

차분위성항법 위상평활화코드 필터의 성능 해석

An Analysis of Carrier-Smoothed-Code Filters for DGNSS

이형근*, C. Rizos, 지규인
(Hyung Keun Lee, Chris Rizos, and Gyu-In Jee)

Abstract : This paper proposes a theoretically rigorous analysis procedure that compares the position domain and range domain carrier-smoothed-code filters for differential GNSS positioning. Utilizing consistent error covariance formulation, it is shown that filtering in the position domain is, in theory, more advantageous than range domain carrier-smoothed-code filtering. It is also shown that if the visible satellite set does not change during a sufficiently long time interval the performances of position and range domain filters are similar.

Keywords : GNSS, carrier, code, smoothed filter, position, range, domain, analysis

I. 서론

항법 수신기는 전역위성항법시스템(global navigation satellite system) 신호를 수신하기 위하여 크게 두 종류의 신호추적회로(signal tracking loop)를 운용하게 된다. 이중 시간지연 추적회로(Delay Lock Loop; DLL)는 수신된 코드 신호(code signal)를 이용하여 의사거리 측정치를 그리고 위상추적회로(Phase Lock Loop; PLL) 또는 주파수 추적회로 (Frequency Lock Loop; FLL)은 반송파 신호(carrier signal)를 이용하여 누적위상 측정치를 각각 생성한다[1]. 항법 수신기가 수신한 신호는 신호전달 경로 및 수신기 자체의 특성에 의하여 시계오차 (clock error), 전리층 지연 (ionospheric delay), 대류권 지연 (tropospheric delay), 다중경로 오차 (multipath error) 등 다양한 오차요인을 포함하게 된다. 이 중 위성 시계오차, 전리층 지연, 그리고 대류권 지연 등의 공통오차 요인은 기준 수신기와 이동 수신기를 근거리에 위치시켜 단일차분 (single-differencing)에 의하여 효과적으로 제거할 수 있으며 [1-3], 의사거리 측정치의 정확도에 크게 영향을 미치는 다중경로오차는 기준에 알려진 다양한 방법으로 검출, 분리 및 완화가 가능하다[4,9]. 알려진 위치에 설치된 기준 수신기를 활용하여 공통 오차 성분을 식별하고 이를 이동 수신기의 측정치에 보상할 경우 k -번째 시점에서 j -번째 위성에 대한 단일차분 의사거리 $\tilde{\rho}_{j,k}$ 및 누적위상 $\tilde{\phi}_{j,k}$ 는 다음과 같이 얻어진다[1-3].

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{j,k} &= e_{j,k}^T (x_{j,k} - x_{u,k}) + b_{u,k} + v_{j,k} \\ \tilde{\phi}_{j,k} &= e_{j,k}^T (x_{j,k} - x_{u,k}) + b_{u,k} + n_{j,k} + \lambda N_j \\ e_{j,k} &= \frac{x_{j,k} - x_{u,k}}{\|x_{j,k} - x_{u,k}\|} \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} v_{j,k} \\ v_{j,k+1} \\ v_{j+1,k} \\ n_{j,k} \\ n_{j,k+1} \\ n_{j+1,k} \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} r_\rho & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_\rho & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_\rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_\Phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_\Phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_\Phi \end{pmatrix} \quad (1)$$

여기서

- $e_{j,k}$: k -번째 시점에서 j -번째 위성에 대한 시선각 벡터
- $x_{j,k}$: ECEF (Earth-Centered Earth-Fixed) 좌표계로 표현한 j -번째 위성의 위치
- $x_{u,k}$: ECEF 좌표계로 표현한 이동 수신기의 위치
- $b_{u,k}$: 조합된 기준 및 이동 수신기 시계오차
- N_j : j -번째 위성에 대한 단일차분 미지정수
- $v_{j,k}, n_{j,k}$: k -번째 시점에서 j -번째 위성에 대한 측정오차
- r_ρ, r_Φ : 측정오차 공분산
- $X \sim (M, P)$: 평균 M 및 분산 P 를 만족하는 가우시안 랜덤 벡터 X

기준 및 이동 수신기 사이의 단일차분 측정치들의 측정오차는 각 시점 및 위성 채널 별 상호 독립성을 가정하였으므로 이들의 오차 공분산 행렬은 (1)에 나타난 바와 같이 대각행렬의 형태를 가진다[1,3].

의사거리, 누적위상, 도플러천이 등 제공 가능한 측정치의 다양성으로 인하여 위성항법시스템은 자체적인 필터링 (autonomous filtering)을 가능하게 하여 준다. Hatch [11]에 의하여 처음 제안된 위상평활화코드 (Carrier-Smoothed-Code; CSC) 필터는 위성항법시스템이 제공하는 정보의 중첩성을 최대한 활용하여 위치 추정치의 정확도를 개선한 대표적인 예에 해당된다. Hatch에 의하여 제안된 거리영역(range domain) CSC 필터는 이후 몇 연구에 의하여 위치영역(position domain)으로 확장되었으며 그 대표적인 예로서 complementary filter [12], phase-connected filter [13], 그리고 stepwise projection filter [14] 등을 들 수 있다.

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2004. 4. 19., 채택확정 : 2004. 8. 20.

이형근 : 한국항공대학교 항공전자및정보통신공학부(hyunklee@hau.ac.kr)

C. Rizos : School of Surveying and Spatial Information Systems, University of New South Wales(c.rizos@unsw.edu.au)

지규인 : 건국대학교 전자공학과(gjee@konkuk.ac.kr)

※ 본 논문은 한국과학재단의 해외 Post-doc. 연수지원에 의하여 연구되었음.

널리 알려진 바와 같이 측정잡음(measurement noise)과 시전달 잡음(propagation noise)을 모두 백색 잡음(white noise)으로 가정한 기존의 칼만필터 이론에 의하면 측정갱신(measurement update) 없이 시전달(time-propagation)의 과정만을 반복 수행하게 되면 백색 시전달 잡음에 의하여 추정오차는 제한 없이 증가하게 된다[15]. 또한 병렬 칼만 필터 이론에 의하면 거리 영역(측정치 영역)에서 각각 지역필터(local filter)를 수행하고 이를 한 개의 전역필터(global filter)로 융합(fusion)하는 방법보다 위치영역(상태변수 영역)에서 한 개의 필터로 중앙집중형 융합(centralized fusion)을 수행하는 것이 추정의 정확도 면에 있어서 유리하다[16]. (1)에 근거한 CSC 필터의 구현에 있어서 코드 측정치(의사거리) 측정치 $\tilde{\rho}_{j,k}$ 는 개략적이지만 절대적인 위치 정보를 제공하며 누적 위상 측정치의 시차분(time-difference) ($\tilde{\phi}_{j,k+1} - \tilde{\phi}_{j,k}$) 은 정밀하지만 상대적인 위치 정보를 제공하여 준다. 이때 의사거리 측정치의 측정 오차 $v_{j,k}$ 는 측정 잡음(measurement noise)의 역할을 수행하며 위상 측정오차의 시차분 ($n_{j,k+1} - n_{j,k}$) 은 시전달 잡음(time-propagation noise)의 역할을 수행하게 된다. (1)에 의하면 연속적인 두 시점에서 각각 시전달 잡음의 역할을 수행하는 ($n_{j,k} - n_{j,k-1}$) 과 ($n_{j,k+1} - n_{j,k}$) 는 상호 독립적인 백색잡음과는 달리 다음과 같이 $-r_\phi$ 만큼의 시상관성(time-correlation)을 가지게 된다[14].

$$\begin{bmatrix} n_{j,k} - n_{j,k-1} \\ n_{j,k+1} - n_{j,k} \end{bmatrix} \sim \left(O_{2 \times 1}, \begin{bmatrix} 2r_\phi & -r_\phi \\ -r_\phi & 2r_\phi \end{bmatrix} \right) \quad (2)$$

또한, 오차가 제한 없이 누적되는 백색잡음과는 달리 수신기 내부의 위상/주파수 추적부(carrier phase/frequency tracking loop)가 위상 신호에 대한 잠금(lock)을 놓치지 않고 유지하는 경우 신호 잠금 기간 내 임의의 두 시점 k 와 l 사이의 시전달 잡음은 다음과 같이 그 크기가 제한된다.

$$(n_{j,l} - n_{j,k}) \sim (0, 2r_\phi), \quad l > k \quad (3)$$

(2)와 (3)은 CSC 필터의 시전달 잡음이 백색잡음과는 다른 특성을 가짐을 보여 준다. 따라서, CSC 필터는 기존의 칼만 필터와는 다른 오차 특성을 보이게 됨을 추측할 수 있다. 신호 추적부의 잠금에 의하여 CSC 필터가 측정갱신 없이 시전달의 단계만을 반복 수행하더라도 칼만필터와 달리 추정 오차의 크기를 제한하리라는 점은 (3)에 의하여 쉽게 예측이 가능하다. 반면, CSC 필터링에 있어서도 칼만필터링의 경우와 마찬가지로 위치영역 필터가 거리영역 필터보다 우수할지 또한 우수하다면 어느 정도 우수한지 명확하게 밝힌 기존 연구결과는 찾기 어렵다.

CSC 필터의 성능은 코드 및 위상 측정오차의 크기에 큰 영향을 받게 된다. 반면, 코드 및 위상 측정오차의 크기는 항법 수신기의 사양에 따라 크게 영향을 받는다. 또한 이중 주파수 수신기(dual-frequency receiver)를 사용하는 경우 ionosphere-free, wide-lane, 그리고 narrow-lane [2] 등 등가 위상 측정치(equivalent carrier-phase measurement)의 종류에 따라 위상 측정 오차의 크기는 다양하게 변화한다. 따라서 CSC 필터의 성능

을 분석 및 비교하기 위해서는 특정한 수신기들을 이용하여 한정된 횟수의 실험을 수행하는 방법보다는 해석적인 방법을 통하는 것이 더욱 바람직 하리라 판단된다.

본 논문에서는 거리 영역 및 위치 영역CSC 필터들의 성능을 해석적인 방법을 통하여 분석 및 비교하고자 한다. 거리 영역 및 위치 영역 CSC 필터의 예로서는 기존의 CSC 필터들에 비하여 위상 측정 오차의 영향을 무시하지 않은 SOPF(Stepwise Optimal Position Projection Filter), SUPF(Stepwise Unbiased Position Projection Filter), 그리고 SORF(Stepwise Optimal Range Projection Filter)가 사용되었다[14]. 이를 위하여 본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. II장에서는 SOPF, SUPF, 그리고 SORF 알고리즘을 소개하며, III 장에서는 5개의 정리들을 통하여 SOPF, SUPF, 그리고 SORF에 의하여 유기되는 공분산 크기를 해석적인 방법으로 비교한다. 마지막으로 비교 결과를 정리하도록 한다.

II. 위상 평활화 코드 필터

본 논문의 전반에 걸쳐서 CSC 필터가 고려하는 참 상태변수(true state) X_k 는 기저선(baseline) 벡터 $x_{u,k}$ 와 수신기 시계 오차 $b_{u,k}$ 를 포함하여 다음과 같이 구성된다.

$$X_k := \begin{bmatrix} x_{u,k} \\ b_{u,k} \end{bmatrix} \quad (4)$$

참 상태 변수 X_k 에 대하여 필터가 추정한 전 추정치(a priori state estimate) \bar{X}_k , 전 추정오차(a priori estimation error) $\delta\bar{X}_k$, 전 추정오차 공분산 행렬(a priori estimation error covariance matrix) \bar{P}_k , 후 추정치(a posteriori state estimate) \hat{X}_k , 후 추정오차(a posteriori estimation error) $\delta\hat{X}_k$, 그리고 후 추정오차 공분산 행렬(a posteriori estimation error covariance matrix) \hat{P}_k 는 각각 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \bar{X}_k &= \begin{bmatrix} \bar{x}_{u,k} \\ \bar{b}_{u,k} \end{bmatrix}, \quad \delta\bar{X}_k := \bar{X}_k - X_k = \begin{bmatrix} \delta\bar{x}_{u,k} \\ \delta\bar{b}_{u,k} \end{bmatrix}, \quad \delta\bar{X}_k \sim (O, \bar{P}_k) \\ \hat{X}_k &= \begin{bmatrix} \hat{x}_{u,k} \\ \hat{b}_{u,k} \end{bmatrix}, \quad \delta\hat{X}_k := \hat{X}_k - X_k = \begin{bmatrix} \delta\hat{x}_{u,k} \\ \delta\hat{b}_{u,k} \end{bmatrix}, \quad \delta\hat{X}_k \sim (O, \hat{P}_k) \end{aligned} \quad (5)$$

참 상태변수의 시간에 따른 증분을 표현하기 위하여 다음과 같이 정의된 ΔX_k 가 사용된다.

$$\Delta X_k := X_{k+1} - X_k = [(\Delta x_{u,k})^T : (\Delta b_{u,k})^T]^T \quad (6)$$

각 변수들과 관련된 필터를 구분하기 위해서는 SOPF, SUPF, 그리고 SORF 각각에 대하여 위첨자 o , s , 그리고 r 을 각각 활용하도록 한다.

1. 위치영역 필터

위치영역 CSC 필터는 수신기에 포함된 모든 채널의 측정치를 필터의 측정갱신 및 시전달에 동시에 활용한다. 따라서, 위치영역 CSC 필터의 표현에 있어서는 벡터 및 행렬식이 적합하다. 위치영역 CSC 필터의 측정갱신을 위한 간접 측정치

(indirect measurement) Z_k 에 대한 측정식은 다음과 같이 정리된다[14].

$$Z_k = H_k \delta \bar{X}_k + v_k, \quad v_k \sim (O_{J \times 1}, r_\rho I_{J \times J}) \quad (7)$$

여기서

$$Z_k := \begin{bmatrix} z_{1,k} \\ \vdots \\ z_{2,k} \\ \vdots \\ z_{J,k} \end{bmatrix}, \quad H_k := \begin{bmatrix} h_{1,k} \\ \vdots \\ h_{2,k} \\ \vdots \\ h_{J,k} \end{bmatrix}, \quad v_k := \begin{bmatrix} v_{1,k} \\ \vdots \\ v_{2,k} \\ \vdots \\ v_{J,k} \end{bmatrix}$$

$$z_{j,k} := \tilde{\rho}_{j,k} - e_{j,k}^T (x_{j,k} - \bar{x}_{u,k}) - \bar{b}_{u,k} = h_{j,k} \delta \bar{X}_k + v_{j,k}$$

$$h_{j,k} := [e_{j,k}^T \quad \dots \quad -1]$$

$O_{J \times 1}$: $J \times 1$ 영벡터(zero vector)
 $I_{J \times J}$: $J \times J$ 단위벡터(identity matrix)
 J : 가시위성의 수

위와 비슷한 방법을 통하여, 시전달을 위한 간접측정치 Ω_{k+1} 은 다음과 같이 정리된다.

$$\Omega_{k+1} = H_{k+1} \Delta X_k + W_{k+1}$$

$$W_{k+1} = -\Delta H_k \delta \hat{X}_k - n_{k+1} + n_k, \quad n_k \sim (O_{J \times 1}, r_\Phi I_{J \times J}) \quad (9)$$

여기서

$$\Omega_{k+1} := \begin{bmatrix} \omega_{1,k+1} \\ \vdots \\ \omega_{2,k+1} \\ \vdots \\ \omega_{J,k+1} \end{bmatrix}, \quad W_{k+1} := \begin{bmatrix} w_{1,k+1} \\ \vdots \\ w_{2,k+1} \\ \vdots \\ w_{J,k+1} \end{bmatrix}, \quad n_k := \begin{bmatrix} n_{1,k} \\ \vdots \\ n_{2,k} \\ \vdots \\ n_{J,k} \end{bmatrix}$$

$$\Delta H_k := H_{k+1} - H_k$$

$$\omega_{j,k+1} := e_{j,k}^T \Delta x_{j,k} + \Delta e_{j,k}^T (x_{j,k+1} - \hat{x}_{u,k}) - (\tilde{\phi}_{j,k+1} - \tilde{\phi}_{j,k})$$

$$= h_{j,k+1} \Delta X_k + w_{j,k+1}$$

$$w_{j,k+1} := -\Delta e_{j,k}^T \delta \hat{x}_{u,k} - n_{j,k+1} + n_{j,k}$$

간접 측정치 Z_k 와 Ω_{k+1} 를 단계별 최소화 절차 (stepwise minimization procedure)를 거쳐서 활용하는 SOPF는 다음과 같이 정리된다.

Initialization:

$$\hat{X}_{k_0}^o = E[X_{k_0} | \tilde{\rho}_{k_0}]$$

$$\hat{P}_{k_0}^o = r_\rho [H_{k_0}^T H_{k_0}]^{-1} \quad (11)$$

Time-Propagation:

$$Q_{k+1} = \Delta H_{k+1} \hat{P}_k^o (\Delta H_{k+1})^T + 2r_\Phi I_{J \times J}$$

$$+ r_\Phi \Delta H_{k+1} (I_{4 \times 4} - K_k^o H_k) U_k^o$$

$$+ r_\Phi (U_k^o)^T (I_{4 \times 4} - K_k^o H_k)^T (\Delta H_{k+1})^T$$

$$U_{k+1}^o = [(H_{k+1})^T (Q_{k+1})^{-1} H_{k+1} \Gamma^{-1} (H_{k+1})^T (Q_{k+1})^{-1}] \quad (12)$$

$$\bar{X}_{k+1}^o = \hat{X}_k^o + U_{k+1}^o \Omega_{k+1}$$

$$\bar{P}_{k+1}^o = U_{k+1}^o \left\{ H_k \hat{P}_k^o H_k^T + r_\Phi \begin{bmatrix} 2I_{J \times J} - H_k (I_{4 \times 4} - K_k^o H_k) U_k^o \\ -(U_k^o)^T (I_{4 \times 4} - K_k^o H_k)^T (H_k)^T \end{bmatrix} (U_{k+1}^o)^T \right\}$$

Measurement Update:

$$K_k^o = \bar{P}_k^o (H_k)^T [H_k \bar{P}_k^o (H_k)^T + r_\rho I_{J \times J}]^{-1}$$

$$\hat{X}_k^o = \bar{X}_k^o - K_k^o Z_k \quad (13)$$

$$\hat{P}_k^o = (I_{4 \times 4} - K_k^o H_k) \bar{P}_k^o (I_{4 \times 4} - K_k^o H_k)^T + r_\rho K_k^o (K_k^o)^T$$

이론적인 정확성 보다 계산의 효율성을 강조하여 (12)에 나타난 SOPF의 시전달 알고리즘을 간소화하면 다음과 같은 SUPF 알고리즘이 얻어진다.

Initialization:

$$\hat{X}_{k_0}^s = E[X_{k_0} | \tilde{\rho}_{k_0}]$$

$$\hat{P}_{k_0}^s = r_\rho [H_{k_0}^T H_{k_0}]^{-1} \quad (14)$$

Time-Propagation:

$$U_{k+1}^s = [H_{k+1}^T H_{k+1}]^{-1} H_{k+1}^T$$

$$\bar{X}_{k+1}^s = \hat{X}_k^s + U_{k+1}^s \Omega_{k+1} \quad (15)$$

$$\bar{P}_{k+1}^s = (1 + 2r_\Phi / r_\rho) U_{k+1}^s H_k \hat{P}_k^s H_k^T (U_{k+1}^s)^T$$

$$+ U_{k+1}^s [2r_\Phi I_{J \times J} - 2r_\Phi H_k (H_k^T H_k)^{-1} H_k^T] (U_{k+1}^s)^T$$

Measurement Update:

$$K_k^s = \bar{P}_k^s (H_k)^T [H_k \bar{P}_k^s (H_k)^T + r_\rho I_{J \times J}]^{-1}$$

$$\hat{X}_k^s = \bar{X}_k^s - K_k^s Z_k \quad (16)$$

$$\hat{P}_k^s = (I_{4 \times 4} - K_k^s H_k) \bar{P}_k^s (I_{4 \times 4} - K_k^s H_k)^T + r_\rho K_k^s (K_k^s)^T$$

SOPF와 SUPF 모두에 있어서 추정오차는 다음의 재귀식을 만족하게 된다 (위첨자는 설명의 편의를 위하여 생략):

$$\delta \bar{X}_{k+1} = U_{k+1} [H_k \delta \hat{X}_k - (n_{k+1} - n_k)]$$

$$\delta \hat{X}_k = (I_{4 \times 4} - K_k H_k) \delta \bar{X}_k - K_k v_k \quad (17)$$

또한, 정보공유법칙 (information sharing principle) [17]에 의하여 (13)과 (16)에 나타난 오차공분산식은 다음과 같이 간략화 된 형태로 표현할 수 있다:

$$(\hat{P}_k)^{-1} = (\bar{P}_k)^{-1} + \frac{1}{r_\rho} (H_k^T H_k)^{-1} \quad (18)$$

2.거리영역 필터

SORF는 압축 의사거리 (compressed pseudorange) $\hat{\rho}_{j,k}$ 와 투영 의사거리 (projected pseudorange) $\bar{\rho}_{j,k}$ 를 매시점 생성하게 된다. 압축 의사거리 $\hat{\rho}_{j,k}$ 는 SORF 초기화 후 현 시점까지 수신기가 제공한 의사거리 $\{\tilde{\rho}_{j,i}\}_{i=0,1,2,\dots,k}$ 및 누적위상 측정치 $\{\phi_{j,i}\}_{i=0,1,2,\dots,k}$ 를 모두 활용한 등가 의사거리 (equivalent pseudorange)이며 투영 의사거리 $\bar{\rho}_{j,k}$ 는 현 시점의 의사거리 측정치 $\tilde{\rho}_{j,k}$ 를 제외한 모든 의사거리 및 누적위상 측정치들을 활용한 등가 의사거리이다. 압축 의사거리 $\hat{\rho}_{j,k}$ 와 투영 의사거리 $\bar{\rho}_{j,k}$ 는 SORF의 후 추정치 및 전 추정치로 각각 해석할 수 있으며 이들의 오차 공분산 행렬은 $\hat{R}_{j,k}$ 와 $\bar{R}_{j,k}$ 로 각각 표현된다.

SOPF와 SUPF에 비하여 SORF는 수신기의 위치를 직접적으로 추정하지 않으나, 동 시점(concurrent time instant)에서 다수 채널로부터 압축 의사거리 $\hat{\rho}_{j,k}$ 또는 투영 의사거리 $\bar{\rho}_{j,k}$ 를 수집하여 이들을 의사거리 측정치와 동일하게 취급하여 위치결정 알고리즘을 구동하면 정확도가 향상된 위치 추정치를 얻을 수 있다. 공통 오차 요소를 제거하여 수신기 각 채널의 측정오차가 상호 독립이라 가정하면 간접적으로 추정된 위치정보의 오차공분산 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{P}_k^r &= (H_k^T \bar{R}_k^{-1} H_k)^{-1} \\ \hat{P}_k^r &= (H_k^T \hat{R}_k^{-1} H_k)^{-1} \end{aligned} \quad (19)$$

여기서 오차 공분산 행렬 \bar{R}_k 와 \hat{R}_k 는 각 채널별 스칼라 오차공분산 값 $\{\hat{R}_{j,k}\}_{j=1,2,\dots,J}$ $\{\bar{R}_{j,k}\}_{j=1,2,\dots,J}$ 들에 의하여 다음과 같이 구성된다.

$$\bar{R}_k := \begin{bmatrix} \bar{R}_{1,k} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \bar{R}_{2,k} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \bar{R}_{J,k} \end{bmatrix}, \quad \hat{R}_k := \begin{bmatrix} \hat{R}_{1,k} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \hat{R}_{2,k} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \hat{R}_{J,k} \end{bmatrix} \quad (20)$$

앞서 설명된 거리영역 필터 SORF의 위치영역 필터 SOPF 및 SUPF와의 차이점을 참조하고 SORF에 사용된 단계별 최소화 절차를 활용하면 다음과 같이 SORF 알고리즘이 얻어진다[14].

Initialization:

$$\alpha_{j,k0} = 0, \quad \beta_{j,k0} = 1, \quad \hat{\rho}_{j,k0} = \tilde{\rho}_{j,k0}, \quad \hat{R}_{j,k0} = r_\rho \quad (21)$$

Time-Propagation:

$$\begin{aligned} \bar{\rho}_{j,k+1} &:= \hat{\rho}_{j,k} + (\tilde{\phi}_{j,k+1} - \tilde{\phi}_{j,k}) \\ \bar{R}_{j,k+1} &= \hat{R}_{j,k} + 2\beta_{j,k} r_\Phi \end{aligned} \quad (22)$$

Measurement Update:

$$\begin{aligned} \alpha_{j,k} &= r_\rho / (\bar{R}_{j,k} + r_\rho) \\ \beta_{j,k} &= 1 - \alpha_{j,k} \\ \hat{\rho}_{j,k} &= \alpha_{j,k} \bar{\rho}_{j,k} + \beta_{j,k} \tilde{\rho}_{j,k} \\ \hat{R}_{j,k} &= \alpha_{j,k} \bar{R}_{j,k} \end{aligned} \quad (23)$$

Position Solutions:

$$\begin{aligned} \bar{X}_k^r &= E[X_k | \bar{\rho}_k], \quad \bar{P}_{k0} = \bar{R}_k (H_k^T H_k)^{-1} \\ \hat{X}_k^r &= E[X_k | \hat{\rho}_k], \quad \hat{P}_{k0} = \hat{R}_k (H_k^T H_k)^{-1} \end{aligned} \quad (24)$$

III. 성능 비교 및 분석

앞서 나타난 바와 같이 위치영역 CSC 필터인 SOPF와 SUPF는 거리영역 CSC 필터인 SORF에 비하여 가시위성에 대한 기하학적 개형에 의하여 시변특성(time-varying characteristic)을 가지고 있다. 따라서 SOPF와 SUPF에 대한 해석적인 성능분석은 시불변의 특성을 가지는 SORF에 비하여 난점을 내포하고 있다. 이러한 난점을 해결하기 위하여 본 논문에서는 5개의 정리를 활용하여 단계적으로 위치영역 필터와 거리영역

필터의 성능을 비교 분석하는 방법을 택하고 있다. 정리 1은 SOPF의 최소값을, 정리 2는 SOPF와 SUPF 성능 비교를, 정리 3과 정리 4는 SUPT와 SORF의 성능비교를, 그리고 정리 5는 점근적인 SORF 오차 공분산 행렬의 극한값을 각각 다룬다.

정리 1 : SOPF의 하한

SOPF의 오차공분산 행렬 \hat{P}_k^o 는 모든 시점 k 에 대하여 다음의 행렬 부등식(Matrix Inequality)에 의하여 제한된다.

$$\frac{r_\Phi r_\rho}{r_\Phi + r_\rho} (H_k^T H_k)^{-1} \leq \hat{P}_k^o \quad (25)$$

증명 : 서로 다른 두 시점에서의 누적 위상 측정 오차 n_k 와 n_{k+1} 는 상관되어 있지 않으므로 (5)와 (17)을 활용하면 다음의 행렬 부등식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \bar{P}_{k+1}^o &= U_{k+1}^o E \left\{ \begin{bmatrix} (H_k \delta \hat{X}_k^o + n_k) - n_{k+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} (U_{k+1}^o)^T \right\} \\ &\geq r_\Phi U_{k+1}^o (U_{k+1}^o)^T \\ &= r_\Phi [H_{k+1}^T (Q_{k+1}^o)^{-1} H_{k+1}]^{-1} H_{k+1}^T (Q_{k+1}^o)^{-1} I_{J \times J} \\ &\quad \cdot (Q_{k+1}^o)^{-1} H_{k+1} [H_{k+1}^T (Q_{k+1}^o)^{-1} H_{k+1}]^{-1} \end{aligned} \quad (26)$$

투영행렬 (projection matrix)의 특성에 의하여 다음의 행렬 부등식은 모든 시점 k 에 대하여 항상 성립한다[18].

$$H_k (H_k^T H_k)^{-1} H_k^T \leq I_{J \times J} \quad (27)$$

(27)을 (26)에 대입하면

$$\bar{P}_{k+1}^o \geq r_\Phi (H_{k+1}^T H_{k+1})^{-1} \quad (28)$$

(18)과 (28)로부터 다음의 관계식이 얻어진다.

$$(\hat{P}_{k+1}^o)^{-1} = \frac{1}{r_\Phi} H_{k+1}^T H_{k+1} + \frac{1}{r_\rho} H_{k+1}^T H_{k+1} \leq \frac{r_\Phi + r_\rho}{r_\Phi r_\rho} H_{k+1}^T H_{k+1} \quad (29)$$

(29) 양변의 역행렬을 구하면 (25)가 얻어짐을 알 수 있다. □
참고사항 : m -자 정방행렬(square matrix) $A \in R^{m \times m}$ 와 $B \in R^{m \times m}$ 에 대한 행렬 부등식 " $A \geq B$ " 는 모든 m -자 벡터 $x \in R^{m \times 1}$ 에 대하여 " $x^T A x \geq x^T B x$ " 의 관계가 만족됨을 의미한다[18]. ■

정리 2 : SUPF의 하한

SOPF 와 SUPF의 전 및 후 추정오차 공분산 행렬 \bar{P}_k^o , \hat{P}_k^o , \bar{P}_k^s , 그리고 \hat{P}_k^s 는 각각 모든 시점 k 에 대하여 다음의 행렬 부등식을 만족한다.

$$O < \bar{P}_k^o \leq \bar{P}_k^s, \quad O < \hat{P}_k^o \leq \hat{P}_k^s \quad (30)$$

참고사항 : SOUF 시전달 식은 단계별 최적화를 고려한 SOPF 시전달 식을 간략화 한 것이므로 오차 공분산 행렬의 정의로부터 (30)의 부등식은 자명하다. 보다 자세한 사항은 [14]에 기술되어 있다.

보조정리 : 스칼라 오차 공분산 재귀식의 하한
(31)-(33)에 나타난 스칼라 변수 $\bar{\mu}_k$ 와 $\hat{\mu}_k$ 의 재귀식은

$$\hat{\mu}_0 = r_\rho \tag{31}$$

$$\bar{\mu}_{k+1} = (1 + 2r_\Phi / r_\rho) \hat{\mu}_k \tag{32}$$

$$\hat{\mu}_k = \frac{r_\rho}{r_\rho + \bar{\mu}_k} \bar{\mu}_k \tag{33}$$

(31), (34), (35)의 재귀식과 동일한 결과를 발생시킨다.

$$\bar{\mu}_{k+1} = \hat{\mu}_k + 2\beta_k^\mu r_\Phi, \quad \beta_k^\mu := \frac{\bar{\mu}_k}{\bar{\mu}_k + r_\rho} \tag{34}$$

$$\hat{\mu}_k^{-1} = \bar{\mu}_k^{-1} + r_\rho^{-1} \tag{35}$$

또한, $\bar{\mu}_k$ 와 $\hat{\mu}_k$ 는 k 가 증가함에 따라 감소하며 모든 시점 k 에 대하여 다음과 같이 양의 실수 하한값 $\bar{\mu}$ 와 $\hat{\mu}$ 에 의하여 각각 제한된다

$$\bar{\mu}_k \geq 2r_\Phi, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} \bar{\mu}_k = \bar{\mu}, \quad \bar{\mu} := 2r_\Phi \tag{36}$$

$$\hat{\mu}_k \geq \frac{2r_\Phi r_\rho}{2r_\Phi + r_\rho}, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} \hat{\mu}_k = \hat{\mu}, \quad \hat{\mu} := 2r_\Phi \tag{37}$$

증명 : 정보공유법칙 (information sharing principle) [17] 에 의하여 (33)과 (35)는 동일한 의미를 가진다. 따라서 (32)와 (34)의 등가성 만을 보이면 된다. (34)를 다시 정리하면 다음의 관계식이 얻어진다.

$$\beta_k^\mu (\bar{\mu}_k + r_\rho) = \bar{\mu}_k, \quad \bar{\mu}_k = \frac{\beta_k^\mu}{1 - \beta_k^\mu} r_\rho \tag{38}$$

(38)과 (35)에 의하면 다음의 관계가 성립한다.

$$\beta_k^\mu = \frac{\hat{\mu}_k}{r_\rho} \tag{39}$$

(39)의 $\beta_{l,k}$ 를 (32)에 대입하고 정리하면 (34)가 얻어짐을 알 수 있다.

지금부터는 수열 $\{\bar{\mu}_k\}_{k=1,2,3,\dots}$ 이 증가하지 않으며 또한 다음과 같이 하한이 존재함을 보이고자 한다.

$$2r_\Phi \leq \bar{\mu}_{k+1} \leq \bar{\mu}_k \tag{40}$$

먼저, (31)과 (32)를 조합하면 $k=1$ 의 시점에서 (40)이 만족됨을 알 수 있다. 다음으로, $\bar{\mu}_k$ 가 (41)을 만족하면

$$\bar{\mu}_k = 2r_\Phi + \varepsilon_k, \quad \varepsilon_k \geq 0 \tag{41}$$

다음 시점에서도 (41)이 성립함을 보이고자 한다. 이를 위하여 (32)와 (33)을 결합하여 (42)를 얻는다.

$$\bar{\mu}_{k+1} = \frac{r_\rho + 2r_\Phi}{r_\rho + \bar{\mu}_k} \bar{\mu}_k \tag{42}$$

(41)을 (42)에 대입하고 정리하면 다음의 식이 얻어진다.

$$\bar{\mu}_{k+1} = 2r_\Phi + \varepsilon_{k+1} \tag{43}$$

$$\varepsilon_{k+1} = \frac{r_\rho}{r_\rho + 2r_\Phi + \varepsilon_k} \varepsilon_k \geq 0 \tag{44}$$

따라서 (41)과 등가한 (36)의 조건이 만족됨을 알 수 있다. 또한, (35)와 (36)에 의하여 (37)이 얻어짐을 알 수 있다.

(44)에 의하면 모든 k 에 대하여 다음의 부등식이 성립한다.:

$$0 < \frac{r_\rho}{r_\rho + 2r_\Phi + \varepsilon_k} < 1 \tag{45}$$

(44)와 (45)에 의하여 다음의 극한값을 얻을 수 있다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \varepsilon_k = 0 \tag{46}$$

(41)과 (46)에 의하여 (36)의 극한값 $\bar{\mu}$ 가 얻어지며 이를 (35)에 대입하면 나머지 극한값 $\hat{\mu}$ 가 얻어진다. ■

정리 3 : SUPF의 상한

SUPF의 오차 공분산 행렬 \bar{P}_k^s 와 \hat{P}_k^s 는 모든 시점 k 에 대하여 다음의 행렬 부등식을 만족한다.

$$\bar{P}_k^s \leq \bar{\mu}_k (H_k^T H_k)^{-1} \tag{47}$$

$$\hat{P}_k^s \leq \hat{\mu}_k (H_k^T H_k)^{-1} \tag{48}$$

여기서 양의 실수값 $\bar{\mu}_k$ 와 $\hat{\mu}_k$ 는 (31-33)에 의하여 생성된다.

증명 : (48)이 $k=0$ 의 시점에서 만족됨은 쉽게 확인할 수 있다. 다음으로, \hat{P}_k^s 가 (48)을 만족하면 (15)에 나타난 \bar{P}_{k+1}^s 가 (47)을 만족함을 보인다. (15)와 (48)에 의하면 다음의 행렬 부등식이 성립한다.

$$\begin{aligned} \bar{P}_{k+1}^s &\leq U_{k+1}^s \left\{ \begin{aligned} &(1 + 2r_\Phi / r_\rho) \hat{\mu}_k H_k (H_k^T H_k)^{-1} H_k^T \\ &+ 2r_\Phi I - 2r_\Phi H_k (H_k^T H_k)^{-1} H_k^T \end{aligned} \right\} (U_{k+1}^s)^T \\ &= U_{k+1}^s \left\{ \begin{aligned} &[(1 + 2r_\Phi / r_\rho) \hat{\mu}_k] \\ &- 2r_\Phi \end{aligned} \right\} H_k (H_k^T H_k)^{-1} H_k^T + 2r_\Phi I \left\} (U_{k+1}^s)^T \end{aligned} \tag{49}$$

여기서 $\hat{\mu}_k$ 는 (37)에 의하여 다음의 조건식을 만족한다.

$$(1 + 2r_\Phi / r_\rho) \hat{\mu}_k - 2r_\Phi \geq 0 \tag{50}$$

(27)과 (50)을 (49)에 대입하고 정리하면 다음의 행렬 부등식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \bar{P}_{k+1}^s &\leq [(1 + 2r_\Phi / r_\rho) \hat{\mu}_k - 2r_\Phi] U_{k+1}^s [H_k (H_k^T H_k)^{-1} H_k^T] (U_{k+1}^s)^T \\ &\quad + 2r_\Phi U_{k+1}^s (U_{k+1}^s)^T \\ &\leq [(1 + 2r_\Phi / r_\rho) \hat{\mu}_k - 2r_\Phi] U_{k+1}^s (U_{k+1}^s)^T + 2r_\Phi U_{k+1}^s (U_{k+1}^s)^T \\ &= (1 + 2r_\Phi / r_\rho) \hat{\mu}_k U_{k+1}^s (U_{k+1}^s)^T \\ &= \bar{\mu}_{k+1} (H_{k+1}^T H_{k+1})^{-1} \end{aligned} \tag{51}$$

따라서 (47)이 만족됨을 알 수 있다. 마지막으로, \bar{P}_k^s 가 (47)을 만족하면 \hat{P}_k^s 는 (48)을 만족 시킴을 보인다 (18)의 정보공

유법칙을 (47)에 적용시키면 다음이 조건이 만족됨을 알 수 있다.

$$(\hat{P}_k^s)^{-1} \geq (1/\bar{\mu}_k)H_k^T H_k + (1/r_\rho)H_k^T H_k \tag{52}$$

$$= (1/\bar{\mu}_k + 1/r_\rho)H_k^T H_k$$

(52)의 양변에 대하여 역행렬을 구하면 (48)이 얻어짐을 알 수 있다. ■

정리 4 : SUPF의 상한

SUPF의 오차공분산 행렬 \bar{P}_k^s 와 \hat{P}_k^s 는 모든 시점 k 에 있어서 SORF의 오차공분산 행렬 SUPF의 오차공분산 행렬 \bar{P}_k^r 과 \hat{P}_k^r 에 의하여 다음과 같이 제한된다.

$$\bar{P}_k^s \leq \bar{P}_k^r, \hat{P}_k^s \leq \hat{P}_k^r \tag{53}$$

증명 : J 개의 가시위성 중에서 l -번째 위성에 대한 신호 잠금이 가장 오랫동안 유지되었다고 가정하면 J 개의 채널별 SORF 오차공분산 $\{\bar{R}_{l,k}^s\}_{j=1,2,\dots,J}$ 및 $\{\hat{R}_{l,k}^s\}_{j=1,2,\dots,J}$ 는 다음의 부등식을 만족한다.

$$\bar{R}_{j,k}^s \geq \bar{R}_{l,k}^s, \hat{R}_{j,k}^s \geq \hat{R}_{l,k}^s, j=1,2,\dots,J \tag{54}$$

(19), (20), 그리고 (54)에 의하면, J 개의 SORF를 융합한 위치 추정치의 오차공분산 행렬은 다음의 행렬부등식에 의하여 제한됨을 알 수 있다.

$$\bar{P}_k^r \geq \bar{R}_k^r \cdot (H_k^T H_k)^{-1}, \hat{P}_k^r \geq \hat{R}_k^r \cdot (H_k^T H_k)^{-1} \tag{55}$$

(55)에 나타난 바와 같이 \bar{P}_k^r 과 \hat{P}_k^r 은 두 요인에 의하여 제한된다. 첫번째는 기하학적 개형에 의한 요인 $(H_k^T H_k)^{-1}$ 이며 두번째는 신호 잠금 기간 (signal lock duration)에 의한 요인 \bar{R}_k^r 및 \hat{R}_k^r 이다. 여기서 \bar{R}_k^r 및 \hat{R}_k^r 은 각각 신호 잠금 기간이 가장 긴 채널에 대하여 수행된 SORF의 오차공분산 값들을 나타낸다. (21-23)과 (31-33)을 비교하면 $\{\bar{R}_{l,k}^r, \hat{R}_{l,k}^r\}$ 과 $\{\bar{\mu}_k, \hat{\mu}_k\}$ 는 동일한 알고리즘에 의하여 생성되었음을 알 수 있다. 그러나 가시 위성의 출몰에 의하여 모든 채널의 SORF가 동일한 기간동안 유지되지 못하므로 모든 시점 k 에 있어서 다음의 부등식이 항상 성립한다.

$$\bar{R}_k^r \geq \bar{\mu}_k, \hat{R}_k^r \geq \hat{\mu}_k \tag{56}$$

(47), (48), (55), 그리고 (56)에 의하여 (53)이 얻어진다. ■

정리 5: SORF 오차공분산 행렬의 극한값

모든 가시 위성 채널 $j=1,2,\dots,J$ 에 대하여 신호잠금이 충분히 길게 유지되면 SORF의 오차공분산 값 $\bar{R}_{j,k}$ 와 $\hat{R}_{j,k}$ 는 점근적으로 \bar{R} 와 \hat{R} 에 각각 수렴한다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \bar{R}_{j,k} = \bar{R}, \lim_{k \rightarrow \infty} \hat{R}_{j,k} = \hat{R} \tag{57}$$

여기서

$$\hat{R} = \frac{2r_\Phi r_\rho}{2r_\Phi + r_\rho}, \bar{R} = 2r_\Phi \tag{58}$$

증명 : (21-23)과 (31-33)을 비교하면 $\{\bar{R}_{l,k}^r, \hat{R}_{l,k}^r\}$ 과 $\{\bar{\mu}_k, \hat{\mu}_k\}$ 는 동일한 알고리즘에 의하여 생성되었음을 알 수 있다. 따라서 (57)에 나타난 극한값 \bar{R} 와 \hat{R} 는 (36)과 (37)에 나타난 극한값 $\bar{\mu}$ 와 $\hat{\mu}$ 와 동일하며 이를 정리하면 (57) 및 (58)과 같다. ■

추론 : SOPF, SUPF, SORF의 정상상태 성능 비교

수신기의 모든 채널이 각 가시위성에 대한 신호 잠금을 충분히 오랜 기간 동안 유지하면 SOPF, SUPF, 그리고 SORF의 오차공분산 행렬 사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$\frac{r_\Phi r_\rho}{r_\Phi + r_\rho} (H_k^T H_k)^{-1} \leq \hat{P}_k^o \leq \hat{P}_k^s \leq \hat{P}_k^r \leq \frac{2r_\Phi r_\rho}{2r_\Phi + r_\rho} (H_k^T H_k)^{-1} \tag{59}$$

참고사항 : (59)는 정리 1, 정리 2, 정리 3, 정리 4, 그리고 정리 5의 결과를 나타낸다. $r_\rho = (1\text{ m})^2$ 및 $r_\Phi = (0.01\text{ m})^2$ 의 조건에서 (59) 양변의 계수값들을 비교해 보면 다음과 같다.

$$\frac{r_\Phi r_\rho}{r_\Phi + r_\rho} \cong 0.0001$$

$$\frac{2r_\Phi r_\rho}{2r_\Phi + r_\rho} \cong 0.0002 \tag{60}$$

따라서, 가시 위성군이 충분히 오랜 기간 동안 유지될 수 있다는 특수한 조건 하에서는 (59)와 (60)에 나타난 바와 같이 SOPF, SUPF, 그리고 SORF 사이의 성능차는 매우 근소함을 알 수 있다.

IV. 결론

본 논문에서는 차분위성항법의 다양한 응용분야에 활용되는 위치영역 및 거리영역 위상평화화코드 필터의 성능을 해석적인 방법에 의하여 비교 분석하였다. 이에 의하면, 모든 가시위성의 신호가 장기간 유실되지 않는 경우 거리영역 필터와 위치영역 필터의 성능 차는 미소함을 알 수 있다. 따라서, 측지 분야와 같이 수신기가 위성에 대한 가시성이 좋은 위치에 고정 설치된 경우에는 거리영역 필터가 구현의 관점에서 편리함을 알 수 있다. 반면, 상당기간 동안의 각 가시위성에 대한 신호잠금이 보장되지 않는 실시간 동적 측위의 경우에는 위치영역 필터가 추정의 정확성 및 정보 보존의 관점에서 더욱 유리하리라 판단된다.

참고문헌

- [1] B. Parkinson and P. Axelrad, *Global Positioning System: Theory and Applications*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996.
- [2] B. Hoffmann-Wellenhof, H. Lichtenegger, and J. Collins, *GPS Theory and Practice*, 4th edn. Springer-Verlag, 1994.
- [3] J. A. Farrell and M. Bath, *The Global Positioning System and Inertial Navigation*, McGraw-Hill, 1998.

- [4] R. D. J., Van Nee, "The multipath estimating delay lock loop: approaching theoretical accuracy limits," *Proceedings of Position Location and Navigation Symposium*, April 1994, Las Vegas, Nevada, pp. 246-251.
- [5] S. Braasch, "GPS multipath model validation," *Proceedings of Position Location and Navigation Symposium*, April 1996, Atlanta, GA, pp. 672-678.
- [6] P. Axelrad, C. J. Comp, and P. F. Macdoran, "SNR-based multipath error correction for GPS differential phase," *IEEE Tr: on Aerospace and Electronic Systems*, 1996, 32 (2) pp. 650-660.
- [7] Y. Georgiadou and A. Kleusberg, "On carrier signal multipath effects in relative GPS positioning," *Manuscripta Geodaetica*, 1988, 13 (1) pp. 1-8.
- [8] J. K. Ray, M. E. Cannon, and P. Fenton, "GPS code and carrier multipath mitigation using a multiantenna system," *IEEE Tr: on Aerospace and Electronic Systems*, 2001, 37 (1) pp. 183-195
- [9] 이형근, 이장규, 지규인, "일반적인 GPS 수신기를 위한 채널별 다중경로오차 검출 기법," *제어자동화시스템공학 회지*, vol. 8, no. 9, pp. 818-826, 2002.
- [10] H. K. Lee, J. G. Lee, and G. I. Jee, "GPS multipath detection based on successive-time double-differences", *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 11, no. 3, pp. 316-319, 2004.
- [11] R. Hatch, "The synergism of GPS code and carrier measurements," *Proceedings of the Third International Geodetic Symposium on Satellite Doppler Positioning*, vol. II, February 1982, New Mexico, pp. 1213-1232.
- [12] P. Y. C. Hwang and R. G. Brown, "GPS navigation : combining pseudorange with continuous carrier phase using a kalman filter," *Navigation: Journal of The Institute of Navigation*, 1990, 37 (2) pp. 181-196.
- [13] S. B. Bisnath and R. B. Langley, "Precise, efficient GPS-based geometric tracking of low earth orbiters," *Proceedings of the ION Annual Meeting*, June 1999, Cambridge, Massachusetts, pp. 751-760.
- [14] H. K. Lee, C. Rizos, and G. I. Jee, "Design and analysis of DGPS filters with consistent error covariance information," *Proceedings of The 6th International Symposium on Satellite Navigation Technology*, Melbourne, Australia, July 2003, paper 47.
- [15] A. H. Jazwinski, *Stochastic Processes and Filtering Theory*, Academic Press, 1970.
- [16] H. K. Lee, *Time-Propagated Measurement Fusion and Its Application to Multipath Detection and Isolation*, Ph.D. Dissertation, School of Electrical Engineering and Computer Science, Seoul National University, 2002.
- [17] N. A. Carlson, "Federated square root filter for decentralized parallel processes," *IEEE Tr: on Aerospace and Electronic Systems*, 1990, 26 (3) pp. 517-525.
- [18] T. Kailath, A. H. Sayed, and B. Hassibi, *Linear Estimation*, Prentice Hall, 2000.



이형근

2002년 서울대학교 전기컴퓨터공학부 (공학박사). 1994년 3월~1998년 2월 현대우주항공(주). 2002년 9월~2003년 8월 SNAP, UNSW, Australia(연구원). 2002년 9월~현재 한국항공대학교 항공전자 및 정보통신 공학부(전임강사).



Chris Rizos

1980 School of Surveying & Spatial Information Systems, UNSW, Australia (Ph.D.) 1987~Current School of Surveying & Spatial Information Systems, UNSW, Australia (Professor), Fellow of the International Association of Geodesy, Member of the Board of the IGS.



지규인

1989년 Case Western Reserve University (공학박사). 1990년 Rensselaer Polytechnic Institute(연구원). 1990년 9월~1992년 2월 강원대학교 제어계측공학과(전임강사). 1992년 3월~현재 건국대학교 전자공학과(부교수).