프로그램으로서 격자 대신 입자를 사용하고 있으며, 입자에서의 변수값은 핵함수(Kernel Function)에 의하여 결정되는 일정 영역 내의 주변 입자의 변수값을 이용하여 결정된다. SPH는 공간이 형성되는 대변형 문제를 해석하기 적합하여 주로 천체물리학, 초고속 충돌 등에 적용되어 왔으며, 특히 Libersky^[9-11]등은 재료의 탄소성 변형 특성을 고려한 SPH 프로그램을 개발하였다.

SPH는 Dirac 델타함수의 수학적 개념에 기초하고 있다. 임의의 점 x 에 있어서의 함수 $f(x)$ 는 문제의 영역에서 함수 $f(x)$ 와 Dirac 델타함수 $\delta(x-x')$ 의 곱을 적분한 것과 동일하다. SPH의 경우 Dirac 델타함수 대신 식(6) 및 (7)을 충족하는 커널함수(Kernel Function) $W(x-x', h)$ 를 사용하며 이 경우 함수 $f(x)$ 는 식(8)과 같이 $\langle f(x) \rangle$ 로 근사된다. h 는 완화길이(smoothing length)로서 커널함수의 영향 영역을 결정하는 변수이다.

$$\lim_{h \rightarrow 0} W(x-x', h) = \delta(x-x') \quad (6)$$

$$\langle f(x) \rangle \rightarrow f(x), \quad \text{if } h \rightarrow 0 \quad (7)$$

$$f(x) \approx \langle f(x) \rangle = \int f(x') W(x-x', h) dx' \quad (8)$$

함수의 미분 형태도 커널함수에 의하여 근사형태로 표현될 수 있다. 식(9)와 같은 미분 형태의 함수 F 를 식(8)에 대입하여 전개하면 식(10)과 같다.

$$F = F_1 \frac{\partial F_2}{\partial x^\beta} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \langle F \rangle &\approx \int F_{1i} \frac{\partial F_{2j}}{\partial x_j^\beta} W_{ij} dx_j = F_{1i} \int \frac{\partial F_{2j}}{\partial x_j^\beta} W_{ij} dx_j \\ &= -F_{1i} \int F_{2j} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_j^\beta} dx_j \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 W_{ij} 는 $W(x_i^\alpha - x_j^\alpha, h)$ 이며, 하첨자 i 와 j 는 입자 번호, 상첨자 α 와 β 는 좌표계를 나타낸다. 식(10)의 세 번째 항에서 있어서 근접한 입자간의 변수값의 차이는 미소한 것으로 간주되었으며, 네 번째 항에서는 부분 적분을 수행하고 체적 적분을 Green's theorem에 의하여 면적 적분화하였다. 이때 경계면에서 커널함수는 0이므로 면적분은 소거되었다.

식(10)은 연속 함수이므로 수치해석을 위하여 입자 근사식으로 변환될 필요가 있다. SPH에서 문제의 영역은 물리량을 갖고 있는 입자로 구성되어 있는 것으로 간주된다. 일단 입자수가 결정되면 단위부피 및 밀도로부터 각 입자의 질량이 결정된다. 입자의 질량 m , 밀도 ρ , 부피간의 관계를 이용하여 식(10)은 식(11)과 같이 표현될 수 있다. 여기서 $W_{ij, \beta(i)}$ 는 j 입자에서 W_{ij} 의 x_j^β 에 대한 미분형이며, 입자 i 와 j 를 대체시 부호가 변환된다.

$$\begin{aligned} \langle F \rangle_i &= -F_{1i} \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} F_{2j} W_{ij, \beta(i)} \\ &= -F_{1i} \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} F_{2j} W_{ij, \beta(i)} \end{aligned} \quad (11)$$

미분 형태 함수의 커널근사 및 입자근사는 식(10)과 (11)과 같으나, 미분형태 함수의 부분적분 등의 방

법을 통하여 다양한 형태의 식으로 표현될 수 있다.

충격현상의 해석을 위한 유체동역학 프로그램의 지배 방정식은 질량 보존식 또는 연속 방정식, 운동량 보존식, 그리고 에너지 보존식이며, 이의 입자 근사식은 식(12)~(15)와 같다.

$$\rho_i = \sum_j m_j W_{ij} \quad (12)$$

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \sum_j m_j (U_i^\beta - U_j^\beta) W_{ij,\beta} \quad (13)$$

$$\frac{dU_i^\alpha}{dt} = - \sum_j m_j \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} \right) W_{ij,\beta} \quad (14)$$

$$\frac{dE_i}{dt} = \sum_j m_j (U_i^\alpha - U_j^\alpha) \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} \right) W_{ij,\beta} \quad (15)$$

여기서 U 는 입자의 속도, σ 는 전응력, E 는 내부 에너지이며, 상첨자 α 와 β 는 좌표계를 나타낸다. 가중함수로는 지수형, 가우시안형(Gaussian Type), Cubic B-spline형의 핵함수가 이용되고 있으며, Cubic B-spline형 핵함수의 경우 식(16)과 같다.

$$\begin{aligned} W(n) &= \frac{C}{h^D} \left[1 - \frac{3}{2} n^2 + \frac{3}{4} n^3 \right], & 0 < n < 1 \\ W(n) &= \frac{C}{4h^D} [2 - n]^3, & 1 < n < 2 \\ W(n) &= 0, & 2 < n \end{aligned} \quad (16)$$

n 은 식(17)와 같이 입자의 위치(x, y, z)와 완화길이(smoothing length) h 의 함수이며, 상수 C 는 해석 차원수에 따라 식(18)과 같은 값을 갖는다.

$$n = \frac{\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}}{h} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{2}{3} & (;D = 1) \\ C &= \frac{10}{7\pi} & (;D = 2) \\ C &= \frac{1}{\pi} & (;D = 3) \end{aligned} \quad (18)$$

이외의 보조 방정식으로는 충격파면에서 물리량의 완화를 위한 인공 점성계수(artificial viscosity), 가상 열(spurious heating) 제거를 위한 인공 열전달계수(artificial heat transfer), 편차응력(deviatoric stress)과 변형률의 관계, 압력과 재료밀도 및 내부에너지의 관계를 나타내는 상태방정식(Equation of State) 등이 사용된다.

4. 봉충격 시편의 변형 특성

봉충격 시험은 강체 벽에 평면 끝단을 가진 봉형 시편을 고속으로 충돌시킨 후 시험편의 변형 형상을 측정하여 보존법칙을 이용한 해석, 충격과 전파이론을 이용한 해석, 탄소성과 전파이론을 이용한 해석, 수치 해석 프로그램을 이용한 해석 등에 의하여 고변형률 속도하에서 재료의 동적 물성을 결정하는 시험 방법이다^[4].

기본적인 봉충격 시험 방법을 수정한 다양한 시험 방법도 이용되어 왔다. 강체 대신 시험편과 동일 형상 및 재료의 정지 물체를 설치함으로써 충돌면의 마찰 효과를 감소시키고 실험결과와 수치해석 프로그램에 의한 해석결과를 비교하여 동적 물성을 결정하는 대

[표 1] Wilson's rod impact test results^[5]

Material	OFHC Copper (Annealed)	OFHC Copper (Half Hard)
Impact Velocity (m/s)	204 227	176 189 200
L ₀ (mm)	57.15 38.10	57.15 57.15 38.10
D ₀ (mm)	7.6 7.6	7.6 7.6 7.6
L ₀ /D ₀	7.5 5.0	7.5 7.5 5.0
Final Length (mm)	37.01 22.48	42.90 41.66 27.74
Final Diameter (mm)	11.68 14.48	13.72 14.73 14.73

칭 봉충격 시험^[12,13], 고온에서 재료의 동적 물성을 결정하기 위하여 고온의 시험편을 정지시키고 강체를 충돌로써 동적 물성을 결정하는 역 봉충격 시험^[14,15] 등이 이용되었다.

한편 기본적인 봉충격 시험에 있어서 결정되는 실험 결과는 충돌 완료후 시험편의 변형 형상이나, 시간에 따른 변형과정을 측정하여 재료의 동적 물성을 결정하는 시험 방법도 개발되어 왔으며, 측정 장비로써는 고속카메라^[5,12~14], VISAR^[16] 등이 이용되어 왔다.

봉충격 시험은 고변형률속도 범위의 시험 방법 중에서 대변형을 얻을 수 있는 시험으로서, 재료의 동적 물성을 결정하기 위한 비교적 단순한 시험 기법이나, 시험편은 충돌 과정에서 다양한 변형률과 변형률속도를

갖게 된다. 충돌 후의 최종 변형 특성이 분석 데이터로 이용될 경우 결정된 동적 물성은 변형률속도 약 $10^3/\text{sec}$ 에서의 평균 특성을 나타낸다. 그러나 충돌면의 경우 약 $10^4 \sim 10^5/\text{sec}$ 범위의 고변형률속도를 갖게 되며, 충돌면의 시간에 따른 변형특성이 측정될 경우 대변형 및 고변형률속도에서 구성방정식의 특성을 분석할 수 있다.

Wilson 등^[5]은 Cordon 330A 고속카메라를 이용하여 봉충격 시험편의 충돌면에서의 변형 특성을 측정하였다. 실험에 사용된 시험편은 열처리 조건이 다른 두 종류의 Copper가 사용되었으며, 충돌조건 및 시험편의 최종변형 데이터를 표 1에 정리하였다.

5. 수치 해석

입자 완화 유체동력학에 기초한 수치해석에 있어서 사용된 프로그램은 AUTODYN-2D^[17]로서, 질량보존식으로 연속 방정식, 핵함수로 3차 B-spline형, 완화 길이는 입자 직경과 동일하게 0.1mm, 인공점성식으로는 Monaghan-Gingold형(여기서, 점성계수는 각각 2.5 사용), 입자 구성은 Rectangular형, 그리고 봉 시험편이 충돌하게 되는 강체는 AUTODYN-2D에서 제공하는 속도경계제한(Velocity Boundary Limit) 기능으로 대체하였다.

해석에서 사용된 구성방정식으로 OFHC Copper (Annealed)의 경우 J-C 모델과 Z-A 모델을 사용하였고, OFHC Copper(Half Hard)의 경우 S-C-G 모델을 사용하였으며, 상태방정식으로는 선형 상태방정식(Linear E.O.S.)를 사용하였다. 각 모델에 있어서 사용된 상수값은 AUTODYN-2D에서 제시하고 있는 값을 이용하였으며, 각각 표 2~4에 정리하였다.

[표 2] OFHC Copper constants for J-C
(Johnson-Cook) model^[1]

Material	A (MPa)	B (MPa)	n	C	m
OFHC Copper (Annealed)	90	292	0.31	0.025	1.09

[표 3] OFHC Copper constants for Z-A
(Zerilli-Armstrong) model^[2]

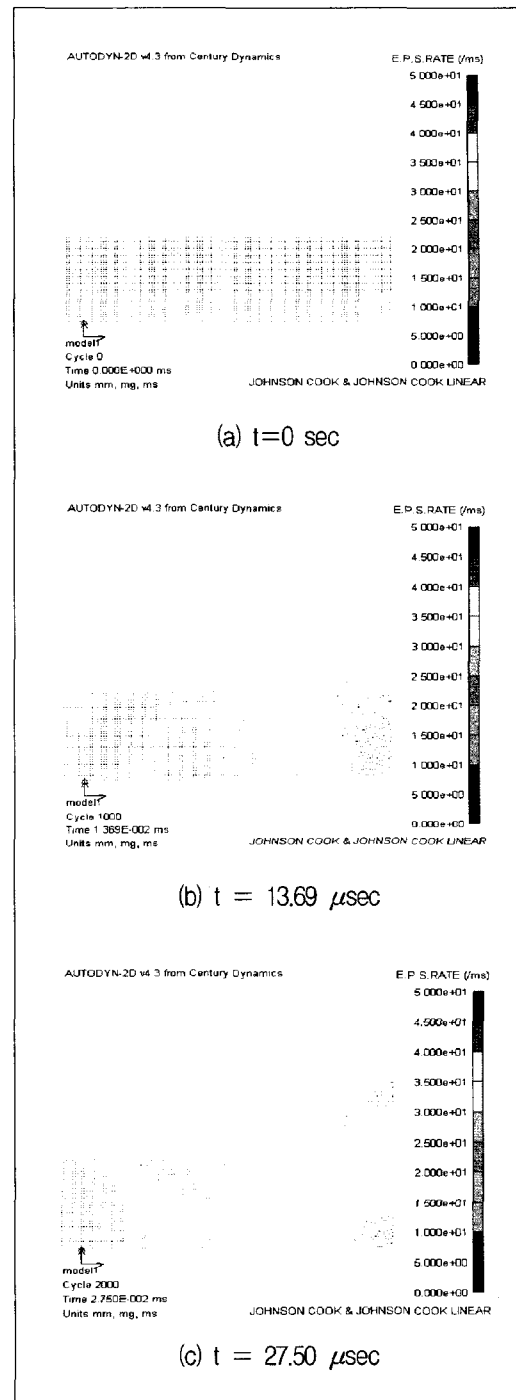
Material	C_0 (MPa)	C_2 (MPa)	C_3 (K ⁻¹)	C_4 (K ⁻¹)	C_5 (MPa)	n
OFHC Copper (Annealed)	65	890	0.0028	0.000115	-	-

[표 4] OFHC Copper constants for S-C-G
(Steinberg-Cochran-Guinan) model^[3]

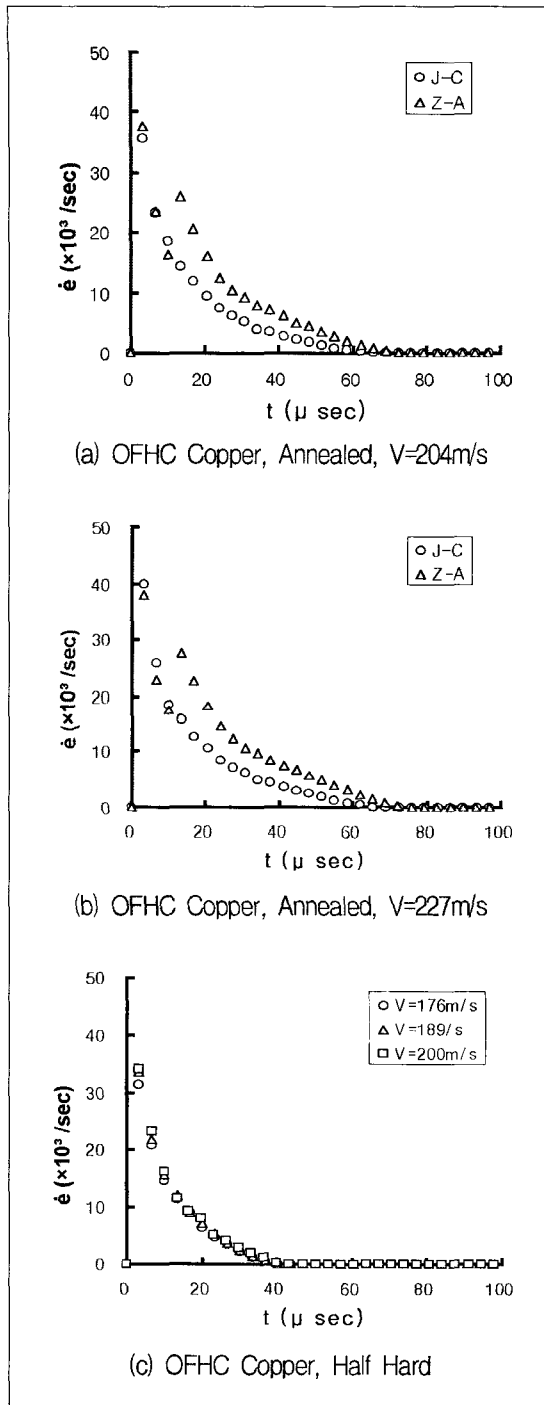
Material	G_0 (GPa)	Y_0 (GPa)	Y_{max} (GPa)	β	n	$K1$ (TP ⁻¹)	$K2$ (kK ⁻¹)
OFHC Copper (Half Hard)	47.7	0.12	0.64	36	0.4E	28	0.38

충돌면에서 봉시편 반경 방향 변형 형상의 시간에 따른 변화와 등가 소성 변형률 속도(Equivalent Plastic Strain Rate) 변화를 충돌속도 $V=204\text{m/s}$ 를 갖는 OFHC Copper(Annealed)에 대하여 그림 1에 나타내었으며, 해석에서 사용된 각 시편의 충돌면 반경 방향 최외각 입자에서 등가 소성 변형률 속도의 시간에 따른 변화를 그림 2에 나타내었다.

봉 시험편은 충돌 후 충돌면에서 버섯(Mushroom)



[그림 1] The deformed shape and equivalent plastic strain rate of rod at the impacting face (OFHC Copper, Annealed, $V=204\text{m/s}$)



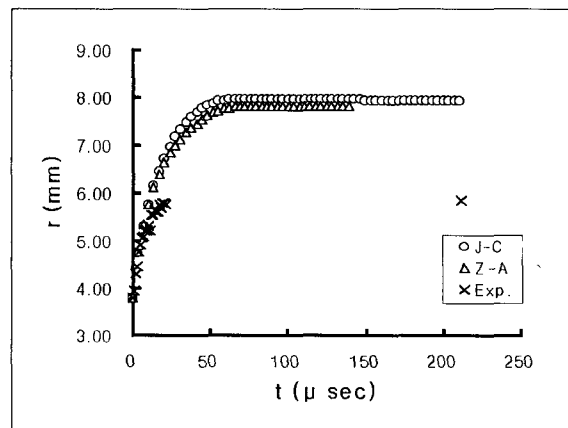
[그림 2] The variation of equivalent plastic strain rate at the particle is located at the radial outside of impacting face

형 변형을 시작하며, 충돌속도 $V=204\text{m/s}$ 를 갖는 OFHC Copper(Annealed)의 경우 약 $50\mu\text{sec}$ 이후 변형이 정지한다.

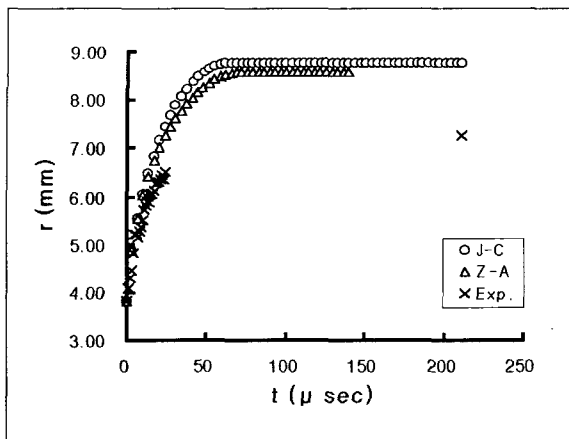
SPH에 의한 해석에 있어서 충돌 시간 $t=27.5\mu\text{sec}$ 이후에서 붕 충격시험편의 외각 부위에서 다소의 수치 불안정이 발생하였으나, 충돌면에서의 변형에는 영향이 없을 것으로 판단된다. 각 시험편의 충돌면 반경 방향 최외각 입자에서 등가 소성 변형률 속도는 최대 $35\times 10^4\sim 40\times 10^4$ 를 나타내고, 시간 증가에 따라 급격한 감소를 나타내고 있다.

충돌면에서 붕시험편 반경 r 의 시간에 따른 변화를 실험 결과와 해석결과를 비교하여 그림 3~5에 나타내었으며, 최종 변형 결과를 표 5에 정리하였다. 각 그림에 있어서 고속카메라에 의한 실험결과는 변형 시작후 일정 시간까지 나타내었으며, 변형 완료후 시험편을 회수하여 측정한 최종 변형된 붕의 반경 값은 별도의 데이터로 각 그림에 나타내었다.

OFHC Copper(Annealed) 붕 시험편에 대한 J-C 모델과 Z-A모델을 이용한 해석은 실험 결과에 비하여 상당히 큰 값을 나타내고 있다. 준 실험식인 J-C 모델



[그림 3] The variation of rod radius at impacting face(OFHC Copper, Annealed, $V=204\text{m/s}$)

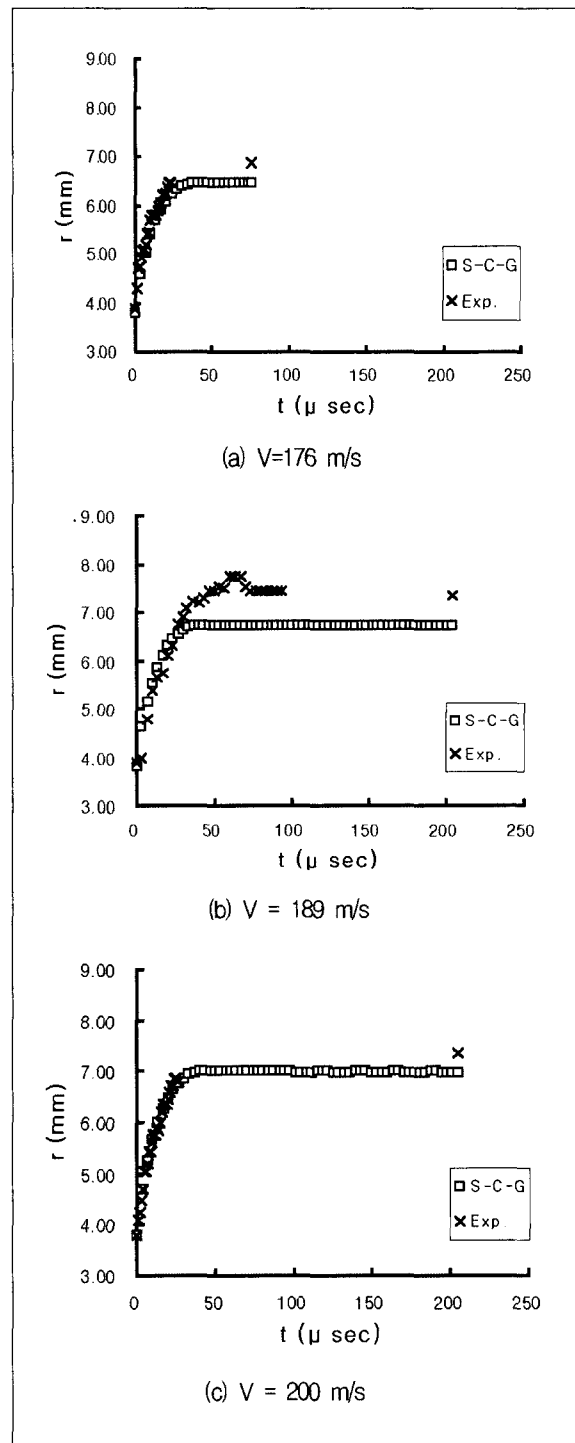


[그림 4] The variation of rod radius at impacting face(OFHC Copper, Annealed, V=227m/s)

의 경우 인장시험, 비틀림시험, 홉킨슨봉(Hopkinson bar) 시험 등을 이용하여 실용 금속재료에 대한 상수 값을 결정하였으므로 변형률속도 $10^2 \sim 10^3/\text{sec}$ 범위에 적합하나, 충돌면에서는 $10^4 \sim 10^5/\text{sec}$ 범위의 변형률속도를 갖게 되며 이에 따른 변형률속도 경화 효과가 다소 부족한 것으로 판단된다.

또한 Z-A 모델의 경우에도 구성방정식은 전위론에 기초하고 있으나, 파라미터의 결정에 있어서 J-C 모델에 이용된 실험치가 이용되고 있으므로 J-C 모델과 동일한 문제점을 갖고 있는 것으로 판단된다.

OFHC Copper(Half Hard) 봉 시편에 대한 S-C-G 모델을 이용한 해석은 실험 결과에 비하여 다소 작은 값을 나타내고 있다. 변형률속도 변화의 영향이 작을 것으로 판단되는 고압 영역에서의 거동에 기초하고 있으며 변형률속도 $10^5/\text{sec}$ 이상에서 적용이 가능한 변형률속도 비의존성 S-C-G 모델의 경우, 충돌면에서는 $10^4 \sim 10^5/\text{sec}$ 범위의 변형률속도를 갖게 되나 이에 대한 변형률속도 경화 효과가 다소 과도한 것으로 판단되며 봉충격 거동 해석결과를 종합해보면 재료의 구성식에서 속도의존성 변수인 변형률속도 경화



[그림 5] The variation of rod radius at impacting face(OFHC Copper, Half Hard)

[표 5] Comparison between experimental result and simulation of the final deformed radius at the impacting face

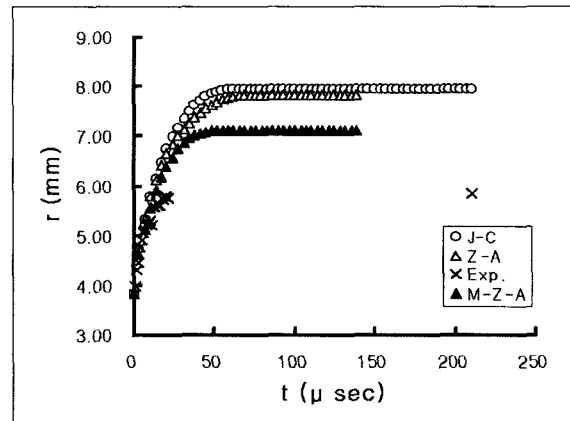
Material	Impact Velocity (m/s)	Exp. (mm)	Simulation	
			Constitutive Equation	Result (mm)
OFHC Copper (Annealed)	204	5.84	J-C	7.96
	227	7.24	Model	8.76
OFHC Copper (Annealed)	204	5.84	Z-A	7.77
	227	7.24	Model	8.54
OFHC Copper (Half Hard)	176	6.86	S-C-G Model	6.47
	189	7.37		6.74
	200	7.37		7.00

효과에 관계된 실험상수의 보정을 위한 검토가 필요하다.

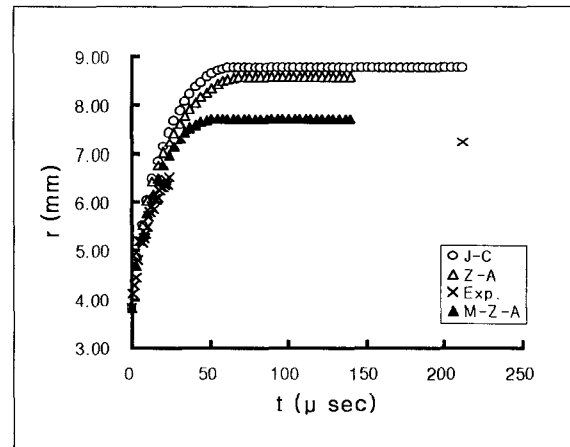
충돌면에서 발생하는 $10^4 \sim 10^5/\text{sec}$ 범위의 변형률속도에서 변형률경화 효과를 다소 증가시켜 실험결과와 비교하기 위하여, Z-A 모델에서 C_3 와 C_4 의 값을 표 6과 같이 변경한 M-Z-A 모델에 대하여 해석을 수행하였으며 그 결과를 그림 6~7에 나타내었다. 여기서 충돌면 직경의 시간에 따른 변화를 실험결과와 비교해보면 기존 모델에 비하여 수정된 구성식은 실험치에 비교적 잘 일치하고 있다.

[표 6] OFHC Copper constants for modified Zerilli-Armstrong model

Material	C_0 (MPa)	C_2 (MPa)	C_3 (K^{-1})	C_4 (K^{-1})	C_5 (MPa)	n
OFHC Copper	65	890	0.0017	0.000304	-	-



[그림 6] The variation of rod radius at impacting face(OFHC Copper, Annealed, V=204m/s)



[그림 7] The variation of rod radius at impacting face(OFHC Copper, Annealed, V=227m/s)

6. 결 론

재료의 탄소성 거동이 중요한 저속 충돌문제를 입자법으로 수치계산을 수행할 때 충돌체의 변형을 잘 묘사할 수 있는 구성방정식의 특성에 대하여 살펴본 결과 아래와 같은 결론을 얻었다.

첫째, 변형률속도 $10^4 \sim 10^5/\text{sec}$ 범위에서 변형 특성

을 분석할 수 있는 봉충격 시험 결과와 hydrocode에 주로 이용되고 있는 구성방정식에 의한 SPH 수치해석 결과를 비교하여 보면 큰 차이를 나타내고 있다.

둘째, Johnson-Cook과 Zerilli-Armstrong 모델의 경우 변형률속도 경화 효과가 다소 부족한 것으로 판단되며, Steinberg-Cochran-Guinan 모델의 경우는 구성방정식의 적용 가능한 변형률속도가 $10^5/\text{sec}$ 이상인 때문인 것으로 판단된다.

셋째, 변형률속도 $10^4 \sim 10^5/\text{sec}$ 에서 Zerilli-Armstrong 모델의 변형률속도 경화의존성을 증가시킨 결과 기존의 구성방정식에 비하여 실험결과에 근접하는 경향을 보여주고 있다.

따라서 대변형 및 고변형률속도를 포함하는 충돌문제의 정확한 시뮬레이션을 위해서는 구성방정식 및 재료상수 결정방법의 개선이 필요한 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

- [1] Johnson, G.R. and Cook, W.H., 1983, "A Constitutive Model and Data for Metals Subjected to Large Strains, High Strain Rates and High Temperatures", Seventh International Symposium on Ballistics, The Hague, The Netherlands.
- [2] Zerilli, F.J. and Armstrong, R.W., 1987, "Dislocation-Mechanics-Based Constitutive Equations for Material Dynamics Calculations", J. Appl. Phys., Vol.61, No.5, pp.1816~1825.
- [3] Steinberg, D.J., Cochran, S.G., and Guinan, M.W., 1980, "A Constitutive Model for Metals Applicable at High-strain-rate," J. Appl. Phys., Vol.51, No.3, pp.1498~1504.
- [4] 민옥기, 이정민, 남창훈, 황재준, 1993, "금속재료의 동적항복응력 결정을 위한 봉충격시험법," 대한기계학회논문집, 제17권, 제1호, pp.78~89.
- [5] Wilson, L.L., House, J.W., and Nixon, M., 1989, "Analysis of Time Resolvable Data from Cylinder Impact Test", AFATL TR-89-76.
- [6] Johnson, G.R. and Holmquist, T.J., 1988, "Evaluation of Cylinder-Impact Test Data for Constitutive Model Constants", J. Appl. Phys., Vol.64, No.8, pp.3901~3910.
- [7] Zukas, J.A., 1990, High Velocity Impact Dynamics, John Wiley & Sons, Inc.
- [8] Lucy, L.B., 1977, "A Numerical approach to the Testing of the Fission Hypothesis," Astron. J., Vol.82, pp.1013~1020.
- [9] Libersky, L.D. and Petschek, A.G., 1990, "Smoothed Particle Hydrodynamics with Strength of Materials," Advances in the Free-Lagrangian Method, Lecture Notes in Physics, Vol.395.
- [10] Libersky, L.D., Petschek, A.G., Carney, T.C., Hipp, J.R., and Allahdadi, F.A., 1993, "High Strain Lagrangian Hydrodynamics," J. Comp. Phys., Vol.109, pp.67~75.
- [11] Petschek, A.G. and Libersky, L.D., 1993, "Cylindrical Smoothed Particle Hydrodynamics," J. Comp. Phys., Vol.109, pp.76~83.
- [12] Erlich, D.C., and Shockey, D.A., and Seaman,

- L., 1981, "Symmetric Rod Impact Technique for Dynamic Yield Determination," AIP Conference Proceedings, No.78, 2nd Topical Conference on Shock Waves in Condensed Matter, Menlo Park, CA.
- [13] Erlich, D.C., and D.A. Shockey, 1983, "Dynamic Flow Curve of 4340 Steel, as Determined by the Symmetric Rod Impact Test," AIP Conference on Shock Waves in Condensed Matter.
- [14] Erlich, D.C., and Chartagnac, P., 1985, "Determination of Dynamic Flow Curve of Metals at Ambient and Elevated Temperature by Rod Impact Techniques," J. De Physique, Colloque C5, Supplement Au No.8, Tome 46, pp.455~462.
- [15] Schmidt, C.G., Caligiuri, R.D., Giovanda, J.H., and Erlich, D.C., 1991, "Effect of Grain Size on High Strain Rate Deformation of Copper," Metal. Trans. A, Vol.22A, p.2349~2357.
- [16] Kuschner, G.F., Hohler, V., and Stilp, A.J., 1983, "Non-linear propagation of elasto-plastic waves in rods", in Shock Waves in Condensed Matter : 1983, Plenum, pp.371~381.
- [17] SPH User Manual & Tutorial, Revision 3.3, 1999, Century Dynamics Inc.