

# 현대화된 GPS 와 Galileo 를 이용한 위치 결정에서의 오차해석

## Error Analysis of Modernized GPS and Galileo Positioning

박 찬 식\*, 황 동 환, 이 상 정  
(Chansik Park, Dong-Hwan Hwang, and Sang Jeong Lee)

**Abstract :** The expected positioning accuracies of civil users utilizing modernized GPS and Galileo are derived using the error analysis in this paper. Since, in general, the performance of DLL, PLL and FLL is proportional to chip lengths and wavelengths, the positioning accuracies from various measurements of modernized GPS and Galileo are derived as function of chip length and wavelength. These results are compared with that from GPS L1 measurement. In absolute positioning, compared to GPS C/A code only case, more than 17 times performance improvement is expected when all civil code signals of modernized GPS and Galileo (L1, L2, L5, E1, E5A and E5B) are used. In relative positioning, compared to GPS L1 carrier phase only case, more than 2 times performance improvement is expected when all civil signals of modernized GPS and Galileo are used. Furthermore, the relationship between GDOP and RGDOP in single frequency case is expanded to general case where multiple frequencies and both code and carrier phase measurements are used.

**Keywords :** GPS, Galileo, error analysis, GDOP, RGDOP

### I. 서론

고의잡음(SA: Selective Availability)이 제거된 이후, GPS를 이용하여 민간인도 쉽게 10m 이내의 정확도로 위치를 구할 수 있지만 아직 측지, 항공기의 이착륙, 차량제어 등의 분야에서는 더욱 정확한 위치를 실시간으로 구하고자 하는 요구가 많다. 뿐만 아니라 이동통신과 결합된 개인 항법, 차량 위치 추적, 미아 찾기 등의 응용에서는 실내에서도 저전력으로 연속적인 위치를 구하고자 하는 요구가 많다. 이러한 요구를 만족시키고 위성항법 시스템의 우위를 유지하기 위하여 미국은 2000년 5월 고의잡음을 제거한 것을 시작으로 2008년 서비스를 목표로 GPS 현대화를 추진 중이다. GPS 현대화에는 L1, L2 대역에 새로운 군용신호 M 코드 추가, L2 대역에 새로운 민간 신호 L2C의 추가, 새로운 대역 L5에 항행용 신호의 추가가 포함된다. 표 1에 GPS 현대화에 의하여 민간이 사용할 수 있는 신호를 정리하였다[1].

한편 미국 위성항법의 독점을 방지하고 시장보호를 위하여 유럽연합은 Galileo라는 위성항법 시스템의 구축을 민간주도로 추진 중이다. Galileo는 2008년 완성 예정이며 GPS와 호환되는 독자적인 위성항법을 목표로 개방(open), 상업(commercial), 안전(safety of life), 공공 규제(public regulated) 서비스 이외에도 수색 및 구조(search and rescue) 서비스를 제공한다. 이중 개방 서비스는 민간이 무료로 사용할 수 있으며 E1, E5A, E5B의 3개 대역을 이용한다. 표 2에 Galileo 개방서비스용 신호의 특징을 나타내었다[2-4].

GPS 현대화와 Galileo에 의하여 사용자는 더 많은 위성신호를 이용할 수 있으므로 더욱 정확한 위치를 얻을 수 있는

장점 이외 도심, 숲 등의 위성 신호 음영지역 감소로 인한 가용성 증가 및 여유도 증가에 의한 신뢰도의 향상 등의 이익을 추가로 얻을 수 있다.

반송파 위상 측정치를 이용하여 수 mm 에서 수 cm의 오차로 위치를 측정하는 측지, 관측 등의 응용에서는 더 많은 이득을 얻을 수 있다. 현재 GPS L1 신호만을 사용하는 경우 미지정수 결정의 성공률이 낮아 반송파 위상 측정치의 사용에 어려움이 있으며, L2까지 사용하는 이중주파수 수신기의 경우에도 L2에 포함된 Y코드를 직접 접근할 수 없어 신호를 제공하는 기법을 이용하므로 오차가 증가하는 단점이 있다[5].

표 1. GPS 현대화에 따른 민간 신호와 그 특징.

Table 1. Characteristics of modernized GPS civil signals.

신 호	L1	L2	L5
반송파 [MHz]	1575.42	1227.60	1176.45
코드길이 [Chips]	1,023	10,230(CM) 767,250(CL)	10,230
칩레이트 [MHz]	1.023	1.023	10.23
비트율 [bps]	50	25	50
변조방식	BPSK(1)	BPSK(1)	QPSK(5)
신호전력 [dBW]	-160	-163	-154
완전 가동시기	현재	2011년 이후	2015년 이후

표 2. Galileo 개방 서비스용 신호와 그 특징.

Table 2. Characteristics of Galileo open service signals.

신 호	E1	E5A	E5B
반송파 [MHz]	1575.42	1207.14	1176.45
칩레이트 [MHz]	1.023	10.23	10.23
비트율 [bps]	200(100)	250(125)	50(25)
변조방식	BOC(1,1)	BPSK(10)	BPSK(10)
신호전력 [dBW]	-155	-155	-155
완전 가동시기	2008년 이후	2008년 이후	2008년 이후

\* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2005. 1. 12., 채택확정 : 2005. 3. 23.

박찬식 : 충북대학교 전기전자컴퓨터공학부

(chansp@cbu.ac.kr)

이상정, 황동환 : 충남대학교 전기정보통신공학부

(eesjl@cslab.cnu.ac.kr/dhwhang@cnu.ac.kr)

※ 본 연구는 2004년도 충북대학교 학술연구지원사업의 연구비 지원에 의하여 연구되었음.

GPS 현대화와 Galileo에 의하여 이러한 문제를 쉽게 해결할 수 있으며, 특히 삼중 주파수를 모두 이용하는 경우 미지정수 결정이 쉬워지고[2], 신뢰도 또한 향상되므로 실시간 정밀 측위를 기대할 수 있다. 따라서 2008년 이후 대부분의 수신기는 GPS와 Galileo를 동시에 처리할 수 있을 것으로 예측되며 이에 따라 정확도의 향상이 기대되지만 아직 이에 대하여 구체적으로 발표된 결과가 없는 실정이다. 본 논문에서는 현대화된 GPS와 Galileo를 이용하는 경우 민간이 얻을 수 있는 정확도를 오차해석으로 통하여 나타내었다.

## II. 절대위치 결정기법에서의 위치오차 및 해석

절대위치 결정기법은 현대의 수신기를 이용하여 수신기의 위치를 구하는 방법으로 미지정수 결정의 어려움으로 반송파와 위상 측정치는 사용하지 못하고 코드 측정치만으로 위치를 구하는 것이 일반적이다. GPS 현대화와 Galileo가 동작하면 사용할 수 있는 모든 측정치를 이용하여 위치를 구하는 것이 유리하며, 이 절에서는 측정치의 종류에 따른 오차의 크기와 해석을 나타내었다.

### 1. 코드 측정치를 이용한 절대 위치오차

현대화된 GPS 환경에서 코드 측정치를 이용하는 방법으로는 L1, L2, L5를 각각 별도로 (단일 코드), 두 개를 묶어서(이중 코드) 혹은 세 개를 모두 사용(삼중 코드)하는 방법이 있을 수 있다. Galileo의 E1, E5A, E5B도 같은 방법으로 처리할 수 있으며, 현대화된 GPS와 Galileo를 모두 사용하는 방법이 추가될 수 있다.

#### 1.1 단일 코드 측정치를 이용한 절대 위치오차

수신기에서 한 종류의 코드 측정치를 이용하여 위치와 시각을 구하는 과정은 다음과 같다.  $m$ 개의 위성에 대하여 선형화된 코드 측정식은 (1)로 나타난다. 여기서 아래 첨자  $i$ 는 주파수를 나타내며 현대화된 GPS의 경우 L1, L2, L5를 Galileo의 경우 E1, E5A, E5B를 각각 나타낸다.  $\rho_i \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  코드 측정치와 계산치의 차,  $G_i \in \mathbb{R}^{m \times 3}$  시선 벡터로 이루어진 행렬,  $r_i \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  항이 모두 1인 벡터,  $\delta x \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  선형화 기준점에 대한 위치오차,  $cB \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$  수신기 시계오차,  $v_i \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  평균 0, 분산  $\sigma_{\psi_i}^2 I_m$  인 측정잡음 벡터이다 [5].

$$\rho_i = \begin{bmatrix} G_i & r_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x \\ cB \end{bmatrix} + v_i \quad (1)$$

(1)에 가중 최소 자승법(Weighted least squares)을 적용하여 구한  $\delta \hat{x}$  과  $c\hat{B}$  을 선형화 기준점에 더하면 수신기의 삼차원 위치와 시각을 구할 수 있으며, 그 공분산은 다음과 같다.

$$\text{cov} \begin{bmatrix} \delta \hat{x} \\ c\hat{B} \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} G_i & r_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} G_i & r_i \end{bmatrix}^{-1} \sigma_{\psi_i}^2 \right) \quad (2)$$

(1)의 양변에 (3)의 차분행렬을 곱하면, 수신기 시계오차가 제거된 차분된 측정치를 얻을 수 있으며 이로부터 (4)와 같이 위치오차만의 공분산을 구할 수 있다. 여기서  $H_i = C_i G_i$  는 차분된 시선벡터를 나타낸다. 차분행렬은 보이는 위성의 수에 따라 차수가 달라진다.

$$C_i = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(m-1) \times m} \quad (3)$$

$$\text{cov}(\delta \hat{x}) = \sigma_{\psi_i}^2 \left[ H_i^T (C_i C_i^T)^{-1} H_i \right]^{-1} \quad (4)$$

### 1.2 이중 코드 측정치를 이용한 절대 위치오차

두 주파수  $i, j$ 의 선형화된 코드 측정치는 (5)로 나타난다.

$$\begin{bmatrix} \rho_i \\ \rho_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_i & r_i \\ G_j & r_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x \\ cB \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_i \\ v_j \end{bmatrix} \quad (5)$$

위치오차만을 고려하기 위하여 (3)의 차분행렬로 구성된 행렬  $\begin{bmatrix} C_i & 0 \\ 0 & C_j \end{bmatrix}$  을 양변에 곱하면 시계오차가 제거된 (6)을 얻는다. 여기에 가중 최소 자승법을 적용하여 구해진 해의 공분산은 (7)이 된다.

$$\begin{bmatrix} C_i & 0 \\ 0 & C_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_i \\ \rho_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_i & 0 \\ 0 & C_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_i & r_i \\ G_j & r_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x \\ cB \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_i & 0 \\ 0 & C_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ v_j \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$= \begin{bmatrix} H_i \\ H_j \end{bmatrix} \delta x + \begin{bmatrix} C_i & 0 \\ 0 & C_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ v_j \end{bmatrix}$$

$$\text{cov}(\delta \hat{x}) = \left[ \frac{H_i^T (C_i C_i^T)^{-1} H_i}{\sigma_{\psi_i}^2} + \frac{H_j^T (C_j C_j^T)^{-1} H_j}{\sigma_{\psi_j}^2} \right]^{-1} \quad (7)$$

만약 같은 위성에서 관측된 측정치라면 같은 시선각을 가지므로  $G_i = G_j = G$ ,  $H_i = H_j = H$  및  $C_i = C_j = C$  로 둘 수 있으며 이 때 공분산은 (8)이 된다.

$$\text{cov}(\delta \hat{x}) = \frac{[H^T (CC^T)^{-1} H]^{-1}}{(\sigma_{\psi_i}^2 + \sigma_{\psi_j}^2)} \quad (8)$$

### 1.3 삼중 코드 측정치를 이용한 절대 위치오차

이중 주파수에서의와 같은 방법으로 세 주파수 ( $i = 1, 2, 3$ ) 측정치에 적용하여 얻어진 위치의 공분산은 다음과 같다.

$$\text{cov}(\delta \hat{x}) = \left[ \sum_{i=1}^3 \sigma_{\psi_i}^2 (H_i^T (C_i C_i^T)^{-1} H_i) \right]^{-1} \quad (9)$$

같은 위성에서 얻은 측정치에 대해서는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{cov}(\delta \hat{x}) = \left( \sum_{i=1}^3 \sigma_{\psi_i}^2 \right)^{-1} [H^T (CC^T)^{-1} H]^{-1} \quad (10)$$

### 1.4 모든 코드 측정치를 이용한 절대 위치오차

같은 방법으로 현대화된 GPS와 Galileo 측정치를 모두 사용하여 얻어진 위치의 공분산은 다음과 같다.

$$\text{cov}(\delta \hat{x}) = \left[ \sum_{i=1}^6 \sigma_{\psi_i}^2 (H_i^T (C_i C_i^T)^{-1} H_i) \right]^{-1} \quad (11)$$

같은 수의 위성에 대한 측정치에 대해서는 다음과 같이 나타낼 수 있다. 여기서 GPS와 Galileo는 위성궤도가 다르므로, 시선 벡터가 달라지므로  $H_{GPS}$ 와  $H_{GAL}$ 를 구분하여 나타내었다.

$$\text{cov}(\delta\hat{x}) = \frac{[H_{GPS}^T(CC^T)^{-1}H_{GPS} + H_{GAL}^T(CC^T)^{-1}H_{GAL}]^{-1}}{\sum_{i=1}^6 \sigma_{\psi_i}^2} \quad (12)$$

## 2.2 코드 측정치를 이용한 절대 위치오차의 해석

(2)로 구해진 위성항법 시스템의 위치와 시각의 정확도는 (13)으로 정의된 GDOP과 의사거리 측정오차( $\sigma_{\psi_i}$ )의 곱으로 표현된다 [5]. 여기서  $\sigma$ 는 행렬의 대각항의 합을 나타낸다.

$$\text{GDOP} = \sqrt{\text{tr}([G_i \ r_i]^T [G_i \ r_i]^{-1})} \quad (13)$$

GDOP는 거리영역의 오차가 위치 혹은 시각 영역으로 투영될 때의 증폭도를 나타내며 위성의 수와 배치에 영향을 받는다. GPS는 6개의 궤도에 24개의 위성이 배치되어 있고, Galileo에서는 3개의 궤도에 30개의 위성이 배치될 예정이다. 일반적으로 위성의 수가 많으면 GDOP이 작아지므로 Galileo가 GPS에 비하여 유리할 것으로 판단되지만, 위성의 공전 주기, 궤도 기울기 등에도 영향을 받으며 특히 GPS 신호가 정지궤도 위성에서도 제공되고 있으며 향후 QZSS(Quasi-Zenith Satellite System)등에서도 추가로 제공될 예정이므로 GDOP의 정확한 예측 및 비교가 어렵다. 실제 운용 환경에서는 위성의 위치와 배치에 따라 (13)을 이용하여 GDOP을 쉽게 구할 수 있지만, 본 논문에서는 GPS와 Galileo의 상대적인 비교가 목적이므로 오차해석의 편의를 위하여 GPS와 Galileo의 GDOP이 같은 경우에 대하여 의사거리 측정오차의 영향만을 고려하였다.

의사거리 측정오차는 수신기 측정잡음, 전리층 지연, 대류권 지연, 다중 경로, 위성 궤도 오차 및 위성 시계 오차 등의 영향이 합쳐져 나타난다. 고의잡음이 제거된 현재 가장 큰 오차인 전리층 지연은 이중주파수 수신기에서는 쉽게 제거할 수 있으며, 다중경로 오차는 설치장소의 선정과 초크링 사용으로 감소시킬 수 있다. 나머지 오차는 차분에 의하여 상쇄되어 없어지므로 상대위치 결정기법을 동시에 고려하는 본 논문에서는 해석의 편의를 위하여 수신기 측정잡음만을 고려하였다.

GPS 수신기 내부에서 코드측정치는 DLL(Delay Locked Loop)을, 반송파 위상측정치는 PLL(Phase Locked Loop)을 이용하여 구하는 것이 일반적이며, 이 경우 정상 상태에서의 측정잡음의 표준편차는 다음과 같다 [6].

$$\sigma_{PLL} = \frac{\lambda_i}{2\pi} \sqrt{\frac{B_L}{C/N_0} \left(1 + \frac{1}{2TC/N_0}\right)} \quad (14)$$

$$\sigma_{DLL} = \gamma_i \sqrt{\frac{4F_1 d^2 B_L}{C/N_0} \{2(2-d) + \frac{4F_2 d}{TC/N_0}\}} \quad (15)$$

여기서  $C/N_0$ 는 반송파 대 잡음 전력밀도 비율(carrier to noise power density ratio),  $B_L$ 은 루프 대역폭,  $T$ 는 선 적분시간(predetection integration time),  $d$ 는 칩(chip) 간격,  $F_1, F_2$ 은 DLL 식별자(discriminator)에 따라 결정되는 상수이다. (14)와 (15)에서 보는 바와 같이 수신기의 성능은 다양한 요소에 영향을 받지만 수신기의 설계가 같고, 같은 환경에서 같은 위

성 신호를 추적한다면 반송파 위상 측정잡음은 파장( $\lambda_i$ )에, 코드 측정잡음은 칩의 길이( $\gamma_i$ )에 비례하며 다음과 같이 나타낼 수 있다. 여기서  $\sigma_{\Phi_i}^2, \sigma_{\psi_i}^2$ 는 각각 주파수  $i$ 에 대한 반송파 위상 측정잡음 분산, 코드 측정잡음 분산을 나타낸다.

$$\sigma_{\Phi_i}^2 = \sigma_{PLL}^2 = \lambda_i^2 \sigma_{\alpha}^2, \quad \sigma_{\psi_i}^2 = \sigma_{DLL}^2 = \gamma_i^2 \sigma_{\beta}^2 \quad (16)$$

GDOP과 (16)을 이용하면 절대위치 결정기법에서의 오차를 해석할 수 있다. 일반적으로 통용되는 파장 혹은 칩 길이의 1% 오차를 가정하면 (16)에서  $\sigma_{\alpha}^2 = \sigma_{\beta}^2 = (0.01)^2$ 이 된다. 표 3에 민간이 사용할 수 있는 GPS 현대화와 Galileo 신호에 대한 파장과 칩의 길이를 나타내었다.

### 2.1 단일 코드측정치를 이용한 절대위치 오차 해석

(4)로부터 PDOP(Positional DOP)은 (17)로 나타낼 수 있으며 [7], 위치 정확도는 PDOP과 의사거리 측정오차( $\sigma_{\psi_j}$ )의 곱으로 표현된다.

$$\text{PDOP} = \sqrt{\text{trace}(H_i^T (C_i C_i^T)^{-1} H_i)}^{-1} \quad (17)$$

본 논문에서는 위치오차의 절대적인 크기를 직접 비교하지 않고 의사거리 측정치의 종류에 따른 상대적인 크기로 비교하였다. 즉 (18)의 L1, C/A 코드의 위치오차를 기준으로 두고 코드  $j$ 에 대한 상대적인 크기를 (19)의 관계를 이용하여 비교하였다.

$$\text{PE}_{\psi_{j1}} = \text{PDOP} \times \sigma_{\psi_{j1}} \quad (18)$$

$$\text{PE}_{\psi_j} = \text{PDOP} \times \sigma_{\psi_j} = \frac{\sigma_{\psi_j}}{\sigma_{\psi_{j1}}} \times \text{PE}_{\psi_{j1}} = \frac{\gamma_j}{\gamma_{j1}} \times \text{PE}_{\psi_{j1}} \quad (19)$$

표 4에 L1, C/A코드를 기준으로 서로 다른 측정치를 이용하여 구한 위치 오차의 비율  $\kappa_{\psi}(i) = \gamma_i/\gamma_{j1}$ 로 구하여 나타내었으며, 칩 율이 높아지면 오차가 줄어들음을 확인할 수 있다. 즉 GPS L5 혹은 Galileo E5 신호를 사용하면 오차가 10배 줄어들음을 볼 수 있다.

### 2.2 이중 코드측정치를 이용한 절대 위치오차 해석

단일 코드측정치를 사용하는 경우와 같은 방법으로 L1, C/A 코드를 기준으로  $\kappa_{\psi}(i, j) = \left(\gamma_i \sqrt{\gamma_i^{-2} + \gamma_j^{-2}}\right)^{-1}$ 로 구해진 위치오차의 비율을 표 5에 나타내었다. 6 종류의 측정치 중 2개를 이용하는 많은 방법 중 표에서는 GPS 사이의 조합 3가지, Galileo 사이의 조합 3가지, GPS와 Galileo의 조합은 같은 주파수 대역에 있는 조합 3가지를 나타내었다. 표에서 이중 측정치를 이용함으로써 정확도의 향상을 얻을 수 있음을 볼 수 있으며, GPS L1과 Galileo L1은 특성이 같으므로 둘을 동시에 사용하면  $1/\sqrt{2}$  배 정확한 결과를 얻을 수 있음을 보여준다. 또한 칩 율이 높은 측정치를 이용하면 정확도가 향상됨을 볼 수 있다.

### 2.3 삼중 코드측정치를 이용한 절대 위치오차 해석

6 종류의 측정치 중 3개를 사용하는 방법은 여러 가지가 있지만 GPS, Galileo를 별도로 3개의 측정치를 사용하는 것이 가장 타당한 방법일 것으로 판단되며, 표 6에  $\kappa_{\psi}(i, j, k) = \left(\gamma_i \sqrt{\gamma_i^{-2} + \gamma_j^{-2} + \gamma_k^{-2}}\right)^{-1}$ 로 구해진 위치오차의 비율을 나타내

었다. 표에서 코드측정치를 이용하는 경우 Galileo의 정확도가 약간 나음을 볼 수 있다.

2.4 모든 코드측정치를 이용한 절대위치 오차해석

표 7에  $\kappa_{\Psi}^{(all)} = \left( \gamma_1 \sqrt{\sum_{i=1}^6 \gamma_i^{-2}} \right)^{-1}$  로 구해진 위치오차의 비율

을 나타내었다. 표에서 현대화된 GPS와 Galileo의 코드 측정치를 모두 사용하면 현재 C/A 코드만 사용하는 것에 비하여 17배 이상의 정확도 향상을 얻을 수 있음을 예측할 수 있다.

표 3. 민간용 GPS, Galileo 신호의 파장과 칩의 길이.

Table 3. Wave and chip length of modernized GPS and Galileo.

GPS	파장 [m]	칩길이 [m]	Galileo	파장 [m]	칩길이 [m]
L1	0.1903	293.0523	E1	0.1903	293.0523
L2	0.2442	293.0523	E5B	0.2483	29.3052
L5	0.2548	29.3052	E5A	0.2548	29.3052

표 4. 단일 코드 측정치를 이용한 절대위치 오차비교.

Table 4. Comparison of absolute positioning (Single freq.).

$\kappa(i)$	오차비
L1	1
L2	1
L5	0.1
E1	1
E5B	0.1
E5A	0.1

표 5. 이중 코드 측정치를 이용한 절대위치 오차비교.

Table 5. Comparison of absolute positioning (Dual freq.).

$\kappa(i, j)$	오차비
L1, L2	0.7071
L2, L5	0.0995
L5, L1	0.0995
E1, E5B	0.0995
E5B, E5/A	0.0707
E5A, E1	0.0995
L1, E1	0.7071
L2, E5B	0.0995
L5, / E5A	0.0707

표 6. 삼중 코드 측정치를 이용한 절대위치 오차비교.

Table 6. Comparison of absolute positioning (Triple freq.).

$\kappa(i, j, k)$	오차비
L1, L2, L5	0.0990
E1, E5B, E5A	0.0705

표 7. 모든 측정치를 이용한 절대 위치 오차비교.

Table 7. Comparison of absolute positioning (All).

$\kappa(all)$	오차비
L1, L2, L5, E1, E5B, E5A	0.0574

III. 상대위치 결정기법에서의 위치오차 및 해석

상대위치는 알고 있는 위치의 기준 수신기와의 상대적인 위치인 기저선 벡터를 구하는 측위 기법으로 주로 측지나 자세결정에서 이용하며 반송파 위상 측정치를 사용한다. 반송파 위상 측정치를 이용하기 위해서는 미지정수를 결정해야 하며 본 논문에서는 미지정수가 이미 구해져 있다고 가정하고 반송파 위상 측정치만을 이용하여 구한 위치와 반송파 위상과 코드 측정치를 모두 사용하여 구해진 위치의 오차를 해석하였다.

1. 반송파 위상 측정치를 이용한 상대 위치오차

1.1 단일 주파수 측정치를 이용한 상대 위치 오차

반송파 위상측정치를 이용하기 위해서 이중 차분된 측정치를 이용하는 것이 일반적이며 단일 주파수에 대한 이중 차분된 측정치는 (20)으로 나타낼 수 있다[7].

$$l_i - \lambda_i N_i = H_i \delta x + w_i \tag{20}$$

여기서 하 첨자  $i$ 는 주파수 대역을,  $l_i = D_i \Phi_i$ 는 이중 차분된 반송파 위상 측정치,  $D_i \in \mathbb{R}^{(m-1) \times 2m}$ 는 (18)의 이중차분 연산자,  $\Phi_i$ 는 반송파 위상 측정치벡터,  $N_i$ 는 구한 미지정수,  $w_i \sim N(0, \sigma_{\Phi_i}^2 Q_i) = N(0, \sigma_{\Phi_i}^2 D_i D_i^T)$ 는 이중 차분된 측정잡음을 나타낸다.

$$D_i = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \tag{21}$$

각각의 주파수 대역에서 반송파 위상 측정치에 대하여 구한 위치의 공분산은 다음과 같다. 여기서  $D_i D_i^T = 2C_i C_i^T$ 의 관계를 이용하였다.

$$\text{cov}(\delta \hat{x}) = \left[ \frac{H_i^T Q_i^{-1} H_i}{\sigma_{\Phi_i}^2} \right]^{-1} = 2 \left[ \frac{H_i^T (C_i C_i^T)^{-1} H_i}{\sigma_{\Phi_i}^2} \right]^{-1} \tag{22}$$

코드와 반송파를 동시에 사용하는 경우 측정치는 (23), 이를 이용하여 구한 위치의 공분산은 (24)로 나타낸다.

$$\begin{bmatrix} \rho_i \\ l_i - \lambda_i N_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_i \\ H_i \end{bmatrix} \delta x + \begin{bmatrix} v_i \\ w_i \end{bmatrix} \tag{23}$$

$$\text{cov}(\delta \hat{x}) = \frac{2}{\sigma_{\rho_i}^2 + \sigma_{\Phi_i}^2} (H_i^T (C_i C_i^T)^{-1} H_i)^{-1} \tag{24}$$

(4), (22) 와 (24)는 사용하는 측정치와 구해진 위치의 공분산과의 관계를 보여준다. 즉 더 많은 측정치를 사용할수록, 측정치의 분산이 적을수록 더 정밀한 결과를 얻을 수 있음을 볼 수 있다.

1.2 이중 주파수 측정치를 이용한 상대 위치오차

이중 주파수 반송파를 이용하는 방법에는 각각을 독립적으로 사용하는 방법, 확장 파장법, 축소 파장법이 대표적이다.

1) 각 대역의 측정치를 독립적으로 이용하는 방법: 이중 주파수 반송파 위상 측정치는 (25)로 나타낼 수 있으며, 측정잡음  $w_i, w_j$ 는 서로 독립이라고 가정한다. 가장 최소자승법

을 이용하여 구해진 위치의 공분산은 (26)가 된다.

$$\begin{bmatrix} l_i - \lambda_i N_i \\ l_j - \lambda_j N_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_i \\ H_j \end{bmatrix} \delta x + \begin{bmatrix} w_i \\ w_j \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\text{cov}(\delta \hat{x}) = 2 \left[ \frac{H_i^T (C_i C_i^T)^{-1} H_i}{\sigma_{\Phi_i}^2} + \frac{H_j^T (C_j C_j^T)^{-1} H_j}{\sigma_{\Phi_j}^2} \right]^{-1} \quad (26)$$

같은 방법으로 코드와 반송파 위상을 동시에 사용하여 구해진 공분산은 다음과 같다.

$$\text{cov}(\delta \hat{x}) = 2 \left[ \frac{H_i^T (C_i C_i^T)^{-1} H_i}{\sigma_{\Psi_i}^2 + \sigma_{\Phi_i}^2} + \frac{H_j^T (C_j C_j^T)^{-1} H_j}{\sigma_{\Psi_j}^2 + \sigma_{\Phi_j}^2} \right]^{-1} \quad (27)$$

2) 확장 파장법: 확장 파장법에서는 (28)의 측정치를 이용한다. 여기서  $l_w = \frac{\lambda_j l_i - \lambda_i l_j}{\lambda_j - \lambda_i}$ ,  $w_w = \frac{\lambda_j w_i - \lambda_i w_j}{\lambda_j - \lambda_i}$ ,  $\lambda_w = \frac{\lambda_i \lambda_j}{\lambda_j - \lambda_i}$ ,  $N_w = N_i - N_j$  를 나타낸다. 가중 최소자승법을 이용하여 구해진 위치의 공분산은 (29)가 된다. 확장 파장법을 적용하기 위해서는 반드시 같은 위성에 대한 측정치를 이용하여야 한다. 즉  $H_i = H_j$ ,  $C_i = C_j$  가 성립하여야 하며 각각  $H$  와  $C$  로 간략히 나타낸다.

$$l_w - \lambda_w N_w = H \delta x + w_w \quad (28)$$

$$\text{cov}(\delta \hat{x}) = \frac{2(\lambda_j^2 \sigma_{\Phi_i}^2 + \lambda_i^2 \sigma_{\Phi_j}^2)}{(\lambda_j - \lambda_i)^2} (H^T (C C^T)^{-1} H)^{-1} \quad (29)$$

같은 방법으로 코드와 반송파 위상 측정치를 동시에 사용하는 경우 (30)의 측정치를 이용하여 얻어진 위치의 공분산은 (31)이 된다. 여기서  $\eta_w = l_w - \lambda_w N_w$  이다.

$$\begin{bmatrix} \rho_i \\ \rho_j \\ \eta_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H \\ H \\ H \end{bmatrix} \delta x + \begin{bmatrix} v_i \\ v_j \\ w_w \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} v_i \\ v_j \\ w_w \end{bmatrix} \sim N(0, \begin{bmatrix} \sigma_{\Psi_i}^2 Q & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\Psi_j}^2 Q & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{w_w}^2 Q \end{bmatrix}) \quad (30)$$

$$\text{cov}(\delta \hat{x}) = 2(\sigma_{\Psi_i}^2 + \sigma_{\Psi_j}^2 + \frac{(\lambda_j - \lambda_i)^2}{\lambda_j^2 \sigma_{\Phi_i}^2 + \lambda_i^2 \sigma_{\Phi_j}^2})^{-1} (H^T (C C^T)^{-1} H)^{-1} \quad (31)$$

3) 축소 파장법: 축소 파장법에서는 (32)의 측정치를 이용한다. 여기서  $l_N = \frac{\lambda_j l_i + \lambda_i l_j}{\lambda_j + \lambda_i}$ ,  $w_N = \frac{\lambda_j w_i + \lambda_i w_j}{\lambda_j + \lambda_i}$ ,  $\lambda_N = \frac{\lambda_i \lambda_j}{\lambda_j + \lambda_i}$ ,  $N_N = N_i + N_j$  를 나타낸다.

$$l_N - \lambda_N N_N = H \delta x + w_N \quad (32)$$

가중 최소자승법을 이용하여 구해진 위치의 공분산은 (33)이 된다. 축소 파장법도 같은 위성에 대한 측정치만 이용할 수 있다.

$$\text{cov}(\delta \hat{x}) = \frac{2(\lambda_j^2 \sigma_{\Phi_i}^2 + \lambda_i^2 \sigma_{\Phi_j}^2)}{(\lambda_j + \lambda_i)^2} (H^T (C C^T)^{-1} H)^{-1} \quad (33)$$

코드와 반송파 위상을 동시에 사용하는 경우 (34)의 측정치

를 이용하여 구해진 위치오차의 공분산은 (35)가 된다. 여기서  $\eta_N = l_N - \lambda_N N_N$  이다.

$$\begin{bmatrix} \rho_i \\ \rho_j \\ \eta_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H \\ H \\ H \end{bmatrix} \delta x + \begin{bmatrix} v_i \\ v_j \\ w_N \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} v_i \\ v_j \\ w_N \end{bmatrix} \sim N(0, \begin{bmatrix} \sigma_{\Psi_i}^2 Q & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\Psi_j}^2 Q & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{w_N}^2 Q \end{bmatrix}) \quad (34)$$

$$\text{cov}(\delta \hat{x}) = 2(\sigma_{\Psi_i}^2 + \sigma_{\Psi_j}^2 + \frac{(\lambda_j + \lambda_i)^2}{\lambda_j^2 \sigma_{\Phi_i}^2 + \lambda_i^2 \sigma_{\Phi_j}^2})^{-1} (H^T (C C^T)^{-1} H)^{-1} \quad (35)$$

### 1.3 삼중 주파수 측정치를 이용한 상대 위치오차

이중 주파수의 독립적으로 사용하는 기법을 확장하여 삼중 주파수 반송파 위상 측정치에 적용하여 구해진 위치의 공분산은 (36)과 같다.

$$\text{cov}(\delta \hat{x}) = 2[\sigma_{\Phi_i}^2 (H_i^T (C_i C_i^T)^{-1} H_i) + \sigma_{\Phi_j}^2 (H_j^T (C_j C_j^T)^{-1} H_j) + \sigma_{\Phi_k}^2 (H_k^T (C_k C_k^T)^{-1} H_k)]^{-1} \quad (36)$$

코드와 반송파 위상을 동시에 사용하는 경우 (30)의 측정치를 이용하여 얻어진 위치의 공분산은 (37)이 된다.

$$\text{cov}(\delta \hat{x}) = 2 \left[ \frac{H_i^T (C_i C_i^T)^{-1} H_i}{\sigma_{\Psi_i}^2 + \sigma_{\Phi_i}^2} + \frac{H_j^T (C_j C_j^T)^{-1} H_j}{\sigma_{\Psi_j}^2 + \sigma_{\Phi_j}^2} + \frac{H_k^T (C_k C_k^T)^{-1} H_k}{\sigma_{\Psi_k}^2 + \sigma_{\Phi_k}^2} \right]^{-1} \quad (37)$$

### 1.4 모든 주파수 측정치를 이용한 상대 위치오차

GPS와 Galileo의 반송파 위상 측정치를 모두 이용하여 구해진 해의 공분산은 (38)과 같다. 여기서 편의상 같은 GPS 위성에 대한 측정치를 사용한다고 가정하며, Galileo의 경우에도 마찬가지이다.

$$\text{cov}(\delta \hat{x}) = 2[H_{GPS}^T (C_{GPS} C_{GPS}^T)^{-1} H_{GPS} (\sum_{i=1}^3 \sigma_{GPS\Phi_i}^2) + H_{GAL}^T (C_{GAL} C_{GAL}^T)^{-1} H_{GAL} (\sum_{i=1}^3 \sigma_{GAL\Phi_i}^2)]^{-1} \quad (38)$$

코드와 반송파 위상을 동시에 사용하여 구해진 위치의 공분산은 다음과 같다.

$$\text{cov}(\delta \hat{x}) = 2[H_{GPS}^T (C_{GPS} C_{GPS}^T)^{-1} H_{GPS} (\sum_{i=1}^3 (\sigma_{GPS\Phi_i}^2 + \sigma_{GPS\Psi_i}^2)) + H_{GAL}^T (C_{GAL} C_{GAL}^T)^{-1} H_{GAL} (\sum_{i=1}^3 (\sigma_{GAL\Phi_i}^2 + \sigma_{GAL\Psi_i}^2))]^{-1} \quad (39)$$

## 2. PDOP과 RDOP의 관계

(22)의 상대위치 오차를 해석하는 데는 두 가지 방법이 있을 수 있다. 먼저 L1 반송파 측정치의 측정잡음  $\sigma_{\Phi_i}$  가 (40)의 RGDP(Relative GDOP)만큼 증폭되는 것으로 해석할 수 있다.

$$\text{RGDOP} = \sqrt{\text{trace}(2(H^T (C C^T)^{-1} H)^{-1})} \quad (40)$$

또 다른 방법으로는 이중 차분된 반송파 위상 측정잡음  $\sigma_{D\Phi_i} = \sqrt{2} \sigma_{\Phi_i}$  가 PDOP 만큼 증폭되는 것으로 해석할 수 있다. 본 논문에서는 후자의 방법으로 해석하며, 이 경우 위치 결정기법에 따른 차이 즉 PDOP과 RGDP의 관계가 필요하다. (4)와 (22)로부터 단일 주파수 코드 측정치 혹은 반송파 위상 측정치를 이용하는 경우 RGDP과 PDOP 사이에는 (41)의 관계가 성립함을 알 수 있다[8].

$$RGDOP = \sqrt{2} \times PDOP \quad (41)$$

위의 관계는 (8)과 (26), (9)와 (36)의 관계로부터 이중 주파수 및 삼중 주파수 측정치를 사용하는 경우에도 성립함을 확인할 수 있다. 같은 방법으로 코드와 반송파 위상 측정치를 모두 사용하는 경우에도 성립함을 쉽게 확인할 수 있다. 즉 위의 관계는 사용하는 측정치가 아닌 이중차분에 의하여 발생하는 효과임을 확인할 수 있다.

3. 상대위치오차 해석

3.1 단일 주파수를 이용한 상대위치 오차 해석

본 논문에서는 상대적인 오차의 크기를 나타내는 비율을 이용하였다. 즉 이중 차분된 L1 반송파 위상 측정치를 기준으로 다른 주파수 대역의 반송파 위상을 이용하여 구한 위치 오차의 비율을  $\kappa_{\phi}(i) = \lambda_i/\lambda_1$ 의 관계를 이용하여 구할 수 있다. 표 8에 그 결과를 나타내었으며 파장에 길수록 오차가 커짐을 확인할 수 있다.

코드와 반송파 위상을 동시에 사용하는 경우  $\gamma_i^2 \gg \lambda_i^2$ 로부터  $\kappa_{\phi,\psi}(i) = \sqrt{(\gamma_i^2 + \lambda_i^{-2})/(\gamma_i^2 + \lambda_1^{-2})} \approx \lambda_i/\lambda_1$ 가 성립하므로 표 8과 같은 결과를 얻는다. 이는 반송파 위상 측정치가 코드 측정치의 정밀도에 비하여 월등히 우수하므로 구해진 위치의 정밀도는 거의 반송파 위상 측정치의 정밀도에 의하여 결정됨을 나타낸다.

3.2 이중 주파수를 이용한 상대 위치 오차 해석

(26), (29), (33)으로부터 이중 차분한 L1 반송파 위상 측정치를 기준으로 구한 오차비율을 각각  $\kappa_{\phi}(i, j) = 1/(\lambda_1 \sqrt{\lambda_i^{-2} + \lambda_j^{-2}})$ ,  $\kappa_{\phi}(i, j) = \sqrt{2}\lambda_i \lambda_j / (\lambda_1 |\lambda_i - \lambda_j|)$ ,  $\kappa_{\phi}(i, j) = \sqrt{2}\lambda_i \lambda_j / (\lambda_1 (\lambda_i + \lambda_j))$ 로 구할 수 있다. 표 9에 6 종류의 측정치 중 2개를 이용하는 많은 방법 중 표에서는 GPS 사이의 조합 3가지, Galileo 사이의 조합 3가지, GPS와 Galileo의 조합은 같은 주파수 대역에 있는 조합 3가지의 결과를 나타내었다. 표에서 각 대역의 반송파 위상 측정치를 독립적으로 사용하는 것이 정확도 면에서 가장 유리함을 나타낸다. 코드와 반송파 위상 측정치를 동시에 사용하는 경우에도  $\gamma_i^2 \gg \lambda_i^2$ 로부터 표 9의 결과를 얻는다.

참고로 저자 중 한명의 논문[7]에서 L1, L2 독립법에 대하여  $DD\_RDOP_{L1L2} = 2\sqrt{\lambda_1^2/(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)} \times PDOP$ 로 잘못 나타나 있으나  $\sqrt{2\lambda_1^2/(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)} \times PDOP$ 로 수정되어야 한다.

3.3 삼중 주파수를 이용한 상대 위치 오차 해석

6 종류의 측정치 중 GPS, Galileo를 별도로 3개씩 사용하는 것이 타당하며, 표 10에 반송파 위상 측정치를 사용하는 경우  $\kappa_{\phi}(i, j, k) = 1/(\lambda_1 \sqrt{\lambda_i^{-2} + \lambda_j^{-2} + \lambda_k^{-2}})$ 로 구해진 위치오차의 비율을 나타내었다. 코드와 반송파를 동시에 사용하는 경우  $\gamma_i^2 \gg \lambda_i^2$ 로부터 표10과 같은 결과를 얻는다.

3.4 모든 측정치를 이용한 위치의 오차 해석

GPS와 Galileo의 반송파 위상 측정치를 모두 다 사용하는 경우 표 11에  $\kappa_{\phi}(all) = \left( \lambda_1 \sqrt{\sum_{k=1}^3 \lambda_{ik}^{-2} + \sum_{k=1}^3 \lambda_{jk}^{-2}} \right)^{-1}$ 로 구해진 위

표 8. 단일 주파수를 이용한 상대위치 오차비교.

Table 8. Comparison of relative positioning (Single freq.).

$\kappa(i)$	오차비
L1	1
L2	1.2832
L5	1.3389
E1	1
E5B	1.3048
E5A	1.3389

표 9. 이중 주파수를 이용한 상대위치 오차비교.

Table 9. Comparison of relative positioning (Dual freq.).

$\kappa(i, j)$	독립	확장	축소
L1, L2	0.7888	6.4073	0.7948
L2, L5	0.9265	43.6230	0.9267
L5, L1	0.8012	5.5867	0.8096
E1, E5B	0.7937	6.0543	0.8006
E5B, E5A	0.9345	72.3334	0.9345
E5A, E1	0.8012	5.5867	0.8096
L1, E1	0.7071	$\infty$	0.7071
L2, E5B	0.9149	109.904	0.9149
L5, E5A	0.9468	$\infty$	0.9468

표 10. 삼중 주파수를 이용한 상대위치오차비교.

Table 10. Comparison of relative positioning (Triple freq.).

$\kappa(i, j, k)$	오차비
L1, L2, L5	0.6769
E1, E5B, E5A	0.6828

표 11. 모든 측정치를 이용한 상대위치오차비교.

Table 11. Comparison of relative positioning (All).

$\kappa(all)$	오차비
L1, L2, L5, E1, E5B, E5A	0.4817

치오차의 비율을 나타내었다. 표에서 모든 주파수의 반송파 위상 측정치를 사용하면 GPS L1 만을 사용하는 것에 비하여 두 배 이상의 정확도를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 코드와 반송파를 동시에 사용하는 경우에도  $\gamma_i^2 \gg \lambda_i^2$ 로부터 표11과 같은 결과를 얻는다.

IV. 결론

본 논문에서는 현대화된 GPS와 Galileo를 이용하는 경우 민간 사용자가 위치를 구하는 방법에 따른 오차 해석을 나타내었다. 절대위치 결정기법과 상대위치 결정기법에 따른 오차가  $\sqrt{2}$ 의 관계가 있으며 이는 코드와 반송파 위상 측정치를 별도로 사용하는 경우나 동시에 사용하는 경우나 모두 성립함을 보였다. 일반적으로 수신기의 특성 즉 DLL, PLL 혹은 FLL의 성능이 칩의 길이와 파장에 비례한다는 사실로부터 다양한 측정치의 사용에 따라 구해진 위치오차를 GPS C/A 코드 혹은 GPS L1 반송파 위상 측정치를 사용하는 경우에 대한 상대적인 크기로 나타내어 비교하였다. 현대화된 GPS의 L1, L2, L5 신호와 Galileo의 E1, E5A, E5B 코드 신호를

모두 사용하는 절대위치 결정의 경우 현재 GPS L1 C/A 코드 신호만을 사용하는 것에 비하여 17배 이상의 정확도 향상을 얻을 수 있으며, 코드와 반송파를 모두 이용하는 상대 위치 결정의 경우에는 2배 이상의 정확도 향상을 얻을 수 있음을 보였다.

본 연구의 결과는 GNSS 수신기의 설계와 오차 해석에 사용될 수 있으며, Galileo의 CS (Commercial Service), PRS (Public Regulated Service), SLS (Safety of Life Service)와 GPS의 군용신호를 포함한 해석에도 쉽게 적용될 수 있다.

#### 참고문헌

- [1] R. D. Fontana, W. Cheung, T. Stansell, "The Modernized L2 Civil Signal, Leaping Forward in the 21st Century," *GPS World*, September 1, 2001.
- [2] J.-L. Issler, G. W. Hein, J. Godet, J.-C. Martin, P. Erhard, R. Lucas-Rodriguez, T. Pratt, "Galileo Frequency & Signal

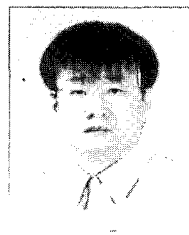
Design," *Galileo's World*, June 1, 2003.

- [3] 이상정의, 갈릴레오 국가 인프라 구축을 위한 타당성조사 및 기술개발 기획연구 최종연구개발 결과보고서, 해양수산부, 2004.
- [4] EC and ESA, *Galileo Mission High Level Definition*, Sept. 2002.
- [5] B. Hofmann-Wellenhof, H. Lichtenegger and J. Collins, *Global Positioning System : Theory and Practice*, Springer-Verlag, Wien, Austria, 1993.
- [6] E. D. Kaplan, *Understanding GPS, Principles and Applications*, Artech House Publisher, Boston, 1996.
- [7] 박찬식, "GPS를 이용한 위치 결정에서의 오차해석," 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제 7 권 제 6 호, 2001.6.
- [8] C. Park, I. Kim, "Comments on 'Relationships between Dilution of Precision for Point Positioning and for Relative Positioning with GPS,'" *IEEE Transaction on Aerospace and Electronics Systems*, vol. 36, no. 1, pp. 315-316, 2000.



**박 찬 식**

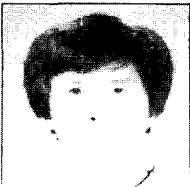
1961년 10월 1일생. 1984년 서울대학교 전자공학과 학사 졸업. 1986년, 1997년 동 대학원 석사, 박사. 1984~1997년 삼성전자 정보통신 책임연구원. 1997~현재 충북대학교 전기전자공학부 부교수. 관심분야는 GNSS, 자세결정, ITS.



**황 동 환**

1962년 10월 29일생. 1985년 서울대학교 전기공학과 졸업. 1987년 한국과학기술원 전기공학과 석사. 1991년 동 대학원 박사. 1996년~현재 충남대학교 전기정보통신공학부 교수. 관심분야는 GNSS/INS 통합항법시스템, 항법시스템, 산업용제

어시스템.



**이 상 정**

1957년 8월 15일생. 1979년 서울대학교 전자공학과 학사. 1981년 서울대학교 전자공학과 석사. 1987년 서울대학교 제어계측공학과 박사. 1988년~현재 충남대학교 정보통신공학부 교수. 관심 분야 강인 제어, 항법 시스템.