

공력 및 추력을 이용한 유도탄의 혼합제어기 설계(I)

Mixed Control of Agile Missile with Aerodynamic Fin and Thrust Vectoring Control

이호철* 최용석** 최재원*** 송택걸**** 송찬호*****
Ho Chul Lee Yong Seok Choi Jae Weon Choi Taek Lyul Song Chan Ho Song

ABSTRACT

This paper is concerned with a control allocation strategy using the dynamic inversion and the pseudo inverse control which generates the nominal control input trajectories, and autopilot design using time-varying control technique which is time-varying version of pole placement of linear time-invariant system for an agile missile with aerodynamic fin and thrust vectoring control. Control allocation of this paper is capable of extracting the maximum performance from each control effector, aerodynamic fin and thrust vectoring control, by combining the action of them. Time-varying control technique for autopilot design enhance the robustness of the tracking performance for a reference command. The main results are validated through the nonlinear simulation.

주요기술용어 : Linear Time-Varying Control(선형 시변 제어), Dynamic Inversion(역동역학기법), Control Allocation(제어분배법칙), Autopilot(자동조종장치), Missile(유도탄)

1. 서 론

현재 개발되고 있는 유도탄의 제어 시스템은 과거의 것에 비하여 더욱 더 빠른 응답, 고기동성, 민첩성 등 엄격한 성능을 요구받고 있다. 이러한 엄격한 성능

을 만족시키기 위하여 현재의 유도탄들은 기존의 공력제어(aero-dynamic fin)뿐만 아니라 추력벡터제어(thrust vectoring control), 측추력제어(side-jet thruster control) 등의 제어 수단을 추가적으로 사용하고 있다^[1,2]. 그러나 이러한 제어 수단들을 각각의 독립적인 제어 기법으로 관리한다면 유도탄의 가제어성(controllability) 및 각 제어 수단의 효율성(efficiency)을 감소시킬 수 있다. 이것은 비행 조건에 따라 각각의 제어 수단이 가질 수 있는 제어 효율성(control authority)이 다르기 때문이다. 따라서 주어

* 부산대학교 기계공학부 대학원 박사과정
** 부산대학교 기계공학부 대학원 석사과정
*** 부산대학교 기계공학부 및 기계기술연구소 부교수
**** 한양대학교 전자·컴퓨터공학부 교수
***** 국방과학연구소 연구원

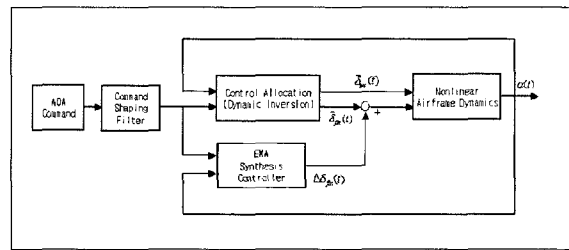
진 제어 명령을 효과적으로 수행할 수 있도록 비행 조건에 따른 각각의 제어 수단을 최적으로 사용할 수 있는 제어 명령 분배법칙(control allocation)에 대한 연구가 필요하다.

한편, 유도탄의 엄격한 요구 성능과 동역학의 강한 비선형성(nonlinearity), 그리고 시변(time-varying) 특성 등이 유도탄의 자동조종장치 설계를 위한 제어 문제에 여러 가지 어려움을 야기하고 있다. 많은 한계에도 불구하고 이득계획기법(gain scheduling)이 현재까지 유도탄의 제어 문제에 많이 적용되어 왔다. 그러나 이득계획기법을 빠른 동역학(fast dynamics)을 가지는 유도탄 제어에 적용할 때는 수학적 측면에서는 안정도를 보장하지 못한다는 단점뿐만 아니라, 실제 적용 측면에서도 많은 동작점에서 제어기 설계를 수행해야 한다는 문제점이 수반된다. 또한, 비선형 시변 유도탄 동역학은 자동조종장치 설계시 구동기 포화(actuator saturation) 문제, 무시된 동역학의 진동 억제 문제 등 많은 제어 문제를 포함하고 있고, 이 문제들은 유도탄의 빠른 시변 동역학 특성 때문에 자동조종장치 설계 문제를 더욱 어렵게 만든다. 따라서 이러한 시변 시스템을 효과적으로 고려할 수 있는 시변 제어 이론의 도입이 필요하다.

본 논문에서는 공력제어, 추력벡터제어를 제어 수단으로 사용하는 유도탄에 대한 제어 명령 분배법칙 및 유도탄 동역학의 시변 특성을 고려한 시변 제어기 설계법에 대하여 다룬다.

먼저 본 논문의 전체 블록 선도는 다음 그림 1과 같다.

그림 1에서 본 논문에서 고려하는 유도탄의 명령 입력은 받음각 명령이고, 받음각 명령은 먼저 구동기의 포화를 막기 위하여 명령 성형 필터를 통해서 필터링된다. 그리고 필터링된 받음각 명령은 제어 명령



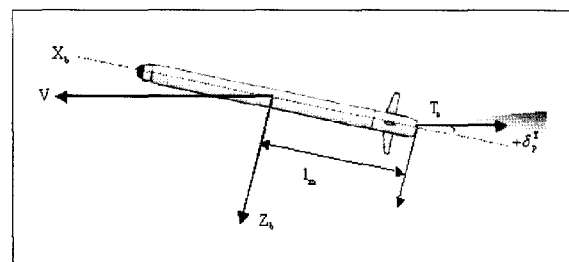
[그림 1] 전체 블록 선도

분배법칙 블록에 인가되어 각각의 제어 수단인 공력 제어 및 추력벡터제어가 인가된 명령을 추종하기 위한 각각의 구동기 변위 명령으로 구해진다. 그러면 추력벡터제어의 경우는 바로 유도탄의 추력벡터제어 구동기에 명령이 인가되고, 공력제어의 경우는 유도탄의 성능 및 안정도 강인성을 위해서 시변 제어기에 의한 보상된 값이 더해져서 유도탄의 공력제어 구동기에 인가된다.

2. 유도탄 동역학 방정식

2.1 유도탄 비선형 방정식

본 논문에서는 그림 2와 같은 공력제어 및 추력벡터제어가 고려된 비선형 유도탄 모델을 고려한다. 식 (1)은 본 논문의 비선형 유도탄 모델의 피치 동역학 방정식을 유도한 것이다.



[그림 2] 공력제어 및 추력벡터제어 유도탄

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}(t) &= \frac{\rho V_T^2 S}{2mV_T} [C_{Z_\alpha}(\alpha, \Gamma, M) + \Delta C_{Z_\alpha}(\alpha, \Gamma, M, \delta_{fin})] \\ &\quad + q(t) + \frac{T}{mV_T} \delta_{bc}(t) \\ \dot{q}(t) &= \frac{\rho V_T^2 SC}{2I_{yy}} [C_{m_\alpha}(\alpha, \Gamma, M) + \Delta C_{m_\alpha}(\alpha, \Gamma, M, \delta_{fin})] \\ &\quad + \left\{ \frac{C}{2V_T} (C_{m_\alpha}(M)) q(t) \right\} + \frac{Tl_{cm}}{I_{yy}} \delta_{bc}(t) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, C_{Z_α} , C_{m_α} 는 공력제어 수단인 핀의 각도가 "0" 일 때의 유도탄 공력 계수이고, ΔC_{Z_α} , ΔC_{m_α} 는 핀의 변화량에 따른 공력 계수의 변화량을 의미하고, $C_{m_\alpha}(M)$ 는 피치 감쇠를 의미한다.

2.2 공력 계수 커버 피팅

본 논문에서는 유도탄에 대하여 비행 초기단계에서 비교적 짧은 비행 구간을 상정하여, 마하수 $M=0.95$, 뱅크각 $\Gamma=45(\text{deg})$ 로 각각 가정하고 다음과 같은 함수의 형태로 공력 데이터로부터 커버 피팅(curve fitting)을 수행하였다.

$$\begin{aligned} C_{Z_\alpha}(\alpha) &= a_z \alpha^4 + b_z \alpha^3 + c_z \alpha^2 + d_z \alpha \\ \Delta C_{Z_\alpha}(\alpha, \delta_{fin}) &= (a_{zd} \alpha^3 + b_{zd} \alpha^2 + c_{zd} \alpha + d_{zd}) \delta_{fin} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} C_{m_\alpha}(\alpha) &= a_m \alpha^4 + b_m \alpha^3 + c_m \alpha^2 + d_m \alpha \\ \Delta C_{m_\alpha}(\alpha, \delta_{fin}) &= (a_{md} \alpha^3 + b_{md} \alpha^2 + c_{md} \alpha + d_{md}) \delta_{fin} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, 각각의 $\alpha(t)$ 와 $\delta_{fin}(t)$ 는 각각 받음각과 공력 제어 핀 변위를 나타낸다. 계수들은 모두 상수이다.

3. 명령 분배법칙

본 논문에서는 받음각 명령을 추종하기 위한 공력

제어 및 추력벡터제어를 위하여 다음과 같은 역동역학 기법^[3] 및 의사 역행렬 기법을 이용하여 제어 명령 분배법칙을 구성하였다.

먼저 제어 수단으로 공력제어 및 추력벡터제어를 가지고 있는 유도탄의 피치축 동역학이 다음과 같다고 하자.

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha}(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_\alpha(x) \\ f_q(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_\alpha(x) \\ g_q(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\delta}_{fin}(t) \\ \bar{\delta}_{bc}(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서 $\alpha(t)$ 는 받음각, $q(t)$ 는 피치 변화율, $\bar{\delta}_{fin}(t)$ 는 공력제어의 각, $\bar{\delta}_{bc}(t)$ 는 추력벡터제어의 각을 각각 의미한다. 그리고 x 는 동압, 공력 계수, 유도탄 속도 등으로 이루어진 벡터이다.

본 논문에서는 유도탄의 받음각이 주어진 명령을 추종하도록 하므로 식 (1)에서 받음각 부분만 고려하면 다음과 같다.

$$\dot{\alpha}(t) = f_\alpha(x) + g_\alpha(x) \begin{bmatrix} \bar{\delta}_{fin}(t) \\ \bar{\delta}_{bc}(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서 받음각이 요구되는 동역학을 가지도록 역동역학 기법을 수행하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \bar{\delta}_{fin}(t) \\ \bar{\delta}_{bc}(t) \end{bmatrix} = g_\alpha^{-1}(x) (\dot{\alpha}_d(t) - f_\alpha(x)) \quad (6)$$

여기서 $\dot{\alpha}_d(t)$ 는 받음각 명령에 의해서 주어진 요구되는 받음각 동역학을 의미하고 다음과 같이 둔다.

$$\dot{\alpha}_d(t) = \omega(\alpha_{cmd}(t) - \alpha(t)) \quad (7)$$

여기서 $\alpha_{cmd}(t)$ 는 받음각 명령, $\alpha(t)$ 는 유도탄으로부터

터 측정(또는 추정)되는 받음각을 각각 의미하고, 대역폭 ω 는 제어 수단 구동기의 대역폭에 따라 적절히 선정한다. 그리고 식 (6)에서 $g_a^+(x)$ 는 $g_a(x)$ 의 역행렬을 의미하고, 이때 행렬 $g_a(x)$ 는 계수(rank) 잉여(redundancy)가 있기 때문에 역행렬이 유일하지 않고, 의사 역행렬을 구할 수 있다. 이것은 받음각 하나를 제어하기 위하여 제어 수단이 공력제어 및 추력 벡터제어 등 두 개가 있기 때문이다. 따라서 의사 역행렬의 성질을 이용하면 다음의 목적함수를 최소화하는 효과적인 공력제어 및 추력벡터제어의 분배법칙을 구할 수 있다.

$$J = \mathbf{u}^T(t) \mathbf{W}(t) \mathbf{u}(t) \tag{8}$$

$$\text{Subject to } g_a(x) \mathbf{u}(t) = \mathbf{v}(t)$$

여기서 $\mathbf{u}(t)$ 는 제어 수단으로 이루어진 나타내는 열 벡터 이고, $\mathbf{W}(t)$ 는 각각의 제어 수단에 가중치 (weighting)를 주는 양의 한정인 대칭(positive definite symmetric) 행렬이다. 식 (8)을 최소화하는 $\mathbf{u}(t)$ 를 구하는 문제의 해는 여러 가지 방법으로 풀 수가 있지만, 본 논문에서는 Lagrange 곱수 (multiplier)를 이용하여 다음과 같이 최적 해 $\mathbf{u}(t)$ 를 구하였다.

$$\mathbf{u}(t) = [\mathbf{W}^{-1} g_a^T(t) (g_a(t) \mathbf{W}^{-1} g_a^T(t))^{-1}] \mathbf{v}(t) \tag{9}$$

따라서 식 (9)에서 각 제어 수단의 제어 효율성 및 구동기 포화 등을 고려하여 가중 행렬 $\mathbf{W}(t)$ 를 적절히 선정함으로써 효과적인 제어 명령 분배법칙을 설계할 수 있고, 이를 식 (6)에 적용하면 유도탄의 받음각 명령을 추종하도록 하는 공력제어 및 추력벡터제어의 공칭 명령값이 된다.

유도탄의 공력제어 및 추력벡터제어의 혼합제어를 이용하여 받음각 명령 추종을 위한 명령 분배법칙을 설계하기 위하여 유도탄 동역학 식 (1)에 위의 내용을 적용하면 다음과 같은 명령 분배법칙이 설계된다.

$$\begin{bmatrix} \bar{\delta}_{fin}(t) \\ \bar{\delta}_{bc}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\frac{\rho V_T S}{2m} \Delta C_{Z_i}(\alpha)}{\left(\frac{\rho V_T S}{2m} \Delta C_{Z_i}(\alpha)\right)^2 + \left(\frac{W_1}{W_2}\right) \left(\frac{T}{m V_T}\right)^2} \\ \frac{\left(\frac{W_1}{W_2}\right) \frac{T}{m V_T}}{\left(\frac{\rho V_T S}{2m} \Delta C_{Z_i}(\alpha)\right)^2 + \left(\frac{W_1}{W_2}\right) \left(\frac{T}{m V_T}\right)^2} \end{bmatrix} \times \left(\dot{\alpha}_d(t) - \frac{\rho V_T S}{2m} C_{Z_i}(\alpha(t)) - q(t) \right) \tag{10}$$

$$\dot{\alpha}_d(t) = \omega (\alpha_{cmd}(t) - \alpha(t)) \tag{11}$$

여기서 $\omega = 20$ 으로 설정하였고, W_1, W_2 는 각각 제어 수단 $\bar{\delta}_{fin}(t), \bar{\delta}_{bc}(t)$ 의 가중치를 의미하고, 각각은 최대 변위량으로 설정하였다. 즉 $W_1 = 30(\text{deg}), W_2 = 5.5(\text{deg})$ 이다.

4. 시변 제어기법

4.1 확장-평균치지정기법

확장-평균치지정기법(extended-mean assignment)은 선형 시변 시스템의 SD-고유치를 기반한 것으로 선형 시불변 시스템의 극점배치기법과 유사하다. 즉, 선형 시불변 시스템에서는 극점을 임의의 위치에 정확히 지정하지만, 선형 시변 시스템에서는 SD-고유치의 확장-평균치를 임의로 지정한다^[4].

먼저 다음과 같은 2차 선형 시변 시스템을 고려하자.

$$\dot{y}(t) + p_2(t)\dot{y}(t) + p_1(t)y(t) = u(t) \quad (12)$$

위의 식은 미분 다항식 연산자와 미분 연산자를 이용하여 $D_p\{y(t)\} = u(t)$ 의 형태로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} D_p &= D^2 + p_2(t)D + p_1(t) \\ &= (D - \lambda_2(t))(D - \lambda_1(t)) \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 $\lambda_1(t)$, $\lambda_2(t)$ 를 SD-고유치라고 한다.

한편, 적분 가능한 함수 $\lambda(t)$ 의 확장-평균은 다음과 같이 정의된다.

$$\text{em}\{\lambda(t)\} = \lim_{(t-t_0) \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{t-t_0} \int_{t_0}^t \lambda(\tau) d\tau \quad (14)$$

그러면, 2차 선형 시변 시스템은 SD-고유치 $\lambda_1(t)$, $\lambda_2(t)$ 의 확장-평균치가 다음 식과 같이 음의 실수값을 가지면 지수적으로(exponentially) 안정하게 된다.

$$\text{em}\{\text{Re}(\lambda_i(t))\} < 0, \quad i=1,2 \quad (15)$$

따라서, 식 (12)와 같은 선형 시변 시스템이 불안정하다면, 다음과 같은 되먹임 이득을 통해서

$$u(t) = k_1(t)y(t) + k_2(t)\dot{y}(t) \quad (16)$$

폐루프 시스템이 바람직한 확장-평균치 $C_i(t)$ 를 가진 SD-고유치 $\gamma_1(t)$, $\gamma_2(t)$ 로 구성되도록 할 수 있다. 폐루프 시스템은 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} D_p &= D^2 + \eta_2(t)D + \eta_1(t) = 0 \\ &= (D - \gamma_2(t))(D - \gamma_1(t)) \end{aligned} \quad (17)$$

여기서, $\eta_i(t) = p_i(t) - k_i(t)$ 이다. 요구되는 확장-평균치는 안정도 판별법 및 시스템 성능에 따라 선정할 수 있고, 이 때 다음과 같은 확장-평균치의 오차는 지수적으로 감소한다.

$$\varepsilon_i(t) = \text{em}\{\gamma_i(t)\} - C_i(t) \rightarrow 0 \quad (18)$$

4.2 확장-평균치지정기법을 이용한

자동조종장치설계법

유도탄의 자동조종장치를 확장-평균치지정기법을 이용하여 설계하기 위한 유도탄의 선형 시변 모델을 획득하고, 확장-평균치지정기법의 설계 절차를 살펴본다.

먼저 다음과 같이 상태 벡터를 정의한다.

$$\xi(t) = \begin{bmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha(t) \\ q(t) \end{bmatrix} \quad (19)$$

여기서 $\alpha(t)$ 는 받음각, $q(t)$ 는 피치율(pitch rate)을 각각 의미한다. 그리고 유도탄의 공력제어에만 시변 제어기법을 적용하므로 비선형 유도탄의 상태 방정식은 다음과 같다.

$$\dot{\xi}(t) = \begin{bmatrix} f_1(\xi(t), \delta(t)) \\ f_2(\xi(t), \delta(t)) \end{bmatrix} \quad (20)$$

여기서 각 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{\rho V_T^2 r S}{2m V_T} C_z(\xi_1(t), \delta(t)) + \xi_2(t) \\ f_2 &= \frac{\rho V_T^2 S C}{2I_{yy}} [C_m(\xi_1(t), \delta(t)) + \frac{C}{2V_T} C_{m\alpha}(M)\xi_2(t)] \end{aligned} \quad (21)$$

주어진 명령 궤적에 대한 공칭 편 변위(nominal fin deflection) $\bar{\delta}(t)$ 와 공칭 상태 궤적(nominal state trajectory) $\bar{\xi}(t)$ 은 다음을 만족한다고 하자.

$$\dot{\bar{\xi}}(t) = f(\bar{\xi}(t), \bar{\delta}(t)) \quad (22)$$

그러면 추종 오차(tracking error)를 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{x}(t) = \xi(t) - \bar{\xi}(t) \quad (23)$$

그리고 추종 오차 제어 입력을 다음과 같이 정의한다.

$$v(t) = \delta(t) - \bar{\delta}(t) \quad (24)$$

그러면 오차 동역학을 공칭 편 변위와 공칭 상태 궤적에 대하여 선형화를 하면 다음과 같은 선형 시변 시스템을 유도할 수 있다.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t) v(t) \quad (25)$$

여기서 선형 오차 동역학 방정식의 각 행렬들은 다음과 같다.

$$\mathbf{A}(t) = \left. \frac{\partial f}{\partial \xi} \right|_{\bar{\xi}(t), \bar{\delta}(t)} = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & 1 \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\mathbf{B}(t) = \left. \frac{\partial f}{\partial \delta} \right|_{\bar{\xi}(t), \bar{\delta}(t)} = \begin{bmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \end{bmatrix} \quad (27)$$

위의 모델에 확장-평균지정기법을 적용하기 위해서는 선형화된 시스템 행렬을 위상변수 표준형

(phase-variable canonical form)으로 변환을 해야한다. 이것은 준 시스템이 제어 가능하다면 Silverman^[5]이 제시한 방법으로 변환 행렬을 선정하고 Lyapunov 변환을 수행하면 얻을 수 있지만, 준 시스템에서는 이 방법을 적용하면 계수들이 매우 복잡하게 된다. 따라서 최소 실현(minimal realization)은 아니지만 문제를 간단하게 하기 위하여 위상변수 표준형을 만들어 내는 비최소 실현(nonminimal realization)을 채택한다. 이때 제어 불가능한 내부 모드(uncontrollable internal mode)는 안정해야 한다. 본 연구에는 다음과 같은 상태 변환을 정의한다.

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{L}(t) \mathbf{z}(t) \quad (28)$$

여기서 선형 시변 상태 변환 행렬을 다음과 같이 선택한다.

$$\mathbf{L}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -a_{11}(t) & 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

그러면 변환된 오차 동역학 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}(t) &= \mathbf{L}^{-1}(t) (\mathbf{A}(t) \mathbf{L}(t) - \dot{\mathbf{L}}(t)) \\ &\quad + \mathbf{L}^{-1}(t) \mathbf{B}(t) v(t) \\ &= \mathbf{A}_c(t) \mathbf{z}(t) + \mathbf{B}_c(t) v(t) \end{aligned} \quad (30)$$

여기서 각각의 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_c(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -p_1(t) & -p_2(t) \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_c(t) &= \begin{bmatrix} b_1(t) \\ a_{11}(t) b_1(t) + b_2(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (31)$$

여기서 $-p_1(t)$, $-p_2(t)$ 는 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} -p_1(t) &= \dot{a}_{11}(t) + a_{21}(t) - a_{11}(t)a_{22}(t) \\ -p_2(t) &= a_{11}(t) + a_{22}(t) \end{aligned} \quad (32)$$

위에서 $z_1(t) = x_1(t) = a(t) - \bar{a}(t)$ 임을 알 수 있으므로, 위의 상태 공간 방정식은 다음과 같은 스칼라 방정식과 동치이다.

$$\begin{aligned} \ddot{z}_1(t) + p_2(t)\dot{z}_1(t) + p_1(t)z_1(t) &= b_1(t)\dot{v}(t) \\ &+ (\dot{b}_1(t) + b_2(t) - a_{22}(t)b_1(t))v(t) \end{aligned} \quad (33)$$

위의 스칼라 식이 위상변수 표준형이 되기 위해 다음과 같은 역 “영동역학”(inverse “zero dynamics”)을 도입한다.

$$\begin{aligned} \dot{v}(t) + \frac{\dot{b}_1(t) + b_2(t) - a_{22}(t)b_1(t)}{b_1(t)}v(t) &= \\ \frac{1}{b_1(t)}u(t) \end{aligned} \quad (34)$$

위의 식 (33)과 식 (34)를 결합하여 다음 식을 유도한다.

$$\ddot{z}_1(t) + p_2(t)\dot{z}_1(t) + p_1(t)z_1(t) = u(t) \quad (35)$$

따라서 확장-평균치지정기법에 의한 제어 법칙 $u(t)$ 는 받음각 추종 오차 동역학 (35)에 대하여 앞 절에서 설명한 절차에 따라 설계된다.

4.3 입력 성형 필터 설계

본 논문에서는 구동기의 포화를 막기 위하여 명령의 변화를 스무딩(smoothing) 하는 필터를 도입하였다. 이것을 명령 성형(command shaping) 필터라 하고,

명령 성형 필터는 PD-고유치 개념을 이용한 TVB 필터(time-varying bandwidth filter : TVB filter)이다^[6]. TVB 필터 설계 절차를 보이기 위하여 다음과 같은 2차의 선형 시변 필터 방정식을 상정한다.

$$\ddot{c}_{out}(t) + a_2(t)\dot{c}_{out}(t) + a_1(t)c_{out}(t) = c_{in}(t) \quad (36)$$

여기서 $c_{in}(t)$ 은 명령 성형 필터에 인가되는 명령신호이고, $c_{out}(t)$ 은 필터를 통과한 신호이다. 위의 식 (36)은 전형적인 선형 시불변 2차 필터 방정식과 동일한 형태를 지닌다.

선형 시불변 시스템과 마찬가지로 선형 시변 시스템에서도 PD-고유치 개념을 도입하면 필터 방정식의 계수 $a_1(t)$ 와 ζ , $\omega_n(t)$ 와의 관계를 다음 식 (37)과 같이 구할 수 있다^[6].

$$\begin{aligned} a_1(t) &= \omega_n^2(t) \\ a_2(t) &= 2\zeta\omega_n(t) - \frac{\dot{\omega}_n(t)}{\omega_n(t)} \end{aligned} \quad (37)$$

여기서 $\omega_n(t) > 0$ 이고, $\omega_n(t)$ 이 미분가능하면 필터는 잘 정의된다. 선형 시변 필터의 대역폭 $\omega_n(t)$ 와 $\dot{\omega}_n(t)$ 는 다음 식 (38)에 의해 생성된다.

$$\ddot{\omega}_n(t) + 2\zeta_0\omega_0\dot{\omega}_n(t) + \omega_0^2\omega_n(t) = \omega_0^2\gamma_\omega(t) \quad (38)$$

여기서, ζ_0 , ω_0 는 설계 파라미터이다. 또한, 대역폭 명령신호 $\gamma_\omega(t)$ 는 다음과 같은 명령 성형 논리에 의해서 결정된다.

$$\gamma_\omega(t) = \bar{\omega}_n - a \text{ sat} \{ b \cdot \text{ddzone}_d [\dot{c}_{out}(t)] \} \quad (39)$$

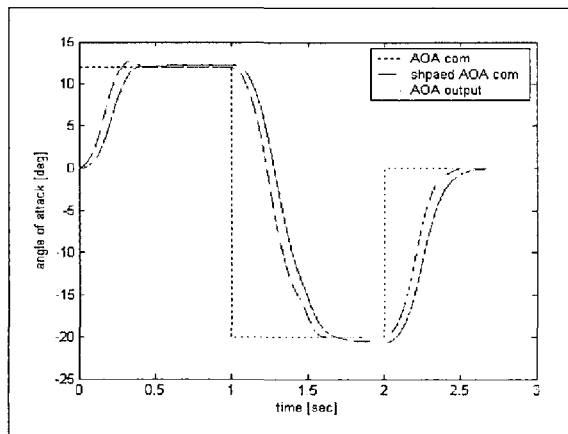
여기서, $\bar{\omega}_n$ 는 공칭 (최대) 대역폭을 의미하고, 최소 대역폭은 $\bar{\omega}_n - a$ 로 결정된다. 그리고 $ddzone_d[\cdot]$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$ddzone_d[x] = \begin{cases} x+d & x < -d \\ 0 & |x| \leq d \\ x-d & x > d \end{cases} \quad (40)$$

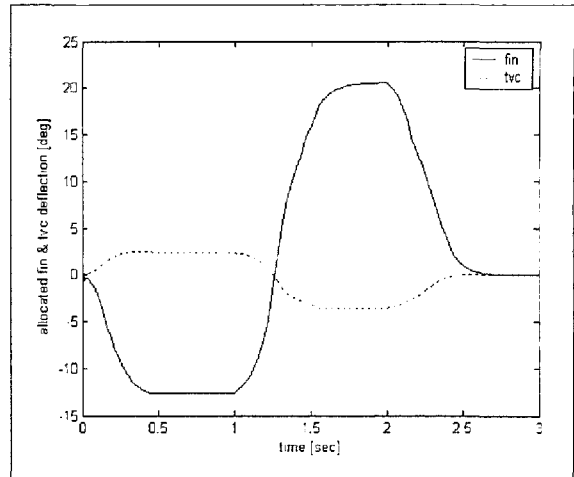
앞의 방법으로 설계된 명령 성형 필터는 기준 입력을 완만한 입력으로 변화시킨다. 이는 명령 성형 필터 사용 시의 응답 성능이 필터가 없을 때의 응답 성능보다 떨어진다. 그러나 명령 성형 필터의 사용으로 인해 구동기의 포화가 없이 명령을 수행할 수 있어, 실제 물리적인 시스템 구현 가능성을 높인다.

5. 시뮬레이션 결과

본 논문에서는 유도탄의 비행 조건을 $M=0.95$, 고도 $1,000m$ 라 가정하고, 최대 공력제어 변위를



[그림 3] 받음각 출력



[그림 4] 분배된 공력제어 및 추력벡터제어 변위 궤적

$\delta_{fin, max} = \pm 30(\text{deg})$, 최대 추력벡터제어 변위를 $\delta_{tvc, max} = \pm 5.5$ 라 두었다. 다음 그림 3에서는 본 논문에서 제안한 기법으로 받음각 명령을 잘 추종함을 알 수 있다. 그림 4에서는 본 논문에서 제시한 명령 분배법칙에 의한 주어진 받음각 명령을 효과적으로 추종하기 위한 각 제어 수단들의 변위 궤적이다.

6. 결론

본 논문에서는 유도탄의 공력제어 및 추력벡터제어를 효과적으로 이용하는 혼합제어를 위한 명령 분배법칙을 설계하기 위해 역동역학 기법 및 의사 역행렬 기법을 제시하였고, 시뮬레이션을 통하여 분배되는 제어 명령이 적절함을 보였다. 또한, 공력제어에 시변 제어 기법인 확장-평균치지정기법을 적용하여 성능 및 안정도-강인성을 높이도록 하였고 받음각 명령을 효과적으로 추종함을 보였다.

참 고 문 헌

- [1] K. W. Wise, D. J. Broy, 1998, "Agile Missile Dynamics and Control," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol.21, No.3, pp.441~449.
- [2] C. Song, Y.-S. Kim, 2001, "Mixed Control with Aerodynamic Fin and Side Thruster Applied to Air Defense Missiles," *Proceedings of the International Conference on Control, Automation, and Systems*, pp.991~994.
- [3] S. A. Snell, D. F. Enns, and W. L. Garrard, 1992, "Nonlinear Inversion Flight Control for a Supermaneuverable Aircraft," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol.15, No.4, pp.976~984.
- [4] J. J. Zhu, M. C. Mickle, 1997, "Missile Autopilot Design Using a New Linear Time-Varying Control Technique," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol.20, No.1, pp.150~157.
- [5] L. M. Silverman, 1996, "Transformation of Time-Variable Systems to Canonical (Phase-Variable) Form," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.11, No.2, pp.300~303.
- [6] J. J. Zhu, M. C. Mickle, "Synthesis of Time-Varying Bandwidth Filters Based on All-Pole Prototypes," *Proceedings of the 1998 American Control Conference*, pp.2889~2894, 1998.