

## 레이저 마킹 시스템의 이산시간 슬라이딩 모드 제어기 설계

## Design of a Discrete Time Sliding Mode Controller for Laser Marking System

이 충 우, 채 수 경, 최 재 모, 정 정 주\*

(Choung Woo Lee, Su-Kyoung Chae, Jae-Mo Choi, and Chung Choo Chung)

**Abstract :** In this paper we present a technique of discrete-time sliding mode controller design for assigning eigenvalues of sliding mode and determining a convergence rate to sliding surface. First the sliding mode coefficient is designed via Ackermann's formula. Then a linear controller is designed to enforce sliding mode such that the resulting closed loop yields the desired eigenvalues. As we use a linear control instead of nonlinear control, chattering is nearly eliminated. Simulation and experimental results are included to show the effectiveness of the proposed method for Laser Marking System.

**Keywords :** discrete-time sliding mode control, pole-placement, chattering, galvanometer, servomechanism

## 1. 서론

가변구조제어기(Variable Structure Control)가 제시된 이후로 과거 슬라이딩 모드 제어기는 연속시간 시스템의 경우에 대해서 잘 적용되어 왔다[1,2]. 일반적으로 연속시간에서의 슬라이딩 모드 제어기는 파라미터의 불확실성이나 외부의 외란에 대하여 강인한 특징을 가지며 시스템의 차수를 감소시키는 등의 특징을 가지고 있다[3]. 하지만 연속시간에서 설계된 슬라이딩 모드 제어기를 이산시간에 적용하는데 있어서 안정성을 보장하기 위해서는 다른 관점으로 설계가 되어야 한다. 따라서 연속시간에서의 슬라이딩 모드의 장점을 이산시간에서도 보장하기 위해 여러가지 방법들이 제안되기 시작하였다[4,5,6].

Dote와 Hoft는 처음으로 연속시간에서 사용되어지던 수렴 조건에 대한 이산시간에서의 등가형태를 제시하였다[5]. 그러나 Milosavljevic는 이 조건이 이산시간에서 충분조건이 되지 않는다는 것을 지적하였고, 쿼지 슬라이딩 모드를 이용한 방법을 제시했다[4]. Sarpurk는 이산시간 시스템에 대해 슬라이딩 모드를 일으킬 조건과 수렴할 조건에 대한 다른 방법을 제시하였고 Furuta와 Gao는 Lyapunov Function을 이용하여 슬라이딩 평면이 존재할 충분 조건을 얻어냈다[7,8,9]. 특히 Gao는 이산시간 슬라이딩 모드의 특징을 항상 만족시키며 수렴 조건이 직접적으로 스위칭 함수의 동력학이 되는 간편한 접근 방법을 제시하였다. 그러나 수렴속도를 결정하는 변수의 값이 작은 경우 슬라이딩 평면에 수렴하는 속도는 빨라지게 되나 쿼지 슬라이딩 모드의 밴드가 커지게 되어 정상상태의 응답이 나빠지게 되는 단점을 보였다[9]. 또한 이산시간에서 강인성의 보장을 위해 Chan이 섭동의 최대 한계를 알지 못하는 상황에서도 강인성을 보장하는 이산시간 슬라이딩 모드 제어기를 제안하였으나 느리게 변하는 경우에 제한된 것

이었다[10]. 그리고 Lee는 이산시간에서 다중입력 다중출력을 가지는 시스템에 대해 수렴속도를 결정하는 변수를 이용하여 슬라이딩 평면에 도달하는 속도를 결정하는 방법을 제시하였고 이 변수의 적절한 선택에 의해 폐루프 시스템이 안정성을 보장할 수 있도록하는 방법을 제시하였다[11]. 그러나 이와 같은 경우 이 변수에 의해서 시스템의 폐루프 고유값이 이동되어지는 단점을 보이게 되었다.

일반적으로 슬라이딩 모드 제어기는 선형제어기와 비선형 제어기로 나누어져 설계가 되어왔다. 선형 제어기는 주어진 슬라이딩 평면으로부터 등가제어기 형태로 설계되었고 비선형 제어기는 도달조건을 만족하여 슬라이딩이 일어나도록 설계되었다. 따라서 등가제어기 설계로부터 시스템의 원하는 고유값을 얻기 힘들었다. 최근에 Ackerman등은 주어진 슬라이딩 모드의 고유값으로 슬라이딩 평면을 설계하는 방법을 소개 했다[12]. 그러나 기존의 슬라이딩 모드 제어기에서는 채터링과 노이즈로 인하여 공진 모드가 있는 시스템에 적용하여 만족 할만한 결과를 얻을 수가 없다. 그리고 슬라이딩 모드의 고유 값으로 제어기를 설계 하더라도 슬라이딩 제어기 특유의 특성에 의해 시스템 공진을 발생 시키는 문제를 갖고 있으며, 전체 시스템의 특성을 해석하는데 어려움이 있다.

본 논문의 실험에 사용된 갈바노미터(Galvanometer)는  $\pm 30^\circ$ 의 기계적인 각도를 가지고 운동하는 구동기로써 정밀한 위치제어를 하는 곳에 사용되며 특히 X,Y축 두 개의 갈바노미터가 광학적인 기계장치와 연결되어 반도체 레이저 마킹 시스템에 많이 사용된다. 이러한 갈바노미터의 서보 시스템은 주로 아날로그 PID 위치 제어 방식을 채택하고 있어 이득 조정 동조가 쉬운 장점은 있지만 시스템의 거울과, 시스템의 센서에 존재하는 고차 기계적인 공진과 열적 표류 등에 인하여 시스템 상수들의 변화가 심해져 마킹 품질을 저하 시키는 경우가 발생한다. 특히 갈바노미터는 6kHz ~ 10kHz 사이에 1차 기계적인 공진 모드가 있는데, 기준 입력이 고주파 성분을 포함하고 있는 경우 이 모드가 여기 되기 쉽고 이로 인해 과도응답과 정상상태 응답이 나빠 질수 있다.

본 논문에서는 이산시간 슬라이딩 모드 제어기를 설계하

\* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2003. 7. 10., 채택확정 : 2003. 11. 13.

이충우 : 한양대학교 전자통신전파공학과(chungwoo73@yahoo.co.kr)

채수경 : 삼성전자 Digital Printing 사업부(mir1213@netian.com)

최재모 : 삼성테크윈 광디지탈시스템사업부(gramleen@ihanyang.ac.kr)

정정주 : 한양대학교 전자전기컴퓨터공학부(cchung@hanyang.ac.kr)



는 방법을 소개한다. 첫째로 Ackermann이 연속시간에서 설계 하였던 방법을 이산시간에 적용하여 슬라이딩 평면이 원하는 고유값에 의해서 설계되어지도록 하였으며 슬라이딩 평면에 기준신호를 적용하여 기준신호에 의해 슬라이딩 평면의 위치가 이동하게 함으로써 기준신호를 추종하도록 설계한다[12]. 둘째로 슬라이딩 평면에 수렴하는 속도를 결정할 수 있는 변수를 이용하여 비선형 제어가 설계된다. 이 변수에 의해 페루프 시스템의 고유값이 이동하지 않도록 하는 방법을 제안한다. 세번째로 슬라이딩 평면에 경계층을 도입하여 등가제어에 의해 시스템의 공진의 여기를 최소화하면서 빠른 응답을 갖도록 하는 방법을 제안하고, 이는 비선형 슬라이딩 모드 제어를 선형화하여 기존의 비선형 슬라이딩 모드 제어기에서는 사용할 수 없었던 보드선도(bode plot)를 이용하여 해석 하였다. 마지막으로 설계된 제어기를 레이저 마킹 시스템에 적용하여 빠르고 정확한 마킹을 위한 조건을 만족 하고 있음을 보여 준다.

이 논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 이산시간 슬라이딩모드 제어기 설계방법을 소개한다. 3절에서는 수치예제를 다루고 4절에서는 경계층을 갖는 이산시간 슬라이딩 모드를 제안한다. 5절에서는 제안된 제어기의 실험결과를 보여준다.

## II. 이산시간 슬라이딩모드 제어기의 설계

다음과 같은 선형 이산시간 시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \Phi x(k) + \Gamma[u(k) + \xi(k)] \\ y(k) &= Hx(k) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $x(\cdot) \in \mathbb{R}^n$  는 상태변수이고  $u(\cdot) \in \mathbb{R}^m$  는 입력이며  $y(\cdot) \in \mathbb{R}^l$  는 출력이다.  $\Phi \in \mathbb{R}^{n \times n}$  는 시스템 행렬,  $\Gamma \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  는 입력 행렬,  $H \in \mathbb{R}^{l \times n}$  는 출력 행렬,  $\xi(k) \in \mathbb{R}$  는 제한된 scalar disturbance input, 즉  $|\xi(k)| \leq M$  을 만족 하는 모든  $k$  에 대하여 정확한 값을 추정 할 수는 없으나 positive real number  $M$  이 존재 한다. 그리고  $k$  는  $k$  번째 샘플을 의미한다. 일반적으로 (1)과 같은 시스템에서 슬라이딩 평면은 (2)와 같이 결정된다.

$$s(k) = Cx(k) \quad (2)$$

여기서  $CT$  가 nonsingular하도록 하면서 원하는 슬라이딩 동작이 일어나도록 선택된다. 시스템의 상태가 이상적으로 슬라이딩 평면을 만나게 되면 다음과 같은 슬라이딩 동작이 일어나며

$$\begin{aligned} s(k+1) &= Cx(k+1) \\ &= C[\Phi x(k) + \Gamma u(k) + \Gamma \xi(k)] = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

이때 등가제어입력은

$$u_{eq}(k) = (C\Gamma)^{-1}[-C\Phi x(k) - C\Gamma \xi(k)] \quad (4)$$

와 같이 주어진다.

(4) 에서 (1)의 조건에 제시한 것처럼  $\Gamma \xi(k)$  의 정확한 값

은 알 수는 없으나 그 범위가  $|\xi(k)| \leq M$  로 제한 되어 있다. 여기에 이산 시간의 외란  $\xi(k)$  가 연속시간  $\xi(t)$  로 표현 될 때  $\xi(k)$  가 연속이고 변화가 급하지 않다면  $\xi(k-1)$  로 부터  $\xi(k)$  를 유추해 낼 수 있다. 또한  $\Gamma \xi(k)$  는

$$\Gamma \xi(k-1) = x(k) - Ax(k-1) - Bu(k-1) \quad (5)$$

로 유추하여 구할 수 있고 이에 대한 오차는  $O(T^2)$  에 들어 간다[17].

(1)의 제어 입력에 (4)와 같은 등가제어 입력을 대입하면 슬라이딩 평면에서 시스템 방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \Phi x(k) + \Gamma u(k) \\ &= \Phi_{eq} x(k) - \Gamma(C\Gamma)^{-1} C\Gamma \xi(k) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $\Phi_{eq} = (I - \Gamma(C\Gamma)^{-1}C)\Phi$  이다. (6)를 통해 우리가 요구하는 슬라이딩 동작이 일어나도록 슬라이딩 평면의 기울기  $C$  를 결정한 후 원하는  $\Phi_{eq}$  의 고유값을 얻기 위해서는 시행착오가 필요하다. 따라서 본 논문에서는 원하는 고유값을 가지면서 슬라이딩 동작이 일어나도록 하기위해 Ackermann이 연속시간에서 제시한 방법을 이산시간으로 적용하여 일반적인 슬라이딩 모드의 단점을 극복할 수 있는 방법을 제안한다.

### 1. 슬라이딩 평면의 디자인

본 논문에서는 Ackermann의 극 배치방법을 이용하여 기준신호를 추종하는 새로운 슬라이딩 평면을 설계한다. 슬라이딩 평면에서 차수가 줄어든 선형시스템의 원하는 고유값을  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}$  라고 하면 피드백 입력(7)을 사용하여 슬라이딩 모드가 일어나게 할 수 있다[12].

$$u_a(k) = -Kx(k) \quad (7)$$

여기서  $K = eP(\Phi)$ ,  $e = [0, \dots, 0, 1] [\Gamma, \Phi\Gamma, \dots, \Phi^{n-1}\Gamma]^{-1}$  이고  $P(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \dots (\lambda - \lambda_{n-1})(\lambda - \lambda_n)$  이다. 이때  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}$  가 슬라이딩 모드에서 원하는 고유 값이라고 가정한다면 다음과 같이 정리 1을 얻을 수 있다.

**정리1 [12]** : 슬라이딩 평면  $s(k) = Cx(k)$  이  $C = eP_1(\Phi)$

에 의해서 설계되면  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}$  은 슬라이딩 모드 동특성의 고유값이 된다.

여기서  $P_1(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \dots (\lambda - \lambda_{n-1})$  이다.

### 2. 등가 제어기 설계

선형이산시간 시스템(1)에 대해서  $s(k+1) = 0$  이 되도록 하는 등가제어기를 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \Phi x(k) + \Gamma u(k) - \Gamma \xi(k) \\ &= \Phi x(k) + \Gamma[u(k) + u_a(k) - u_a(k)] - \Gamma \xi(k) \end{aligned} \quad (8)$$

$$s(k) = Cx(k)$$



이때  $s(k+1)$  은 아래와 같이 표현 할 수 있다.

$$\begin{aligned} s(k+1) &= Cx(k+1) \\ &= \lambda_n Cx(k) + u(k) - u_a(k) + \xi(k) \end{aligned} \quad (9)$$

여기서  $C(\Phi - \Gamma k) = \lambda_n C$  이고  $C\Gamma = 1$  이다[12]. 따라서  $s(k+1) = 0$  이 되게 하는 등가제어 입력은 (10)과 같이 주어지며

$$u_{eq}(k) = (C\Gamma)^{-1} C\Gamma u_a(k) - (C\Gamma)^{-1} \lambda_n s(k) - (C\Gamma)^{-1} C\Gamma \xi(k) \quad (10)$$

SISO인 경우 (9)는 다음과 같이 단순화 시킬 수 있다.

$$u_{eq}(k) = u_a(k) - \lambda_n s(k) - \xi(k) \quad (11)$$

이때 (11)을 (1)에 대입하면 슬라이딩 평면에서 (8)은 다음과 같이 다시 표현 할 수 있다.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= (\Phi - \Gamma k)x(k) + \Gamma[u(k) - u_a(k)] \\ &= (\Phi - \Gamma k)x(k) \end{aligned} \quad (12)$$

지금까지 Ackermann의 공식을 이용해 슬라이딩 평면을 구했고 이를 이용해 등가제어를 구하면 슬라이딩 모드가 일어날 경우 시스템의 원하는 고유값을 얻을 수 있게 되어 일반적인 슬라이딩 모드 제어기의 단점을 보완할 수 있게 된다는 것을 보였다. 이제부터는 이산시간에서 슬라이딩모드가 일어날 조건을 구한다.

**추론 1 [13]** : 이산시간 슬라이딩 모드의 존재와 안정성을 위한 충분조건은  $\mathbb{N}_k = \{s(k) | Cx(k) < \varepsilon\}$  영역에서  $|s(k+1)| \leq \alpha |s(k)|$ ,  $0 \leq \alpha < 1$ ,  $k \geq k_0$  를 만족시키는 양의 정수  $k_0$  가 존재하여야 한다.

위의 조건은 (12)와 같이 표시 할 수 있으며

$$-\alpha |s(k)| \leq s(k+1) \leq \alpha |s(k)| \quad (0 \leq \alpha < 1) \quad (13)$$

여기서 (9), (11) 그리고 (13)으로부터 ( $s(k) \neq 0$  으로 가정한다.)  $w(k)$ 는 다음과 같이 쓸 수 있으며

$$w(k) = \frac{s(k+1)}{|s(k)|} = \frac{C\Gamma[-u_{eq}(k) + u(k)]}{|s(k)|} \quad (14)$$

이때  $|w(k)| < 1$  은 슬라이딩 모드가 존재하기 위한 충분조건이 된다.

### 3. 전체 제어기 설계

(14)으로부터 비선형 슬라이딩 모드 제어기를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$u(k) = u_{eq}(k) + w(k)|s(k)| \quad (15)$$

여기서  $w(k) = w_0 \operatorname{sgn}(s(k))$  로 설정하면(여기서  $w_0$  는 상수로 결정 할 수 있다.) 최종적으로 (16)와 같은 제어기를 얻을 수 있다.

$$u(k) = u_{eq}(k) + w_0 s(k) \quad (16)$$

그러므로 스위칭 함수의 동특성은 아래와 같이 된다.

$$\begin{aligned} s(k+1) &= Cx(k+1) \\ &= C\Phi x(k) + C\Gamma u(k) + C\Gamma \xi(k) \\ &= w_0 s(k) \end{aligned} \quad (17)$$

따라서  $w(k) = w_0 \operatorname{sgn}(s(k))$  일 때  $w_0$  를 통해 수렴속도를 결정할 수 있다.

### 4. 기준신호를 따라가는 제어기 설계

기준신호를 따라가는 제어기를 설계하기 위해 슬라이딩 평면을 다음과 같이 쓸 수 있다 [3].

$$s(k) = Cx(k) - S_r r(k-1) \quad (18)$$

(14)과 (18)을 이용해 기준신호를 따라가는 제어기를 설계하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} s(k+1) &= w(k)|s(k)| \\ w|s(k)| &= C[\Phi x + \Gamma\{u(k) + u_a(k) - u_a(k)\}] - S_r r(k) \\ &= C\Gamma[u(k) - u_a(k)] - S_r r(k) + \lambda_n s(k) \end{aligned} \quad (19)$$

$$u(k) = u_{eq}(k) + S_r r(k) + w|s(k)| \quad (20)$$

마지막으로  $w(k) = w_0 \operatorname{sgn}(s(k))$  로 설정한다면, 다음과 같은 전체제어기를 얻을 수 있다.

$$u(k) = u_{eq}(k) + S_r r(k) + w_0 s(k) \quad (21)$$

### 5. 현재 추정기 설계

본 논문에서는 현재 추정기를 사용하여 현재의 상태변수를 예측한다.

$$\begin{aligned} \hat{x}(k) &= \bar{x}(k) + L_c[y(k) - H\bar{x}(k)] \\ \bar{x}(k+1) &= \Phi\hat{x}(k) + \Gamma u(k) \end{aligned} \quad (22)$$

여기서  $\hat{x}(k)$  은 추정된 현재 상태 이고  $\bar{x}(k)$  은 추정된 예측상태 이다. 현재 추정값의 이득  $L_c$  는 추정오차  $\tilde{x}(k) = x(k) - \hat{x}(k)$  를 최소화하는  $H_2$  같은 최적화방법이나 극 배치 방법에 의해서 구해질 수 있다. (7), (11)로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u_a(k) = -K\hat{x}(k) \quad (23)$$

$$u_{eq}(k) = -K\hat{x}(k) - \lambda_n C\hat{x}(k) + \xi(k)$$

그리고  $s(k) = C\hat{x}(k)$  를 이용하여, (15)를 아래와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$u(k) = -K\hat{x}(k) - \lambda_n C\hat{x}(k) + w_0 C\hat{x}(k) + \xi(k) \quad (24)$$

여기서  $\Phi_a = \Phi - \Gamma K$ ,  $\Phi_{eq} = \Phi_a - \lambda_n \Gamma C$ , 그리고  $\Xi = \Gamma C(\lambda_n - w_0)$  로 한다.

**정리 2 [14]** :  $\rho(\Phi - L_c H\Phi) < 1$  와  $\rho(\Phi_a) < 1$  이 성립한다고 가정하자. 그러면 이산시간 페루프 시스템을 안정하도록 하는



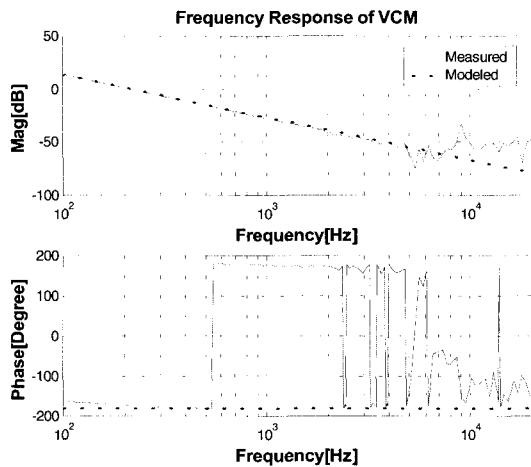


그림 1. 갈바노미터의 주파수 응답.

Fig. 1. frequency response of Galvanometer.

$w_0$ 가 항상 존재한다. 이런 경우에는  $w_0$ 에 의해 수렴하는 이산시간 슬라이딩 모드가 존재한다.

결국(24)을 이용한 제어를 사용하면 페루프 시스템의 안정성을 보장할 수 있다. 원하는 고유값  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 을 가지는 페루프 시스템을 얻기 위해  $w_0 = \lambda_n$ 를 사용할 수 있다.

$w_0 = \lambda_n$ 인 경우에  $u(k) = u_n(k)$ 를 얻을 수 있게 된다. 결과적으로 페루프 시스템은 정리 1에 의해 제공되는 고유 값과 동일한 고유값을 얻을 수 있게 된다. 또한,  $|w(k)| < 1$ 은 페루프의 안정성을 위한 충분조건을 제공하고  $|w(k)| < 1$ 의 범위 내에서 선택된 값으로 이산시간 슬라이딩 모드 제어를 설계하였을 때 슬라이딩 모드의 페루프 안정과 존재성을 보장하게 된다.

### III. 수치 예제

본 논문은 레이저 마킹 시스템에서 사용되는 갈바노미터에 대한 제어를 설계 하였다. HP35670A DSA(Dynamic Signal Analyzer)를 이용하여 측정한 갈바노미터의 주파수 응답이 그림1에 보여지고 있으며 9KHz 근방에 28dB의 공진 모드가 있다. 제어기 구성을 위한 모델링에서는 간단하게 2차강성으로 모델링하였다. 여기에서  $x(t) = [\theta \ \dot{\theta}]^T$  ( $\theta$ ,  $\dot{\theta}$ 는 갈바노미터의 각위치, 각속도이다.)이며 이 시스템을 20kHz의 샘플링 비율로 ZOH(Zero Order Hold)방식으로 이산화해서 얻은 값은 다음과 같다.

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0.095 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} 0.0032 \\ 0.6765 \end{bmatrix}, H = [0.9900 \ 0]$$

$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, w_0$ 의 설계에 따라 시스템의 응답 특성을 비교하여 보았다. 시뮬레이션에서는 9KHz의 공진 모드를 포함하였다. 그림 2는  $\lambda_1 = 0.9$ ,  $w_0 = \lambda_n = 0.3$ 인 경우의 phase portrait이며 궤적이 슬라이딩 평면을 잘따라 가는 모습을 볼 수 있다. 따라서  $|w(k)| < 1$ 인 경우 안정하게 슬라이딩 모드가 일어남을 알 수 있다. 공진모드가 존재함에도 불구하고

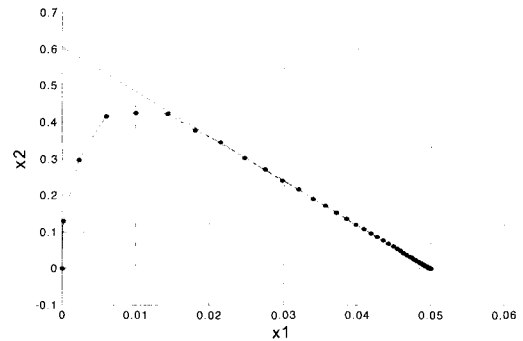
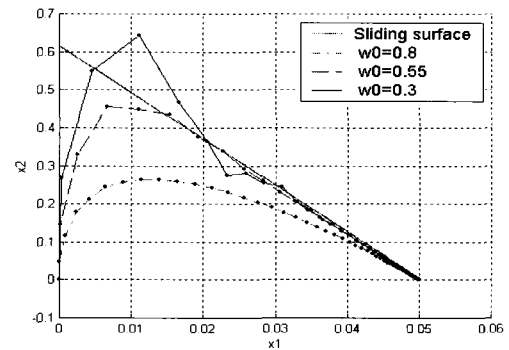
그림 2.  $w_0 = 0.3$  일 때의 phase portrait.Fig. 2. Phase portrait in case of  $w_0 = 0.3$ .그림 3.  $w_0$  값에 따른 Phase portrait.Fig. 3. Phase portrait for  $w_0$ .

그림 3에서  $\lambda_1 = 0.9$ 인 경우  $w_0$ 의 값에 따라서 궤적이 슬라이딩 평면에 각각 다른 속도로 수렴하고 있는 모습을 보여주고 있다.  $w_0$ 가 0.8인 경우 매우 느린 수렴속도를 가지면서 목표지점에 다가가는 모습을 보이고 있으며  $w_0$ 가 0.55인 경우는 초기 몇 번의 제어 입력 후부터 슬라이딩 평면을 따라서 목표지점에 잘 들어가고 있는 모습을 볼 수 있다. 또한  $w_0$ 가 0.3인 경우 초기에 아주 빠른속도로 진동하며 접근하다가 슬라이딩 평면을 따라 들어가고 있는 모습을 보이고 있다. 결국 수렴속도의 비율, 즉  $w_0$ 가 감소할수록 궤적은 슬라이딩 평면에 보다 더 빠른 속도로 접근한다. ( $w_0$ 가 너무 작은 경우는 초기의 큰 제어입력으로 인해 슬라이딩 평면을 벗어났다가 일정시간 후 슬라이딩이 평면으로 수렴한다.) 반면에  $w_0$ 가 증가할수록 궤적은 슬라이딩 평면에 느린속도로 접근하고 있음을 알 수 있다.

그림 4는  $w_0$ 가 0.8인 경우의 보상된 플랜트의 주파수 응답이며 그림 5는  $w_0$ 가 0.3인 경우이다. 그림 4와 달리 그림 5의 경우 9KHz 근방에서 볼 수 있는 공진모드가 0dB 근처까지 올라 온 모습을 볼 수 있다. 그 효과를 그림3에서 관찰할 수 있는데  $w_0$ 의 값이 0.3으로 작아짐으로써 수렴속도는 빨라졌으나 제어입력이 등가제어의 형태에 더욱 가까워짐에 따라 시스템의 공진모드가 쉽게 여기 되게 되고 잔여진동이 발생



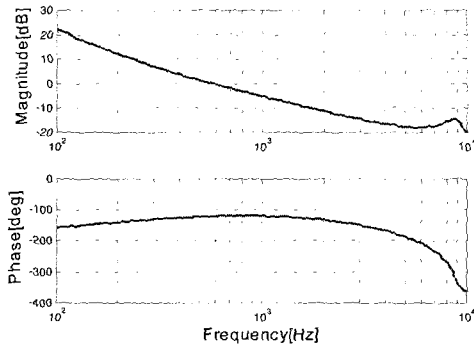
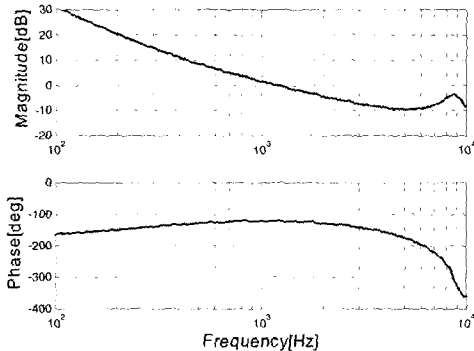
그림 4. 보상된 플랜트의 주파수 응답( $w_0=0.8$ ).Fig. 4. Frequency response of compensated plant( $w_0=0.8$ ).

그림 5. 보상된 플랜트의 주파수 응답.

Fig. 5. Frequency response of compensated plant( $w_0=0.3$ ).

된다. 따라서 빠른 속도로 슬라이딩 모드를 일으키면서도 공진모드의 여기를 최소화하는 방법이 요구 되어진다. 본 논문에서는 슬라이딩 평면 부근에 경계층을 도입하여 공진의 영향을 최소화할 수 있는 방법을 제안한다.

#### IV. 경계층을 가지는 이산시간 슬라이딩 모드 제어기의 도입

슬라이딩 모드 제어기에 있어서 등가제어기만을 사용하면 슬라이딩 평면에 한번의 입력에 의해 도달하게 되며 이때 제어입력은 고주파 성분을 갖는 임펄스 입력과 같은 모습을 띄게 된다. 그러나 이로 인해 기계적 공진모드가 여기 되게 되고 결과적으로 시스템의 과도응답과 정상상태 응답이 나빠지게 된다.  $w_0$ 를 사용하여 슬라이딩 평면에 도달하는 수렴속도를 결정할 경우  $w_0$ 가 0일 경우가 등가제어에 해당하게 되며 이때 계단입력에 대하여 제어입력은 매우 큰 값을 가지며 임펄스 입력과 같은 형태가 된다. 이러한 문제를 해결하기 위해서는  $w_0$  값을 크게 하여 기준입력의 급격한 변화를 방지할 수 있다. 그러나 이경우 시스템의 유연모드를 최대한 억제하지만 시스템의 과도응답이 느려지게 되는 단점을 갖는다. 본 논문에서는 그림 6에서 보여지는 바와 같이 슬라이딩 평면에 일정 밴드를 설정하여 제어입력 초기에는  $w_0$  값을 큰 값으로 설정하여 슬라이딩 평면에 느린 수렴속

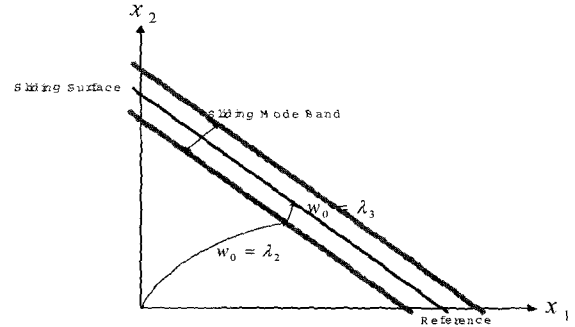
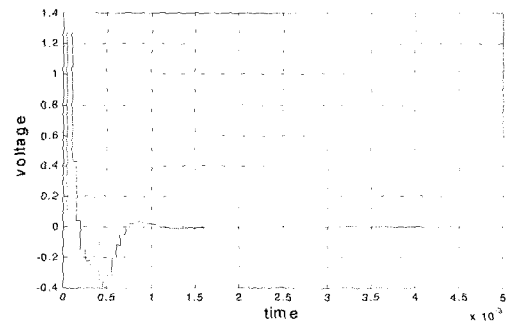
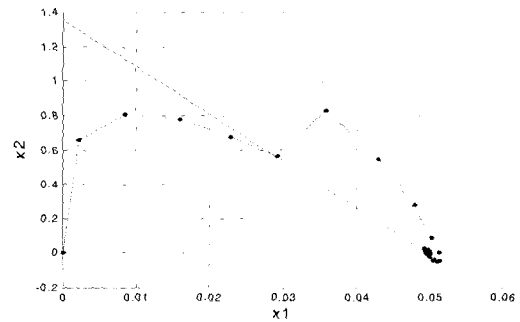


그림 6. 경계층을 가지는 슬라이딩 평면.

Fig. 6. Sliding surface with boundary layer.



(a) control input



(b) phase portrait

그림 7. 저크가 발생했을때의 제어 입력과 phase portrait.

Fig. 7. Control input and phase portrait when jerk is occurred.

도로 접근하다가 일정 밴드 내에 들어가면  $w_0$  값을 작은 값으로 설정하여 빠르게 슬라이딩 평면에 수렴하도록 하는 방법을 사용하였다( $w_0$ 가 커질수록 등가제어기 제어량이 상쇄되어 제어 입력의 크기는 작아지게 된다).

그러나 이 방법을 실제 구현하는데 있어서 채적이 일정 밴드 내에 들어가게 되면 제어기의 구조가 바뀌게 되고 이에 따라 제어입력의 연속성을 상실하게 되어 그림 7(a),(b)에서 보이는 것과 같이 저크(jerk)가 발생하게 된다. 따라서 본 논문에서는 채적이 밴드 내에 들어가게 되면 제어 입력의 연속성을 위해서 밴드 내에 들어가기 전의 제어입력을 이용해 상태를 매칭시키는 방법을 사용하여 제어입력의 연속을 유지하였다.



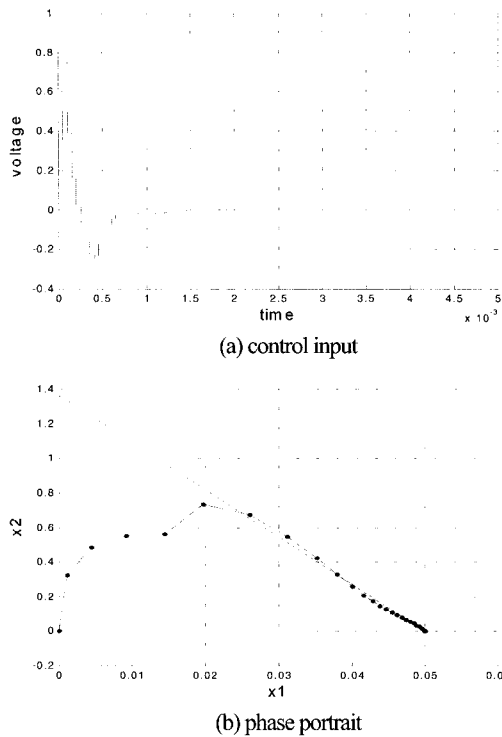


그림 8. 상태를 매칭 시켰을때의 제어 입력과 phase portrait.  
Fig. 8. Control input and phase portrait when state is matched.

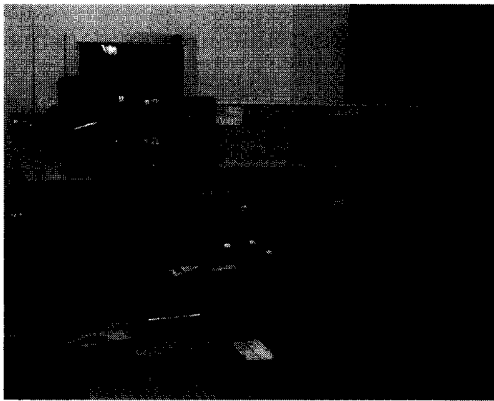


그림 9. 레이저 마킹 시스템.  
Fig. 9. Laser Marking System.

그림 8(a)와 (b)는 이 방법을 사용했을 때의 모습으로 저크(jerk)가 전혀 발생하지 않고 제어입력 연속을 유지하고 있는 모습을 볼 수 있다.

### V. 실험결과

제안된 제어기를 적용한 시스템은 TMS320C31을 사용하였고 A/D, D/A converter는 각각 16bit를 사용하였으며 20kHz의 Sampling rate를 사용하였다. 그림 9는 레이저 마킹 시스템이다. 다음은 Case 1,2에 대해 앞에서 제안한 슬라이딩 평면 근처에 경계층을 갖는 이산시간 슬라이딩 모드 제어기를 이용한 시뮬레이션 및 실험 결과를 보여준다.

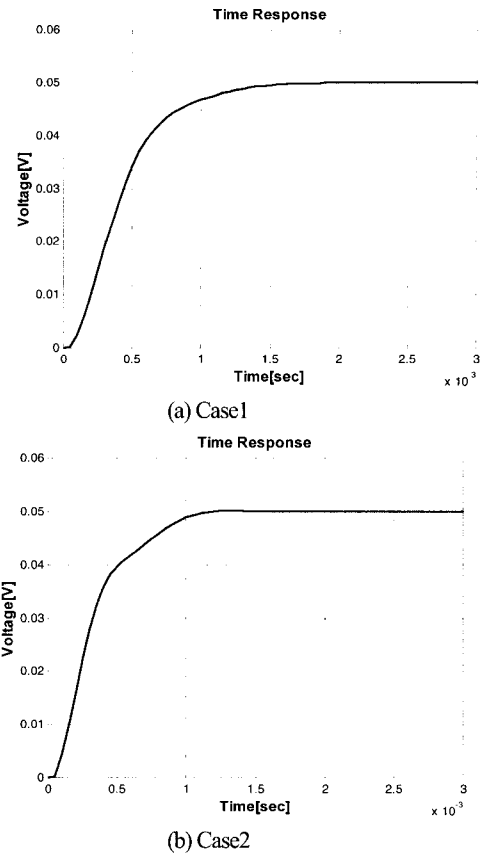


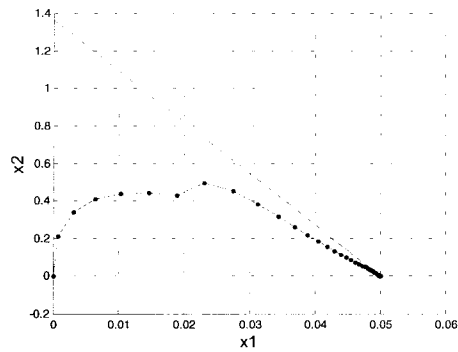
그림 10. 계단 입력에 대한 시간 응답(Case 1,2).  
Fig. 10. Time response for step input(Case 1,2).

$$\text{Case 1: } \lambda_1 = 0.75, \lambda_2 = 0.8, \lambda_3 = 0.25$$

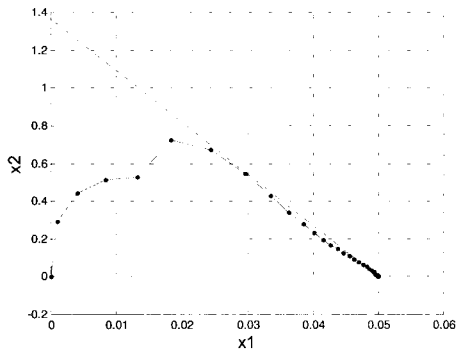
$$\text{Case 2: } \lambda_1 = 0.75, \lambda_2 = 0.73, \lambda_3 = 0.25$$

여기서  $\lambda_1$ 은 슬라이딩 평면을 결정하게 되는 값이고,  $\lambda_2$ 는 슬라이딩 평면 근처의 경계층까지 도달하기 위한  $w_0$  값이고,  $\lambda_3$ 는 경계층 안으로 들어갔을 때  $w_0$  값이다. 그림 10(a),(b)는 Case 1과 2에 따른 0.05V의 계단 입력에 대한 시스템의 시간 응답 시뮬레이션 결과를 보인 것이다. 그림 9(a)에서는 1.7msec의 정착시간을 보인 반면 그림 9(b)에서는 1.3msec의 정착 시간을 보여 0.4msec 정도의 정착시간을 단축시킨 것을 볼 수 있다. 그림 11(a)와 (b)에서는 Case 1,2 경우에 대한 phase Portrait를 보인 것으로 처음  $w_0 = \lambda_2$ 에 의해 느린 수렴속도로 슬라이딩 평면에 접근하다가 일정 밴드에 도달하면  $w_0 = \lambda_3$ 에 의해 빠른 속도로 슬라이딩 평면 수렴하는 것을 보여주고 있으며 선형제어기에 의해 슬라이딩 모드를 일으킴으로써 슬라이딩 평면 근처에서 채터링 현상이 거의 발생하지 않으면서 원하는 위치에 도달하고 있음을 볼 수 있다. 실제 실험인 그림 12(a)와 (b)는 시뮬레이션 결과와 거의 같은 결과를 보여주고 있고 그림 13(a)와 (b)의 제어입력에서는  $\lambda_2$ 의 영향으로 Case 2의 제어 입력이 0.2V정도 높아진 것을 볼 수 있다.





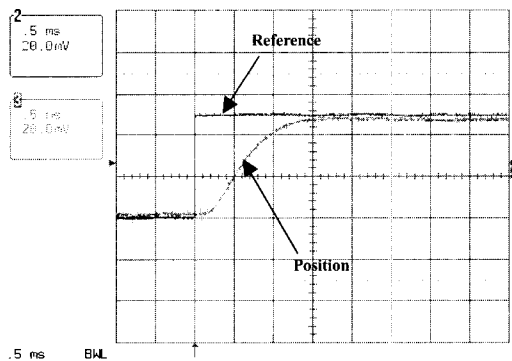
(a) Case 1



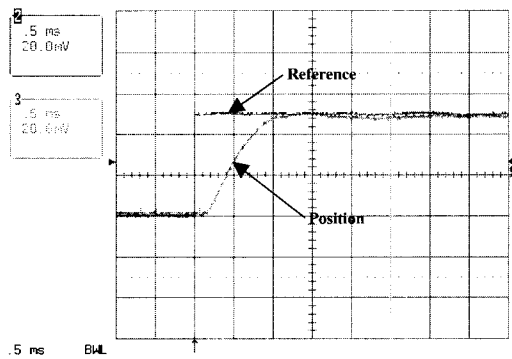
(b) Case 2

그림 11. 계단 입력에 대한 phase portrait(Case 1,2).

Fig. 11. Phase portrait for step input(Case 1,2).



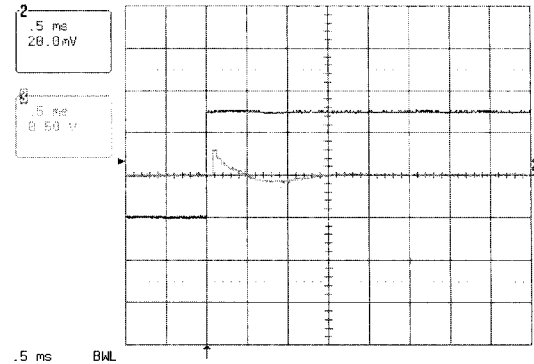
(a) Case 1



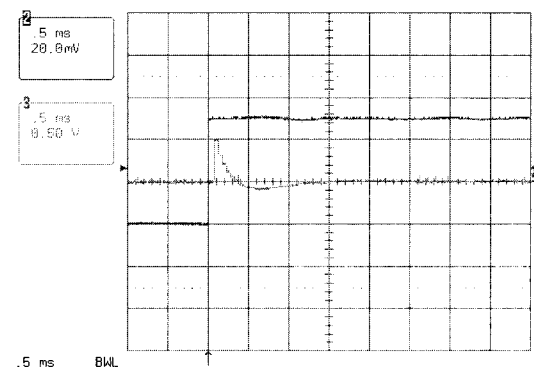
(b) Case 2

그림 12. 계단 입력에 대한 시간 응답(Case 1,2).

Fig. 12. Time response for step input(Case 1,2).



(a) Case1



(b) Case2

그림 13. 계단 입력에 대한 제어 신호(Case 1,2).

Fig. 13. Control signal for step input(Case 1,2).

## VI. 결론

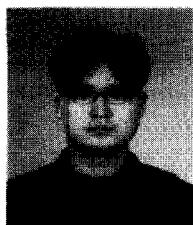
본 논문은 레이저 마킹 시스템이 요구하는 빠른 응답특성과 외부 외란에 대한 강인성을 위하여 이산시간 슬라이딩 모드 제어를 설계하는 기법에 대해 보여주었다. 페루프 시스템이 원하는 고유 값을 가지도록 하기 위해 기존에 연속시간에서만 적용되어졌던 Ackermann의 공식을 이산시간에서 슬라이딩 평면과 선형제어를 설계 하는데 사용되어졌고 비선형 제어가 선형제어로 설계됨으로써 슬라이딩 평면에 도달하는 수렴속도를 조절할 수 있을 뿐만 아니라 채터링 현상을 줄이도록 하였다. 또한 슬라이딩평면에 수렴하는 속도를 결정하는 변수와 비선형제어의 크기값을 같게 사용함으로써 고유값의 이동 없이 원하는 고유값을 얻을 수 있도록 하였고 Ackermann의 경우 아무런 의미를 갖지 않던 변수값이 슬라이딩 평면에 도달하는 수렴속도를 결정할 수 있게 되었다. 또한 마지막으로 슬라이딩 평면 근처에 밴드를 도입함으로써 공진의 여기를 최소화하면서 빠른 응답을 갖도록 하였다. 시뮬레이션과 실험을 통하여 제시된 제어기의 성능을 보여주었다.

## 참고문헌

- [1] V. Utkin, Jurgeon Guldner and Jingxin Shi, "Sliding mode control electromechanical systems," 1999.
- [2] V. Utkin, "Variable structure system with sliding modes," *IEEE Trans, Auto. Control*, vol. ac-22, no. 2, Apr., 1977.



- [3] C. Edwards and S. K. Spurgeon, "Sliding mode control," *Taylor & Francis*, 1998.
- [4] D. Milosavljevic, "General conditions for the existence of a quasi-sliding mode on the switching hyperplane in discrete variable structure systems," *Automat. Remote Contr.*, vol. 46, pp. 307-314, 1985.
- [5] Y. Dote and R.G. Hoft, "Microprocessor based sliding mode controller for dc motor drives", *presented at the Ind. Applicat. Soc. Annu. Meeting*, Cincinnati, OH, 1980.
- [6] J. Y. Hung, W. Gao, J. C. Hung, "Variable structure control : a survey", *IEEE Trans. on, Ind. Electron.*, vol. 40, no. 1, pp. 212-222, 1993.
- [7] S. Z. Sapturk, Y. Stefanopoulos, and O. Kaynak, "On the stability of discrete-time sliding mode control systems," *IEEE Trans. on Automatic, Control*, vol. 32, no.10, pp. 930-932, 1987.
- [8] K. Furuta, "Sliding mode control of a discrete system," *Systems & Control Letters*, vol. 14, pp. 145-152, 1990.
- [9] W. Gao, Y. Wang, and A. Homaifa, "Discrete-time variable structure control systems," *IEEE Trans. on, Ind. Electron.*, vol. 42, pp. 117-122, Apr., 1995.
- [10] C. Y. Chan, "Robust discrete-time sliding mode controller," *Systems & Control Letters*, vol. 23, pp. 371-374, 1994.
- [11] S-H. Lee, S.-E. Baek, and C. C. Chung, "Design of a servomechanism with sliding mode for a disk drive actuator," *Proc. of Conf. On Decis. Cont.*, Phoenix, AZ, USA, pp. 5253-5258, Dec. 1999.
- [12] J. Ackermann, and V. Utkin, "Sliding mode control design based on ackermann's formula," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 43, no.2, pp. 234-237, Feb 1998.
- [13] W. C. Su, S. Drakunov, and U. Ozguner, "Implementation of variable structure control for sampled-data systems," *Chapter in the book Robust Control via Variable Structure and Lyapunov Techniques*, Springer-Verlag, vol. 217, pp. 87-106, 1996.
- [14] C. C. Chung, C.-W. Lee, S.-H. Lee, "Discrete-time sliding mode control for the dual-stage actuator of hard disk drives," *J. Info. Storage Proc. Syst.*, vol. 3, pp. 71-78, 2001.
- [15] A. J. Koshkouei and A. S. I. Zionber, "Discrete-time sliding mode control design," *IFAC*, vol. 13, pp. 481-486, 1996.
- [16] G. F. Franklin, J. D. Powell, and M. Workman, "Digital control of dynamic systems," Addison Wesley, 1997.
- [17] W.-C. Su, S. V. Drakunov, and U. Ozguner, "An  $O(T^2)$  boundary layer in sliding mode for sampled-data system" *IEEE Transaction on automatic control* vol. 45, no 3, pp. 482-485, 2000.



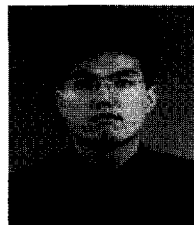
#### 이 충 우

1973년 8월 1일생. 1999년 한남대학교 전자 공학과 졸업. 2001년 한양대학교 전자통신전과 공학과 석사. 2001년 ~ 2003년 LG전자 DM 연구소 DCT Gr. 주임 연구원. 담당 업무 : 차세대 저장장치 시스템 제어 2003년 ~ 현재 한양대학교 전자통신전과 공학과 박사과정. 관심 분야는 슬라이딩 모드 제어, 디스크 드라이브 서보 제어, 듀얼 액츄에이터 정밀 제어, 광 정보 저장 장치 제어, 나노 스테이지 정밀 제어 등임.



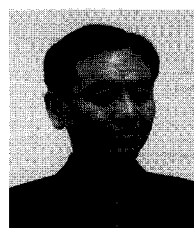
#### 최 재 모

1975년 6월 18일생. 2001년 단국대학교 전자공학과 졸업. 2003년 한양대학교 전자통신전과공학과 석사. 현재 삼성 테크윈 광 디지털 시스템 사업부. 관심분야는 슬라이딩모드 제어, 디스크드라이브 서보제어, 마이크로 로봇 위치제어 등임.



#### 채 수 경

1974년 8월 15일생. 2000년 원광대학교 제어계측공학과 졸업. 2003년 한양대학교 전자통신전과 공학과 석사. 2003년~ 현재 삼성전자 Digital Printing 사업부 연구원. 관심분야는 슬라이딩모드제어, 프린팅엔진 펄웨어, 임베디드 시스템 등임.



#### 정 정 주

1958년 9월 5일생. 1981년 서울대 전기 공학과 졸업. 1983년 동 대학원 석사. 1993년 USC 공학 박사. 1983년 ~ 1985년 LG전자 중앙연구소 주임 연구원. 담당 업무: 로봇 제어, 복사기 드럼 온도 제어. 1985년 ~ 1987년 IBM Korea 담당 업무: 구매 및 품질 관리. 1994년 ~ 1997년 삼성종합기술원 수석 연구원. 담당 업무: 디스크 드라이브 서보 개발 시스템 팀장. 1997년 ~ 현재 한양대학교 전자전기컴퓨터공학부 부교수. 2000년 ~ 2002년 Asian Journal of Control Associate Editor. 2001년 ~ 2002년 제어 자동화 시스템 학회 편집이사, 현재 IJAS Editor. 2003년 IEEE Conference on Decision and Control Associate Editor. 2000년 ~ 현재 ICASE 제어이론 연구회 회장.