

신경망 이론을 적용한 납삽입 적층 고무베어링의 비선형 모델링 기법에 관한 연구

A Study on the Nonlinear Modeling of Lead Rubber Bearings by a Neural Network Theory

허영철* 김영중** 김병현**
Huh, Young-Cheol Kim, Young-Joong Kim, Byung-Hyun

국문요약

본 논문에서는 납삽입 적층 고무베어링의 비선형 모델링에 대해 신경망 이론을 적용한 수학적 모델링 기법을 제안하였다. 신경망 모델의 수치검증을 위해 납삽입 적층 고무베어링이 설치된 프레임 축소모델의 진동대 실험 자료가 사용되었는데, 제안된 신경망의 학습 및 예측을 위한 하중 자료로써 백색잡음과 세 종류의 지진파를 선택하였다. 지진파의 경우 PGA의 세기를 달리하여 신경망 모델의 계산정도를 고찰하였다. 그 결과, 납삽입 적층 고무베어링의 전단변위가 신경망의 학습 영역을 벗어나지 않는 경우 실험결과와의 복잡한 이력곡선을 잘 추종하였고 신경망 이론에 의한 비선형 모델링 기법이 유용하게 활용될 수 있다는 가능성을 확인할 수 있었다.

주요어 : 신경망 이론, 비선형 모델링, 납삽입 적층 고무베어링, 진동대 실험

ABSTRACT

In this paper, a nonlinear modeling of lead rubber bearings(LRBs) was presented by a neural network theory. An shaking table test for a scaled frame model, of which base was isolated by the LRBs, was performed to verify numerical accuracies of the neural network model. White noise and three types of seismic records were adopted as base loads of the shaking table in order to train and generalize the neural network. In case of seismic loads, numerical results of the neural network model were evaluated according to different magnitudes of PGA. As results, it is concluded that the presented neural network model has given a good agreement with the experimental data in details and can be useful to a nonlinear modeling of LRBs within prescribed domains.

Key words : neural network theory, nonlinear modeling, lead rubber bearing, shaking table test

1. 서 론

풍하중 또는 지진하중을 받는 건물, 교량과 같은 대형 구조물의 동응답 감소를 위해 점성 감쇠, 마찰감쇠 및 이력 감쇠특성 등을 이용한 에너지 소산장치가 종종 이용된다. 이 중에서 재료의 이력 감쇠 특성을 이용한 납삽입 적층 고무베어링은 적층 고무의 낮은 강성과 중앙에 삽입된 납봉의 높은 에너지 흡수 성질 등 좋은 설계 조건을 갖고 있기 때문에 지진에 의한 상부 구조물의 손상을 방지하기 위한 지진격리 장치로 많이 활용되고 있다.

납삽입 적층 고무베어링은 고무 강성의 비선형성과 삽입된 납봉의 소성변형에 따른 강성변화 등에 의한 비선형성이 매우 크므로, 제작 후 전단시험에 의한 동특성 평가가 필요하다. 국내에서는 납삽입 적층 고무베어링의 동특성 평가를 위한 많은 실험적 연구가 수행되었고^{(1)~(3)}, 이러한 비선형 이력특성을 수치적으로 모델링하기 위해 여러 가지 형태의 수학적 모델식이 제안되고 있다. 이 중에서 Wen⁽⁴⁾이 제안한 Bouc-Wen 모델은 특성 계수 값의 변화에 따라 다양한

형태의 이력 형상을 표현할 수 있다는 장점 때문에 건축, 토목분야의 비선형 해석 프로그램으로 잘 알려진 SAP2000 및 3D-BASIS 등에서 지진격리 장치의 모델링을 위한 비선형 요소로 활용되고 있다.

Bouc-Wen 모델에서 이력형상을 결정짓는 특성 계수들은 대상 지진격리 장치의 전단시험으로부터 매번 추정되어야 하나, 많은 시험에 의해 이미 그 형상이 잘 알려진 납삽입 적층 고무베어링의 경우에는 이력형상과 관련된 특성 계수를 미리 결정한 후 남의 항복변위, 항복 전후의 강성비 등과 같은 나머지 설계변수 값을 추정하는 방법이 사용되기도 한다.⁽⁵⁾ 이 경우 단순조화 하중에 의한 전단시험과 같이 비교적 간단한 특성 실험으로부터 설계변수 값을 추정할 수 있다는 장점이 있으나, 수평하중의 재하속도에 따른 특성 변화를 고려하기 어려운 단점이 있다. 실제로, 납삽입 적층 고무베어링의 경우 재하속도에 따른 변위-하중의 특성 변화가 존재하며⁽²⁾, 이로 인해 지진파와 단순조화 하중에 의한 이력곡선들은 다소 다른 특성을 보이기도 한다. 재하속도에 따른 이력특성 변화를 파악하기 위해서는 주파수 별로 수많은 반복 실험을 수행해야 하는 한편, 이를 적절히 고려할 수 있는 특성 설계변수를 추출하기도 쉬운 일은 아니다.

인간 두뇌의 학습 및 연상기억 능력을 모사하기 위해 시작된 신경망 이론은 최근 이를 이용하여 비선형 점성감쇠

* 정회원 · 한국기계연구원 구조연구부 선임연구원(내표 저자 : ychuh@kimm.re.kr)

** 정회원 · 한국기계연구원 구조연구부 선임연구원

*** 정회원 · 한국기계연구원 구조연구부 책임연구원

본 논문에 대한 토의를 2004년 10월 30일까지 학회로 보내 주시면 그 결과를 게재하겠습니다.
(논문접수일 : 2004. 6. 11 / 심사종료일 : 2004. 7. 6)

요소를 효율적으로 모델링하려는 적용 연구가 시도되고 있다.^{(6), (7)} 신경망 이론을 이용한 모델링에서는 수학적 모델링에 사용되는 특성 계수가 필요하지 않고, 입력층과 출력층 사이에 배치되는 뉴런과 이들을 연결하는 시냅스 연결강도를 조절함으로써 전달함수와 같은 역할을 수행할 수 있다. 따라서 잘 정의된 변위입력에 대한 전단하중 계측결과를 학습 자료로 활용한다면 한 번의 전단시험 결과만으로 대상 지진격리 장치의 이력특성을 효율적으로 추정할 수 있다는 장점이 있다.

본 연구에서는 신경망 이론 중에서 널리 사용되고 있는 다층 퍼셉트론 구조의 신경망을 구성하여 납삽입 적층 고무베어링의 동특성 모델링에 적용하였다. 제안된 신경망의 학습(training)과 예측(prediction) 정도를 확인하기 위해 납삽입 적층 고무베어링이 적용된 6층 프레임 구조물 모델의 지진응답 실험 결과⁽⁸⁾를 이용하였다. 신경망의 학습을 위해 RMS 0.2g 가속도 크기의 백색잡음에 의한 대상 지진격리 장치의 변위-하중 계측결과를 이용하였고, 새로운 전단변위 입력에 대한 전단하중의 예측정도 확인을 위해 Kobe, Taft 및 Elcentro 지진파에 대한 계측결과를 이용하였다. 아울러, 대상 지진격리 장치의 전단시험 결과로부터 추정된 설계변수를 이용하여 구성된 Bouc-Wen 모델을 이용하여 동일한 예제 계산을 수행하고 신경망 이론에 의한 계산결과와 비교하였다. 예제 계산 결과로부터 신경망 이론을 적용한 비선형 모델링이 충분히 유용할 수 있음을 확인하였다.

2. 납삽입 적층 고무베어링의 수학적 모델

2.1 Bouc-Wen 모델

Wen이 제안한 Bouc-Wen 모델은 특성 계수 값의 변화에 따라 다양한 형태의 이력형상을 표현할 수 있으며, 단축 방향의 경우 이력형상에 관한 모델식은 다음과 같다.⁽⁴⁾

$$\dot{z} = A\dot{u} - \gamma|\dot{u}|^{p-1}z - \beta\dot{u}|z|^n \quad (1)$$

여기서, z 는 무차원 이력 특성치, $|z| \leq 1$

u, \dot{u} 는 단축방향의 전단 변위, 속도

A, γ, β 는 이력형상을 결정하는 형상 계수

Bouc-Wen 모델을 기초로 Nagarajaiah⁽⁹⁾ 등이 제안한 elastomeric bearing에 대한 이력형상 모델과 비선형 복원력은 (2), (3)식과 같으며, 특히 많은 실험에 의해 그 형상이 잘 알려진 납삽입 적층 고무베어링에 대한 형상 계수 값으로서 $A = 1.0$, $\gamma = \beta = 0.5$ 을 사용하고 있다.

$$\dot{z}Y = A\dot{u} - z^2[\gamma sgn(\dot{u}z) + \beta] \dot{u} \quad (2)$$

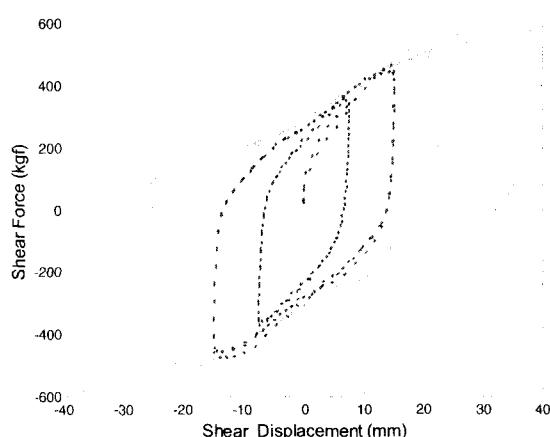
$$F = \alpha k_1 u + (1 - \alpha)k_1 Yz \quad (3)$$

여기서, Y 는 항복 변위, $\alpha = \frac{k_2}{k_1}$,

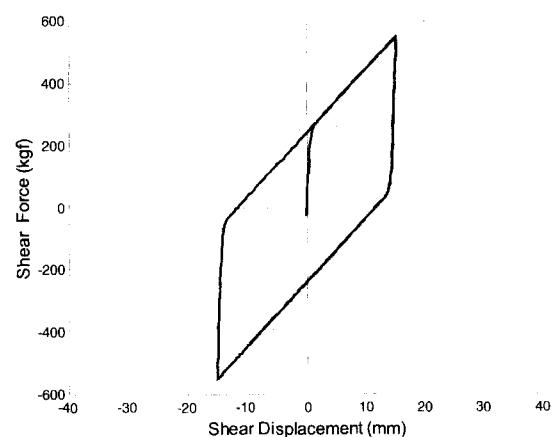
k_1 는 초기 강성, k_2 는 항복 후 강성

$$sgn(\dot{u}z) = 1 (\dot{u}z > 0), sgn(\dot{u}z) = -1 (\dot{u}z < 0)$$

대상 지진격리 장치로써 납삽입 적층 고무베어링을 택하여 이에 대한 특성 실험을 수행하고, (3)식의 설계 변수들을 추정하였다. 당 연구원에서 자체 제작한 이축 특성시험기를 이용하여 특성실험을 수행하였는데 수직방향의 액추에이터에 의한 하중을 2ton으로 일정하게 유지시킨 상태에서 수평방향의 변위-하중에 대한 이력특성을 파악하였다.⁽⁸⁾ 한편, 본 논문에서 관심 있는 변위 영역이 $\pm 15mm$ 이하이므로, $\pm 8mm$ 와 $\pm 15mm$ 의 변위-하중 곡선 사이의 중간영역에서 곡선적합을 통해 대표적인 설계 변수들을 추정하였다. 대상 납삽입 적층 고무베어링의 변위-하중 곡선 및 추정된 설계 변수들을 그림 1과 표 1에 보였다. 한편, 표 1의 characteristic strength Q는 이력곡선이 하중 축을 통과할 때의 하중 크기이며 Bouc-Wen 모델의 이력곡선에서는 항상 일정한 지점을 통과하게 된다.



(a) 특성 시험 결과



(b) 설계 변수 추정을 위한 곡선적합

그림 1 대상 납삽입 적층 고무베어링의 변위-하중 곡선

표 1 대상 납삽입 적층 고무베어링의 설계변수 추정 결과

설계변수	추정 값
초기강성 k_1	560 kgf/mm
항복 후 강성 k_2	21 kgf/mm
강성비 α	0.037
characteristic strength Q	240 kgf
항복변위 Y	0.4434 mm

2.2 신경망 이론을 이용한 모델

인간 두뇌의 학습 및 연상능력을 모사하는 것에서부터 출발한 신경망 이론은 주로 패턴인식 문제를 해결하기 위한 방안으로 적용되어 왔다. 그러나 비선형 요소가 포함된 계의 비선형 곡선적합 문제에서 개선된 해를 줄 수 있는 것으로 알려지면서 입출력의 사상(mapping)에 의한 함수근사 문제에도 적용되고 있다.

신경망 구조는 기본적으로 다수의 뉴런(neuron)들로 구성된다. 각각의 뉴런에서는 입력 x_j 를 받아들여 가중치 w_{kj} 를 곱하고 이를 모두 더한 다음 활성화 함수(activation function)를 통과시켜 출력 y_k 를 얻는다. 단 층 구조에서 뉴런의 기본 연산과정은 다음과 같다.

$$v_k = \sum_j w_{kj} x_j + b \quad (4)$$

$$y_k = \phi(v_k) \quad (5)$$

여기서, x_j, y_k 는 입력과 출력

w_{kj} 는 시냅스 연결강도(synaptic weights)

b 는 편차(bias)

$\phi(\cdot)$ 는 활성화 함수

만일 복잡한 이력특성을 갖는 비선형 요소에서 현재의 출력 y_t 가 현재의 입력 x_t, \dot{x}_t 와 과거의 입력 $x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-m}, \dot{x}_{t-1}, \dot{x}_{t-2}, \dots, \dot{x}_{t-n}$ 에 의해서 결정될 수 있고 적절한 전달함수 F 가 존재한다면 함수의 입출력 관계식은⁽⁷⁾ 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$y_t = F(x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-m}, \dot{x}_{t-1}, \dot{x}_{t-2}, \dots, \dot{x}_{t-n}) \quad (4)$$

여기서, t 는 시간 지수

x_t 는 현재의 입력(변위)

\dot{x}_t 는 현재의 입력(속도)

m, n 는 각각 과거 입력의 개수

본 논문에서는 신경망 구조 중에서 보편적으로 사용되고 있는 다층 퍼셉트론을 이용하여 3개의 은닉층(hidden layer)과 하나의 출력층(output layer)으로 구성된 4층 구조의

신경망을 제안하였다. 입력층의 뉴런을 포함하여 총 36개의 뉴런을 배치하고, 비선형 활성화 함수로써 hyperbolic tangent sigmoid 함수를 사용하였다. 한편, 신경망을 구성하는 뉴런과 층의 개수 결정에 있어서 몇 개가 타당한 것인가에 대해 현재까지 밝혀진 바는 없다. 다만, VC차원 이론에 근거하여 학습 패턴수를 결정하는 방법이 제안되어 있고⁽¹⁰⁾, 이를 바탕으로 전체 뉴런의 수를 결정하였다.

제안된 신경망의 학습을 위해 진동대 가속도 크기가 RMS 0.2g인 백색잡음에 대한 변위-하중 계측결과를 이용하였다. 일반적으로 지진파의 주파수는 대부분 33 Hz 미만의 영역에 존재하는 것으로 알려져 있으나, 지배적인 주파수의 특성은 발생 지역마다 다르고 사전에 예측하기도 불가능하므로 33 Hz 미만의 주파수 영역에서 고른 가속도 분포 특성을 갖는 백색잡음에 대한 실험 결과를 학습 자료로 선정하였다. 학습 방법으로써 오차보정 방법 중의 하나인 오류역전파 알고리즘(back propagation)을 이용하여 오차 에너지의 RMS 값이 수렴할 때까지 여러 차례에 걸쳐 반복 학습하였으며 연결강도의 개선은 일반화된 델타규칙(generalized delta rule)을 따랐다. 신경망의 학습에 사용된 백색잡음에 대한 실험 자료와 이를 활용한 학습결과를 그림 2에 보였다. 그림 2에서 볼 수 있듯이 학습영역은 전단변위 $\pm 8\text{mm}$ 이내의 구간이며, 일부 영역에서의 약간의 오차를 감안하더라도 충분히 학습된 것으로 판단된다. 한편, 입력으로 활용된 전단 속도는 전단 변위의 수치미분으로부터 계산된 값을 적용하였다.

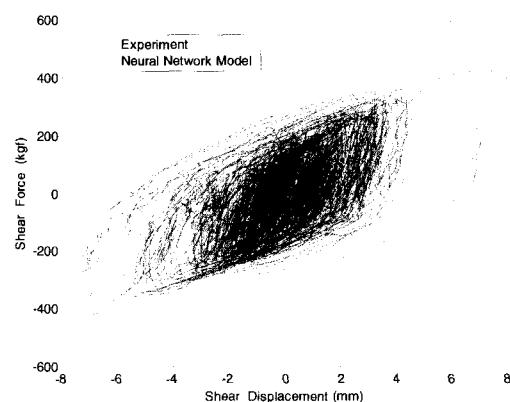


그림 2 백색잡음에 대한 변위-하중 자료를 적용한 신경망 학습 결과

3. 지진파에 대한 예제 계산

대상 납삽입 적층 고무베어링을 적용한 6층 프레임 구조물에 대해서 단축 방향으로 지진응답 실험을 수행하였다.⁽⁸⁾ 대상 구조물의 층간 높이는 약 3.5m로써 각 층마다 4개의 원형 기둥과 직사각형 후판으로 구성되고, 총 중량은 약 8 ton이다. 납삽입 적층 고무베어링은 구조물 기초부의 각 코너에 총 4개가 설치되었고, 변위계와 하중계를 사용하여 납삽입 적층 고무베어링의 전단변위 및 전단하중을 측정하였다. 지진파의 주파수 특성과 세기에 따른 영향을 파악하기

위하여 Kobe 지진파, Taft 지진파 그리고 Elcentro 지진파를 택하여 각각 PGA 0.4g, 0.7g 두 가지 경우에 대한 지진응답 실험결과를 예제 대상으로 정했다. 아울러, 측정된 전단변위가 입력으로 주어졌을 때 대상 지진격리 장치의 수학적 모델에서 계산되는 전단하중의 결과가 실험결과와 어느 정도 부합되는지를 살펴보기 위해 Bouc-Wen 모델과 신경망 모델을 이용한 수치계산을 수행하였다. Bouc-Wen 모델의 경우 시간증분의 크기를 적응적으로 조절하면서 비교적 빠른 수렴성을 갖는 Runge-Kutta-Fehlberg 기법을 이용하여 (2), (3)식으로부터 전단하중(F)을 계산하였고, 신경망 모델의 경우 (4)식의 함수 근사화 방법에 의해 전단하중(y)을 계산하였다. 이 때, 전단 속도 \dot{u} 는 전단 변위 u 의 수치미분으로부터 계산된 값을 적용하였다. 각각의 경우에 대한 수치 계산결과를 그림 4~9에 보였다.

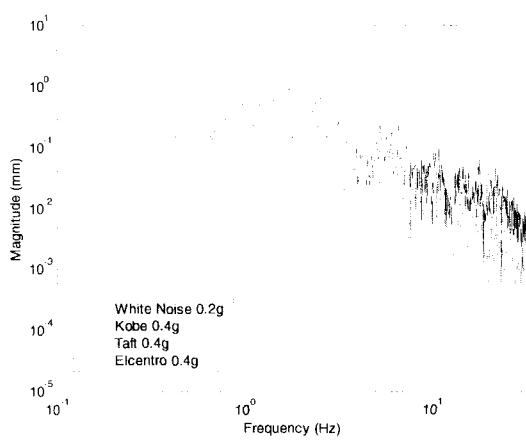
그림 4~6에서 보듯이 신경망 모델에 의한 결과는 Bouc-Wen 모델에 비해 실험결과의 복잡한 이력곡선을 비교적 잘 추종하고 있음을 볼 수 있다. 이는 특성시험으로부터 추정된 Bouc-Wen 모델의 설계 변수 Q, a, Y 등이 특정한 값으로 고정되어 변위 크기에 따른 이력특성의 변화를 고려하지 못하는 반면 신경망 모델은 다양한 입력패턴에 대한 충분한 학습을 통해 이를 적절히 고려할 수 있었기 때문인 것으로 추정된다.

신경망 모델의 학습 영역을 살펴보기 위해 백색잡음 및 각 지진파들에 의한 전단변위의 주파수 분석 결과를 그림 3에 보였다. 학습 자료로 활용된 백색잡음에 의한 전단변위는 전 주파수 영역에 걸쳐 비교적 고르게 분포하고 있다. 지진파 세기 0.4g의 경우 Taft 지진파에 의한 전단변위가 1 Hz 미만의 구간에서 백색잡음에 의한 신경망의 학습 영역을 다소 벗어난 것을 제외하면 각 지진파들에 의해 발생한 전단변위는 대체적으로 학습 영역 내에 포함되어 있음을 볼 수 있다. 특히 Kobe 지진파의 경우 전 구간에서 학습 영역 내에 존재한다. 그러나 지진파 세기 0.7g의 경우 3 Hz 미만의 저주파 구간에서는 학습영역을 모두 벗어나 있으며,

3~10 Hz 구간에서도 다소 벗어나는 구간이 존재한다.

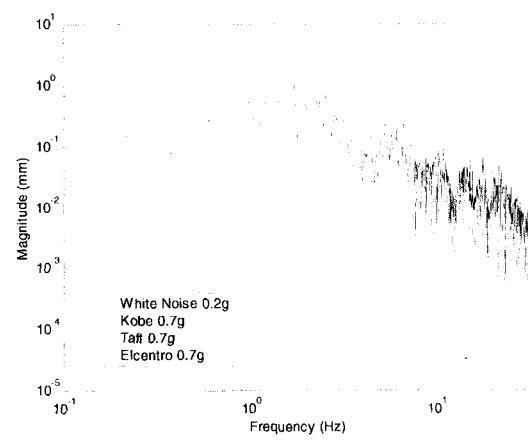
그림 4~6에서 신경망 모델에 의한 전단하중 계산결과를 살펴보면, 지진파 세기 0.4g의 경우 Kobe 지진파에 대한 계산결과가 가장 양호하며, Taft 지진파의 경우 음의 변위 구간에서 일부의 전단하중이 다소 크게 평가된 부분이 있다. 반면 지진파 세기 0.7g의 경우 그림 7~9에서 알 수 있듯이 학습 영역을 벗어난 $\pm 8\text{mm}$ 이상의 변위 구간에서의 전단하중 계산결과는 실험결과의 이력형상을 제대로 추종하지 못하고 있음을 볼 수 있다. 이는 제안된 신경망 모델이 이미 훈련된 학습 패턴을 바탕으로 추정 계산한 외삽에 의한 결과로 판단되며, 현재의 학습 자료로부터 결정된 뉴런의 연결강도가 적합하지 못한 것으로 보인다. 그러나 이러한 계산 오차에도 불구하고 신경망 모델에 의한 계산 결과는 적절한 학습 영역 내에서는 충분히 신뢰할 만한 결과를 준 것으로 판단되고, 그러기 위해서는 학습 자료의 주파수 특성 및 변위 크기가 지진파에 의해 예상되는 변위 영역을 충분히 포함되도록 학습 자료를 결정해야 할 것으로 본다.

Bouc-Wen 모델에 의한 결과를 살펴보면 지진파 종류와 그 세기에 따라 계산 정도가 다르고, 이력형상의 외곽기술과 관련된 항복 전/후 강성의 경우 PGA 0.4g 보다는 0.7g의 계산결과가 실험결과와 잘 부합하고 있음을 알 수 있다. 이는 곡선적합이 $\pm 8\text{mm}$ 과 $\pm 15\text{mm}$ 이력곡선의 중간영역에서 수행된 반면 지진파에 의한 실험결과는 전단변위의 크기에 따라 항복 후 강성의 크기에서 편차를 보이고 특히 PGA 0.4g의 경우 $\pm 8\text{mm}$ 이하의 영역에서는 추정치보다 더 큰 강성을 갖기 때문이다. 아울러, 변위 영의 위치에서 하중 축을 통과하는 characteristic strength Q 의 경우 Bouc-Wen 모델에서는 특정한 값으로 고정되는데 비해 실험결과는 지진파의 종류 및 그 세기에 따라 다양한 값을 갖는다. 이로 인해 $\pm 8\text{mm}$ 이하의 변위영역에서 계산된 전단하중은 실험결과에 비해 다소 과대평가되고 있음을 볼 수 있다. 그러나 그림 4~9에서도 볼 수 있듯이 계산 결과가 지진파 종류 및 세기에 관계없이 일정한 경향을 갖고 있고, 특히



(a) PGA 0.4g 세기의 지진파

그림 3 각 지진파에 대해 납삽입 적층 고무베어링에서 측정된 전단변위의 주파수 응답곡선



(b) PGA 0.7g 세기의 지진파

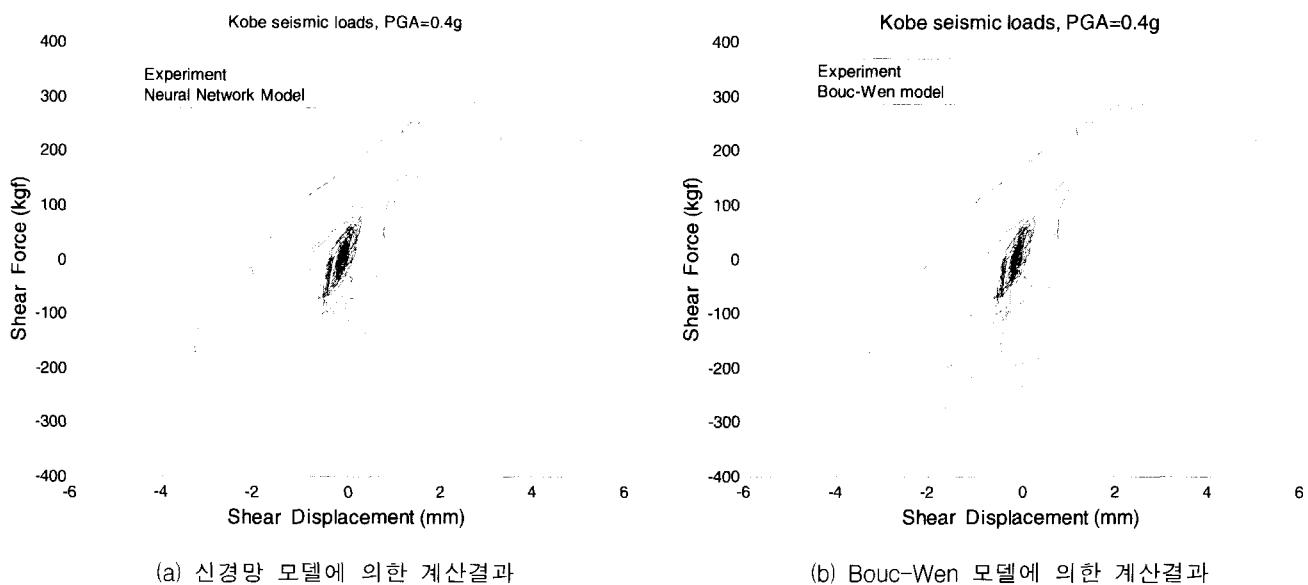


그림 4 PGA 0.4g Kobe 지진파에 의한 납입 적층 고무베어링의 전단하중 결과비교

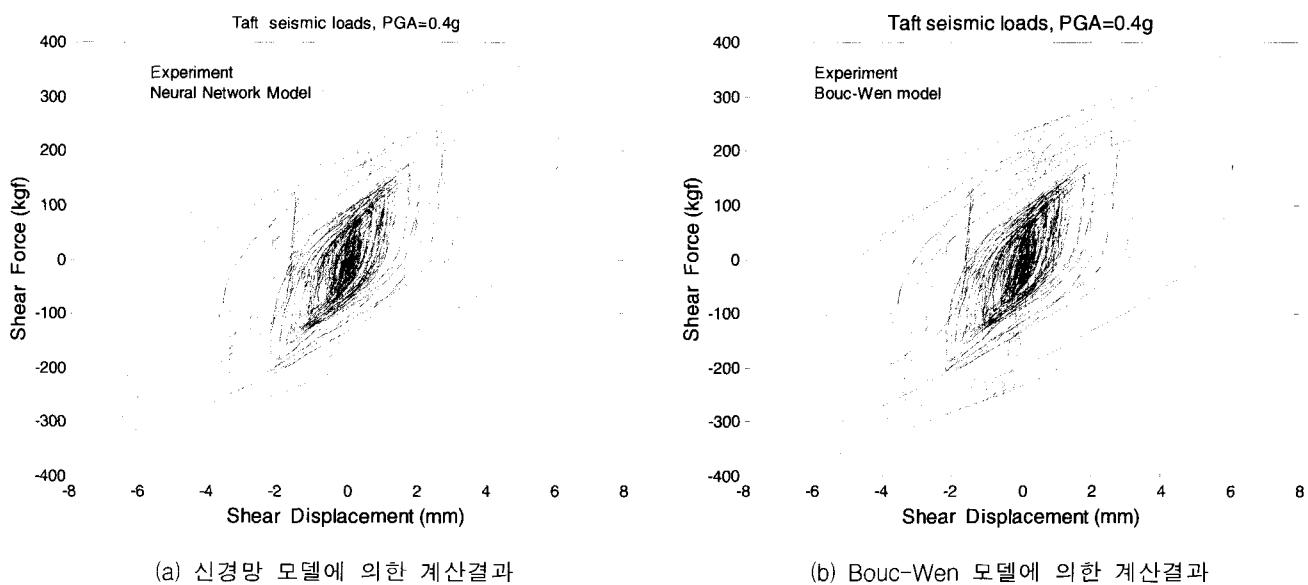


그림 5 PGA 0.4g 세기 Taft 지진파에 의한 납입 적층 고무베어링의 전단하중 결과비교

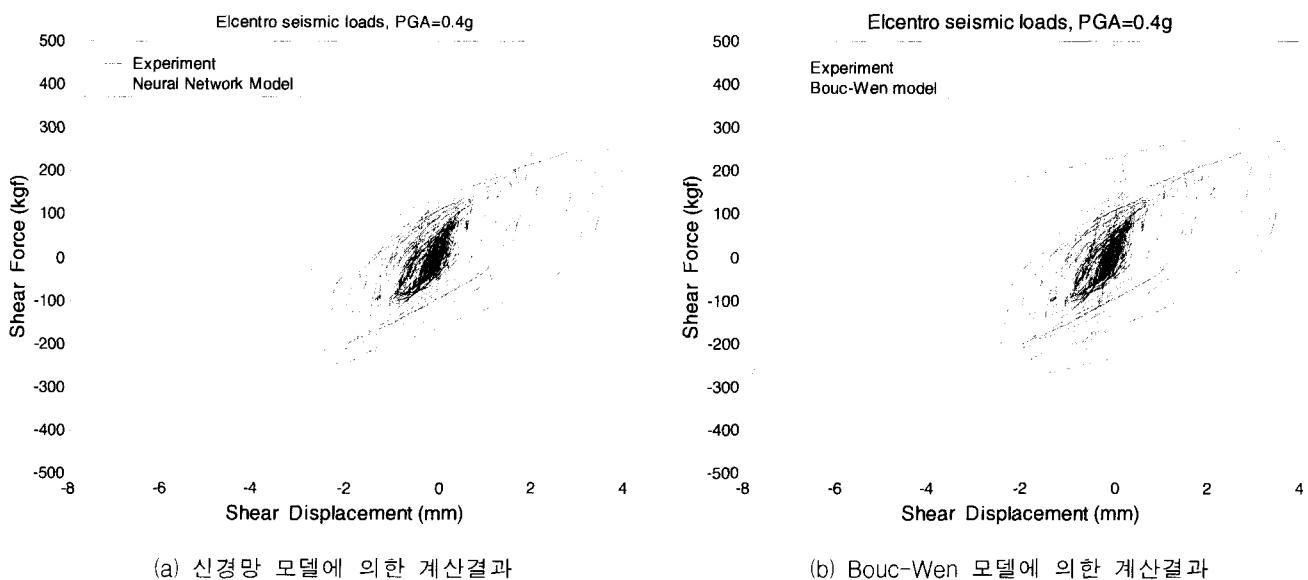


그림 6 PGA 0.4g 세기 Elcentro 지진파에 의한 납입 적층 고무베어링의 전단하중 결과비교

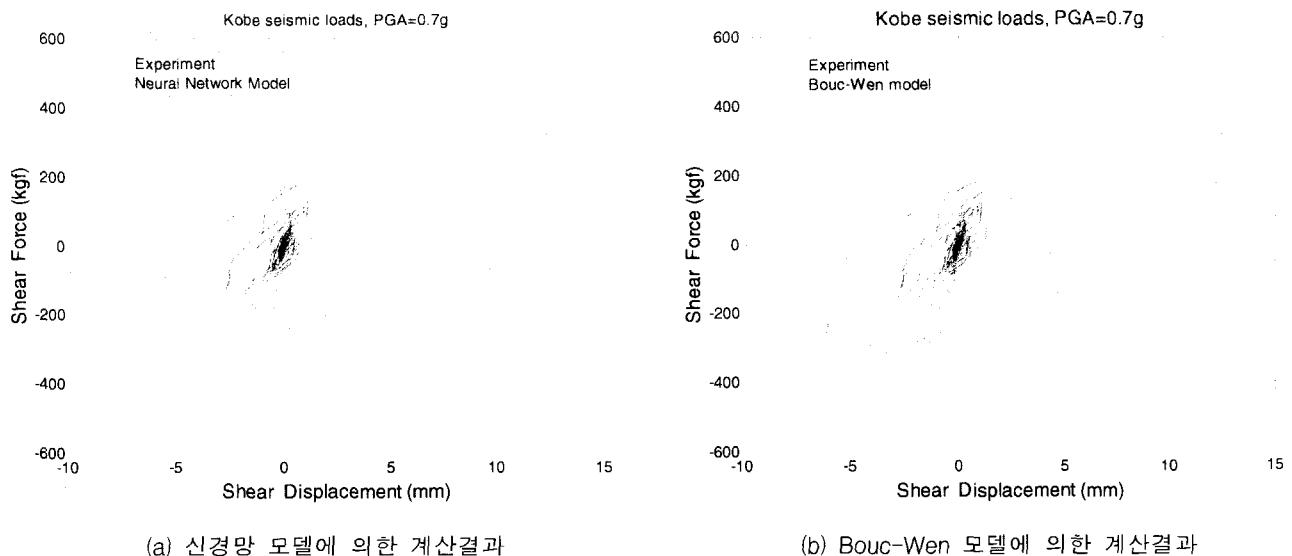


그림 7 PGA 0.7g 세기 Kobe 지진파에 의한 납삽입 적층 고무베어링의 전단하중 결과비교

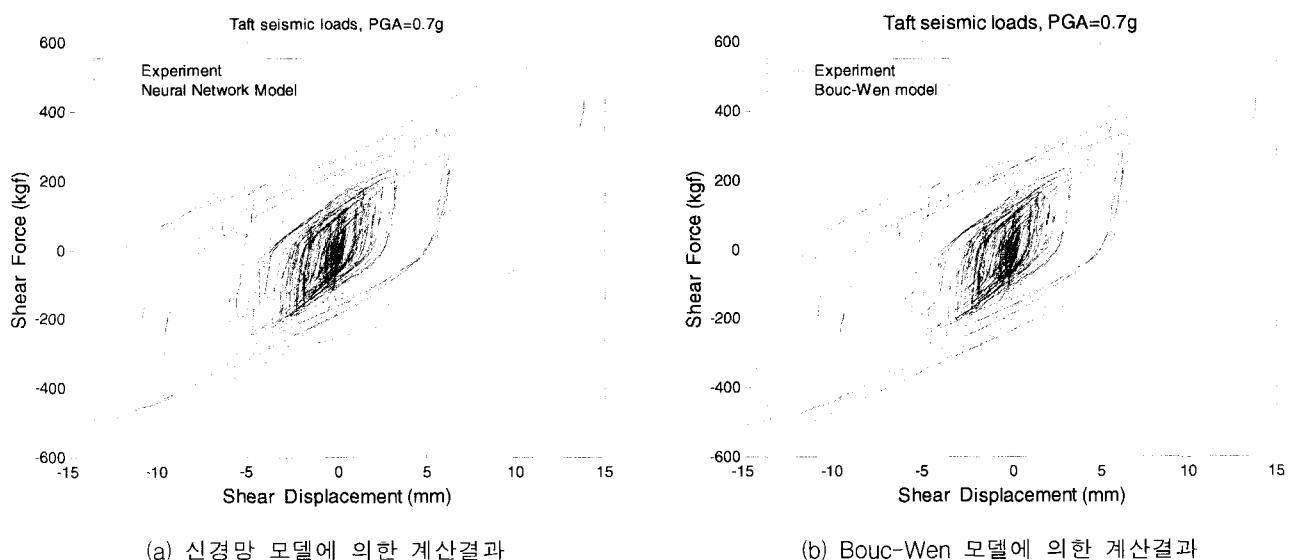


그림 8 PGA 0.7g 세기 Taft 지진파에 의한 납삽입 적층 고무베어링의 전단하중 결과비교

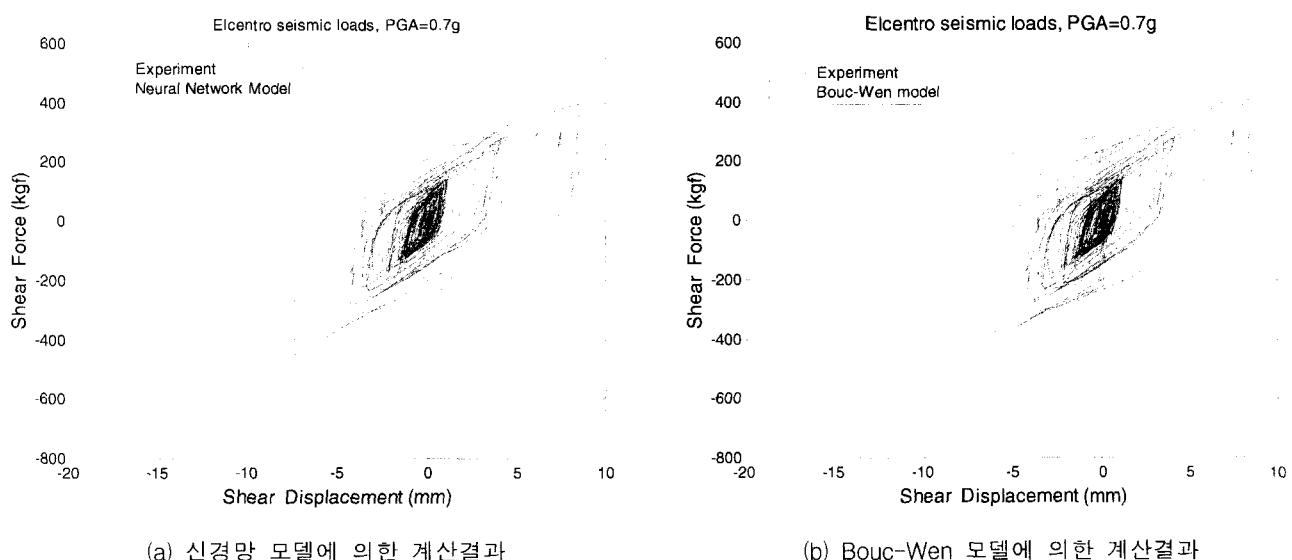


그림 9 PGA 0.7g 세기 Elcentro 지진파에 의한 납삽입 적층 고무베어링의 전단하중 결과비교

최대 전단변위에 대한 하중의 크기가 실험결과와 잘 부합하고 있다는 측면에서 Bouc-Wen 모델은 지진격리 장치의 설계 및 검증에 유용하게 활용될 수 있다.

4. 결 론

신경망 모델에 의한 납삽입 적층 고무베어링의 지진응답 특성 계산으로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 전단변위 최대 값이 학습 영역 내에 포함되는 PGA 0.4g 세기의 지진파에 대한 예제 계산 결과 실험결과의 복잡한 이력곡선을 비교적 잘 추종하며 신뢰할만한 수준의 결과를 얻을 수 있었고, 신경망 모델링 기법을 지진격리 장치와 같은 비선형 요소의 수학적 모델링에 유용하게 적용할 수 있다는 가능성을 확인하였다.
- 2) 그러나, PGA 0.7g 세기의 지진파의 경우처럼 전단변위 최대 값이 학습 영역을 벗어난 입력에 대해서는 출력 결과의 계산 정도가 좋지 못했음을 확인하였다. 이는 이미 훈련된 학습 패턴을 바탕으로 추정된 외삽에 의한 결과로 보이며, 제안된 신경망 모델의 학습으로부터 결정된 뉴런의 연결강도가 적절하지 못하다. 따라서 계산 정도를 개선하기 위해서는 확장된 학습 자료를 이용한 재학습이 필요할 것으로 판단된다.
- 3) 본 연구의 궁극적인 목적은 지진격리 장치가 적용된 상부 구조물의 지진응답 해석기법의 향상에 있으므로, 다음 단계로 상부 구조물을 포함한 전체 계에 대한 응답 해석 및 검증을 통해 신경망 모델링 기법의 활용 가능성 을 검토할 필요가 있다.

후 기

본 연구는 과학기술부의 지원 하에 국가지정연구실 사업으로 수행 중인 “제진장치를 활용한 제진 설계기술 개발” 과제의 일환으로 수행되었다.

참 고 문 헌

1. 김대곤, 이상훈, 김대영, 박칠립, “적층고무베어링과 납고무베어링의 내진 성능에 관한 실험적 평가”, 한국지진공학회논문집, 제2권 제4호, 1998, pp. 53-62.
2. 전영선, 최인길, 유문식, “수평 전단시험에 의한 납 삽입 적층고무베어링의 기계적 특성 평가”, 한국지진공학회논문집, 제5권 제6호, 2001, pp. 1-10.
3. 김두훈, 정길영, “수평 전단시험에 의한 납 삽입 적층고무베어링의 기계적 특성 평가”, 한국지진공학회논문집, 제6권 제2호, 2002, pp. 73-77.
4. Wen, Y. K., "Equivalent Linearization for Hysteretic Systems Under Random Excitation," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 47, 1980, pp. 150-154.
5. Wilson, E. L., *SAP2000 Analysis Reference*, Computers and Structures, Berkeley California, 1998, 419 pp.
6. Barber, A. J., "Accurate Models fro Bushings and Dampers using the Empirical Dynamics Method," *MTS Technical Report*, MTS Systems Corporation, 2000, pp. 1-19.
7. Giacomin, J., "Neural Network Simulation of an Automotive Shock Absorber," *Engng. Applic. Artif. Intell.*, Vol. 4, No.1, 1991, pp. 59-64.
8. 허영철, 김병현, 김영중, 문석준, “납삽입 적층고무 및 마찰진자형 면진장치 적용 구조물의 지진응답 해석”, 한국지진공학회 추계 학술발표회 논문집, 제4권 제2호, 2000, pp. 415-423.
9. Nagarajaiah, S., Reinhorn, A. M. and Constantinou, M. C., "Nonlinear Dynamic Analysis of 3-D Base-Isolated Structures," *Journal of Structural Engineering*, Vol. 117, 1991, pp. 2035-2054.
10. 윤정방 외, “신경망기법을 이용한 대형구조물의 손상도 추정 전산프로그램의 개발”, ‘98 기관고유사업 위탁연구 보고서, 한국표준과학연구원, 1998, 104 pp.