

사장교의 케이블 초기장력 및 기준길이 결정에 관한 연구

Determination of Initial Tension and Reference
Length of Cables of Cable-Stayed Bridges

임 성 순*

Yhim, Sung-Soon

Abstract

This study presents the shape iteration method and the updated Lagrangian methods to calculate the initial tension and the reference length of cables of cable-stayed bridges. The girders and towers of cable-stayed bridge are modelled as 3-dimensional frame elements and the cable as nonlinear truss element or Ernst's cable element. Compared with the initial tensions of cables by finite element method in this study and by trial-and error method in practices, the tensions by the former are shown to be a little less than the those by the latter. The reference lengths of cables by Ernst's cable elements are almost consistent with those of cables by nonlinear truss elements. And the reference length of cables in this study are almost consistent with the arc length of beam with the same initial tension. Therefore the reference lengths of cables in cable-stayed bridges are shown to be obtained simply by the theory of beam with the initial tension calculated in this study.

요 지

본 연구는 형상반복법과 수정 라그랑주 방법으로 사장교 케이블의 초기장력과 기준길이를 계산하였다. 사장교의 거더와 주탑은 3차원 frame 요소로, 케이블은 비선형 트러스요소와 Ernst의 케이블 요소로 이상화하였다. 본 연구의 유한요소법에 의한 케이블의 초기장력과 실무에서 사용하는 시산법에 의한 케이블의 장력을 비교한 결과, 전자의 경우가 후자의 경우보다 적음을 알 수 있었다. 케이블의 기준길이는 비선형 트러스요소를 사용한 해석결과와 Ernst의 케이블 요소를 사용한 해석결과를 비교하였으며 두 가지 해석결과가 거의 일치함을 알 수 있었다. 또한 기준길이는 초기장력값을 나타내는 단순교의 지간과 거의 일치함을 알 수 있었다. 따라서 케이블의 기준 길이는 본 연구로부터 얻은 초기장력을 가진 단순보의 호의 길이를 나타냄을 알 수 있었다.

Keywords : Cable-Stayed Bridges, Initial Tension, Reference Length, Nonlinear Truss Element, Ernst's Cable Element, Updated Lagrangian method, Shape Iteration Method

핵심 용어 : 사장교, 초기장력, 기준길이, 비선형 트러스 요소, Ernst의 케이블 요소, Updated Lagrangian method, 형상반복법

* 정희원, 서울시립대학교 토목공학과 교수

E-mail : yhimss@uos.ac.kr 02-2210-2953

•본 논문에 대한 토의를 2005년 6월 30일까지 학회로 보내 주시면 2005년 10월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

1. 서론

케이블 부재는 휨강성이 매우 작으며 작은 외력에도 대 변위를 야기하는 기하학적 비선형 특성이 강한 구조체이다. 이러한 케이블 교량의 구조거동을 공식화하고 지배방정식을 결정하여 이로부터 해를 얻기가 매우 어려운 일이다. 교량 구조물에 몇 개의 케이블 부재가 포함되어도 전체 교량에 대한 구조 거동은 비선형성을 나타내므로 비선형 해석을 통해 정확한 구조거동을 규명하여야 한다.

고전적인 케이블 부재 해석은 케이블을 강체와 링크 요소가 결합된 모델로 이상화하여 절점 평형법으로 케이블의 인장력을 계산하는 방법이 사용되었다. 이후, 케이블의 축력을 모사하기 위해 비선형 트러스 요소로 이상화하여 사장교 케이블의 초기장력을 결정하는 방법이 소개되었다. 1970년대에 이르러 Ernst^{1,6)}가 유도한 등가탄성계수요소를 적용한 사장교 케이블 해석이 소개되었고 현재 가장 널리 적용하는 케이블요소이다. 그러나 Ernst의 케이블 요소는 직선 길이를 케이블 길이로 가정하여 케이블의 인장력을 결정하므로 케이블의 기준길이를 알 수 없다는 단점이 있다. 기준길이를 보다 정확한 계산할 수 있는 케이블 이론은 1970년대 후반 Irvine¹²⁾에 의해 유도된 탄성현수 케이블 이론이지만 이는 케이블 망구조나 강성이 매우 적은 현수교의 케이블 해석에 적합한 방법이다.

사장교에서 케이블의 초기장력이나 초기길이가 구조적인 비선형성과 선형성을 지배하는 요인이지만 이는 구조거동과 연계되는 항을 나타낸다. 그러므로 사장교의 해석은 초기장력이나 초기형상을 가정한 후 연계된 초기길이 및 초기장력을 만족할 때까지 반복 연산하는 해석방법을 사용하고 있다. 본 연구는 이러한 한계점으로부터 간단히 케이블의 기준길이를 결정하는 간이법을 제시하고자 한다. 해석방법은 먼저 기존 사장교 해석방법을 적용하고 비선형해석을 통하여 초기형상 해석을 실행하여 정해진 변위를 만족시키는 정적평형상태의 구조거동을 유도하였다. 제어절점의 변위를 만족하고 평형상태를 만족하는 케이블의 장력을 결정한 후 이로부터 케이블의 기준길이를 결정하는 연산방법을 적용하였다.

2. 유한요소이론

본 연구에서는 사장교의 기하학적 비선형성을 고려하기 위하여 Newton-Rhapon Method에 의해 정적 비선형 해석을 수행하였다. 접선강도 매트릭스는 Updated Lagrangian Method에 근거하여 산정하였으며 사장교의 주탑과 보강형은 3차원 프레임 요소, 케이블은 비선형 트러스 요소와 Ernst의 등가 트러스 요소로 모델링하였다.

2.1 3차원 보 요소

본 연구에서는 사장교의 주탑과 보강형에 대해 Fig. 1과 같은 절점당 6개의 자유도를 갖는 3차원 보 요소를 적용하였다. 보 요소의 접선강도 매트릭스 $[K_T]_b$ 는 식 (1)과 같이 탄성강도 매트릭스 $[K_E]_b$ 와 기하강도 매트릭스 $[K_G]_b$ 의 합으로 나타낼 수 있다. 보 요소의 탄성강도매트릭스와 기하강도매트릭스는 일반적인 유한요소법에 대한 교재⁵⁾에 수록되어 있다.

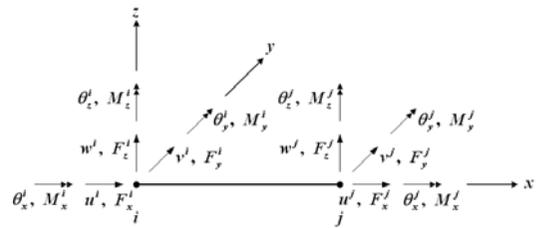
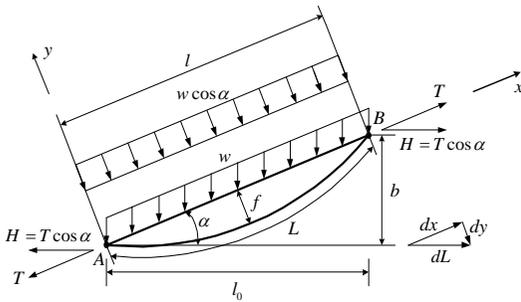


Fig. 1 3차원 보 요소의 절점변위와 부재력 벡터

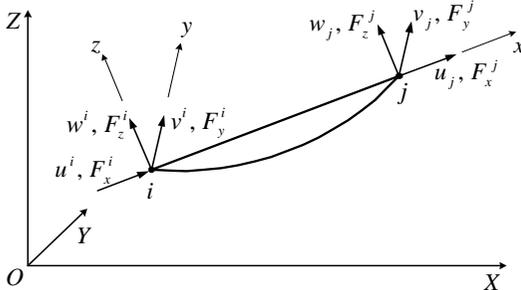
$$[K_T]_b = [K_E]_b + [K_G]_b \quad (1)$$

2.2 Ernst의 등가 트러스 요소

Ernst의 등가 트러스 요소는 Fig. 2와 같이 현수 곡선을 이루는 케이블 부재를 직선 부재로 가정하고 식 (2)와 같이 탄성계수가 케이블 장력의 함수인 등가 탄성계수 E_{eq} 를 이용한 직선형 등가 트러스 요소이다. 등가 트러스 요소의 접선강도 매트릭스 $[K_T]_e$ 는 탄성강도 $[K_E]_e$ 와 기하강도매트릭스 $[K_G]_e$ 의 합으로 나타낼 수 있다.



(a) 포물선 케이블 요소



(b) 절점변위와 부재력 벡터
Fig. 2 Ernst의 등가 트러스 요소

탄성강도 및 기하강도 매트릭스는 참고문헌⁶⁾에 수록되어 있다. Fig. 2와 식 (2)에서 α 는 수평방향과 이루는 각도이며 w 는 케이블의 단위 길이당 무게, l 은 스패, l_0 는 수평방향 투영길이, T 는 부재 양단에서의 부재 축 방향 장력, H 는 부재 양단에서의 수평 방향 분력, b 는 요소 양단 A와 B의 높이 차이, f 는 새그, E_c 는 케이블의 탄성계수, A_c 는 케이블의 단면적을 의미한다.

$$E_{eq} = \frac{E_c}{1 + \frac{E_c A_c w^2 l_0^2}{12T^3}} \quad (2)$$

3. 사장교 초기형상해석

본 연구에서는 사장교의 초기장력을 결정하기 위하여 케이블의 장력과 부재력 중에 축력만을 도입하여 비선형해석을 수행한 후 제어점에서의 최대 처짐값이

수렴조건을 만족할 때까지 반복적으로 비선형해석을 수행하였다. 본 연구에서의 제어점은 케이블과 보강형이 연결된 지점으로 선택하였고 수렴조건은 식 (3)과 같다. 초기형상해석을 위해 처음 주어지는 케이블의 초기장력을 초기가정장력이라 하였고 부재력을 도입하여 비선형해석이 수행되기까지의 해석과정을 Shape Iteration Method^{1),2)}라고 하였다. 초기가정장력은 케이블을 트러스로 모델링하고 선형해석을 수행한 후 발생하는 트러스 부재력을 케이블의 초기가정장력으로 도입하였다.

$$\left| \frac{\text{Vertical Displacement at Control Point}}{\text{Main Span Length}} \right| \leq \epsilon_s = 10^{-4} \quad (3)$$

본 연구에서 사용한 초기형상 해석에 대한 타당성을 검증하기 위하여 2차원 및 3차원 사장교의 초기형상 해석을 수행하였다. 사장교 케이블은 비선형 트러스 요소와 Ernst의 등가트러스 요소로 이상화하였으며 각각의 경우에 대하여 비교하였다.

3.1 2차원 방사형 사장교

본 연구에서 해석한 2차원 방사형 사장교^{1),2)}는 Fig. 3과 같이 주탑 하나에 6개의 케이블이 대칭으로 연결되어 있으며 단면 제원은 Table 1과 같다.

초기형상 해석을 수행한 결과, 2번의 초기형상반복 방법으로 케이블 장력은 Table 2과 같이 나타났으며 방사형 사장교의 초기형상은 Fig. 4와 같다.

Table 1 2차원 방사형 사장교 단면 상수 및 물성치[kN,m]

구조요소	탄성계수 [kPa]	단면적 [m^2]	단면2차 모멘트 [m^4]	사하중 [kN/m]	
Girder	2.068E8	164.7073	1.1307	233.5013	
Tower		Top	104.3785	0.2106	-
		Mid.	117.6061	0.3452	-
		Bot.	138.8521	0.4315	-
Cable		Ext.	21.6418	-	3.2252
	Int.	8.3311	-	1.2405	

Table 2 2차원 방사형 사장교의 케이블 장력 [kN]

Cable No.	초기 가정 장력	Shape Iteration				Yang (1996)
		1		2		
		비선형 Truss	Ernst Cable	비선형 Truss	Ernst Cable	
1	11992.34	11548.86	11513.28	11327.79	11272.63	10744.81
2	6271.96	7016.59	7042.39	7411.59	7460.97	8267.34
3	4457.10	4852.99	4852.10	5136.78	5129.22	4797.21
4	4670.10	4598.10	4606.11	4817.40	4865.44	4554.33
5	6569.99	6897.38	6934.74	6948.98	7017.04	7814.95
6	11574.22	11831.32	11779.72	11956.32	11876.25	11312.66

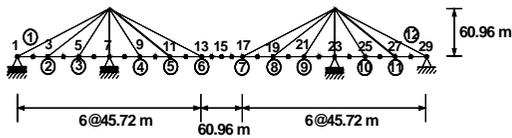
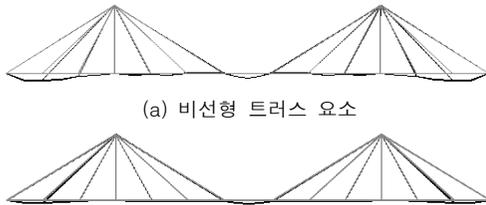


Fig. 3 2차원 방사형 사장교 모델

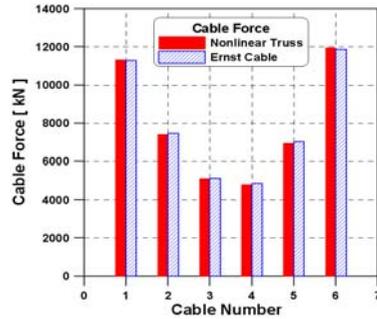


(a) 비선형 트러스 요소
(b) Ernst의 등가 트러스 요소
Fig. 4 2차원 방사형 사장교의 초기형상

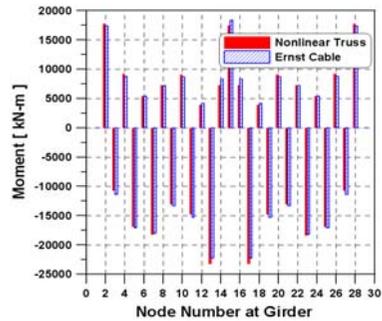
최대 초기장력은 비선형 트러스인 경우와 Ernst 등가트러스 요소인 경우 모두 케이블 6에서 각각 11956.32kN와 11876.25kN으로 나타났다. 이는 사장교의 중앙 경간의 중앙에 연결된 케이블로서 거더의 자중을 가장 많이 부담하고 있기 때문인 것으로 판단된다. 또한 케이블 1에서의 초기장력이 11327.79kN과 11272.63kN로 크게 나타나는 것은 주탑을 중심으로 케이블이 대칭적으로 배치되어 있기 때문에 케이블 6에 의한 주탑의 휨을 케이블 1이 지지해 주기 때문인 것으로 판단된다.

Fig. 5는 방사형 사장교 케이블을 비선형 트러스 요소와 Ernst 등가트러스 요소로 이상화하여 해석한 초기장력과 거더에서 발생하는 모멘트를 나타내었다. 거더에서 최대 모멘트는 비선형 트러스인 경우와 Ernst 등가트러스 요소인 경우 모두 케이블 6과 연결된 지점에

서 23230.47kN·m와 22254.29kN·m가 발생하였다.



(a) 사장교 케이블의 초기장력



(b) 거더의 모멘트 분포

Fig. 5 2차원 방사형 사장교의 초기장력과 모멘트 분포

3.2 3차원 부채형 사장교

본 연구에서 해석한 3차원 사장교는 Fig. 6과 같이 중앙 경간 200m, 측경간 84m로 전체 368m로 구성되어 있으며 각 주탑에 24개의 케이블이 대칭으로 배치되어 있다. 케이블 번호와 거더 번호는 좌측부터 부여하였으며 단면 상수 및 물성치는 Table 3과 같다.

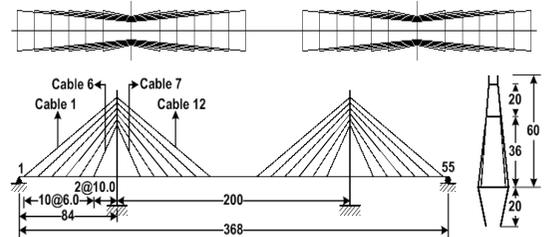
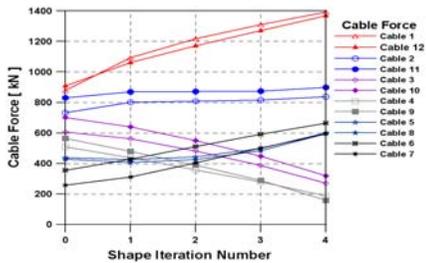


Fig. 6 3차원 부채형 사장교 모델 [unit : m]

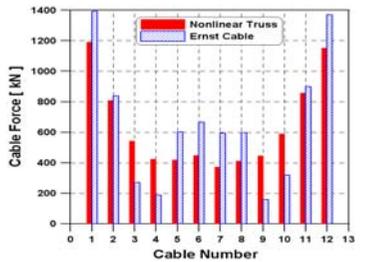
Table 3 3차원 부채형 사장교 단면 상수 및 물성치[kN,m]

부재	Girder	Tower	Cable
탄성계수	2.05926E8	2.05926E8	1.9612E8
단면적	0.629	0.628	0.007
비틀림상수	0.66	1.12	-
단면2차모멘트	0.33	0.67	-
단위중량	140.2258	98.25612	111.49422

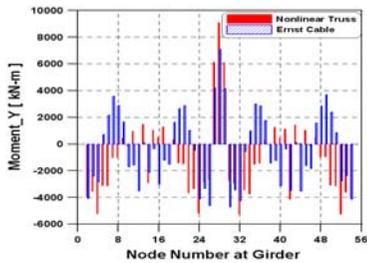
초기형상 해석을 수행한 결과 케이블을 비선형 트러스로 모델링한 경우에는 2번의 Shape Iteration, Ernst 등가 트러스 요소로 모델링한 경우에는 4번의 Shape Iteration을 통해 케이블 장력과 거더의 모멘트는 Table 4와 Fig. 7과 같이 나타났으며 사장교 초기형상은 Fig. 8과 같이 나타났다.



(a) Ernst 등가트러스 요소의 케이블장력 변화



(b) 사장교 케이블의 초기장력



(c) 거더의 모멘트 분포

Fig. 7 부채형 사장교의 케이블 장력과 모멘트 분포

Table 4 3차원 부채형 사장교의 케이블 장력 [kN]

Cable No.	초기 가정 장력	Shape Iteration					
		1		2		3	4
		비선형 Truss	Ernst Cable	비선형 Truss	Ernst Cable	Ernst Cable	Ernst Cable
1	879.40	1091.70	1093.27	1191.04	1217.02	1311.26	1393.92
2	734.61	810.18	801.74	810.01	809.78	814.98	837.57
3	605.62	590.05	563.62	542.27	481.38	387.55	270.09
4	509.27	465.88	439.01	423.63	358.47	279.90	187.23
5	439.48	424.30	427.57	418.96	443.69	500.26	601.60
6	357.05	404.11	428.32	447.66	510.75	593.17	664.13
7	258.68	309.64	311.91	372.94	403.74	502.24	594.74
8	430.09	410.14	407.48	411.24	425.87	484.52	595.86
9	565.30	498.44	479.43	445.90	388.86	290.18	158.01
10	701.03	652.33	640.94	590.16	551.84	449.43	319.83
11	829.80	866.41	869.47	856.65	871.58	874.84	898.76
12	909.04	1062.87	1062.97	1152.30	1172.60	1270.96	1369.02

최대 케이블 초기장력은 케이블이 비선형 트러스일 경우 Cable 1에서 1191.04kN, Ernst 등가 트러스일 경우 Cable 1에서 1393.92kN로 나타났으며 최대 거더 모멘트는 비선형 트러스일 경우 9076.34 kN-m, Ernst 등가 트러스일 경우 7097.88 kN-m로 약 2000kN-m의 차이가 발생하였다.

이는 Fig. 8에서 보듯이 Ernst 등가 트러스 요소인 경우가 초기형상 곡선이 비선형 트러스 보다 전체적으로 평평하기 때문에 비선형 트러스인 경우에 모멘트가 크게 발생하는 것으로 판단된다. 또한 케이블이 주탑을 중심을 대칭으로 배치되어 있으므로 Fig. 7(a)과 같이 대칭 케이블의 장력이 서로 비슷한 변화 형상을 나타내고 있음을 알 수 있다.

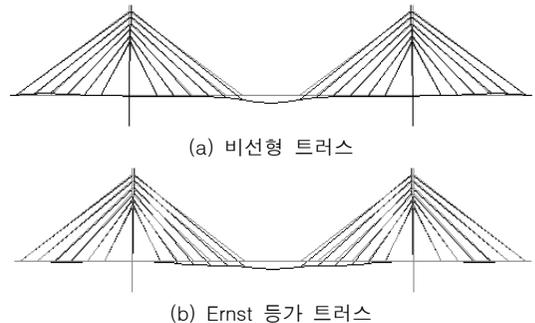


Fig. 8 3차원 부채형 사장교의 초기형상

4. 케이블 초기길이 산정

Fig. 2에서 현 AB 를 현지 지점으로 하는 단순보로 가정하고 케이블 새그 f 와 케이블 호의 길이와 현의 길이의 차 Δl 를 구하면 식 (4)와 식 (5)와 같이 케이블 장력 T 와의 관계식으로 나타낼 수 있다.

$$f = \frac{w \cos \alpha}{8T} l^2 \quad (4)$$

$$\Delta l = \frac{1}{24} \frac{w^2 l^3 \cos^2 \alpha}{T^2} \quad (5)$$

식 (5)을 이용하여 케이블의 호의 길이, 즉 기준길이 L 을 식 (6)과 같이 산정할 수 있다.

$$L = l + \Delta l \quad (6)$$

또한 본 연구는 Fig. 2에서 초기 부재력 T 과 자중 w 를 받는 단순보로 모델링하여 케이블 새그와 기준 길이를 산정하였다.

4.1 2차원 방사형 사장교 케이블의 기준 길이

Table 2와 Fig. 4와 같은 초기장력과 초기형상을 가지는 2차원 방사형 사장교[1,2]에 대해 본 연구에서 계산한 케이블 기준길이는 Table 5와 같다. 케이블 기준길이는 전술한 바와 같이 식 (6)을 이용하는 방법 그리고 단순보로 모델링하여 처짐 곡선에 대한 호의 길이를 구하는 방법을 적용하였다. 위의 두 방법의 결과치는 거의 일치하였으며 비선형 트러스 요소인 경우와 Ernst 등가 트러스 요소인 경우도 거의 유사한 값을 나타내었다. 다만, 비선형 트러스 요소를 사용한 경우와 Ernst 등가 트러스 요소를 사용한 경우에 발생하는 차이는 Table 2와 Fig. 4의 초기장력과 초기형상의 차이에 의하여 발생하는 것으로 판단된다.

두 요소를 사용한 경우에 케이블 기준길이의 차이가 거의 발생하지 않았기 때문에 본 연구에서는 Ernst

Table 5 2차원 방사형 사장교의 케이블 기준길이

Cable No.	Chord [m]	Arc[m] (비선형 트러스)		Arc[m] (Ernst Cable)	
		Eq.(6)	Beam	Eq.(4)	Beam
1	492.443	492.462	492.462	492.474	492.474
2	360.602	360.601	360.601	360.605	360.605
3	250.021	250.023	250.023	250.023	250.023
4	250.017	250.018	250.018	250.018	250.018
5	360.566	360.565	360.565	360.570	360.570
6	492.460	492.478	492.478	492.489	492.489

Table 6 2차원 방사형 사장교의 케이블 새그

Cable No.	Chord [m]	Arc[m]		Sag[m]		Sag/Chord Ratio	
		Eq.(6)	Beam	Eq.(4)	Beam	Eq.(4)	Beam
1	492.443	492.474	492.474	2.416	2.414	0.005	0.005
2	360.602	360.605	360.605	0.686	0.686	0.002	0.002
3	250.021	250.023	250.023	0.346	0.346	0.001	0.001
4	250.017	250.018	250.018	0.368	0.368	0.001	0.001
5	360.566	360.570	360.570	0.729	0.729	0.002	0.002
6	492.460	492.489	492.489	2.293	2.291	0.005	0.005

등가 트러스 요소를 사용하였을 경우의 초기장력과 초기형상을 이용하여 사장교 케이블의 새그를 산정하였다.

본 연구에서는 케이블 새그를 식 (4)를 이용하는 방법과 단순보로 모델링하였을 경우에 수직 처짐을 이용하는 방법을 이용하여 Table 6과 같이 산정하였다.

그 결과 최대 케이블 새그는 케이블 1에서 2.41m, 케이블 새그비(새그/케이블 현의 길이)는 0.005가 발생하였다. 케이블 1에서 케이블 새그가 최대인 것은 다른 케이블 보다 케이블의 현의 길이가 길고 또한 수평과 이루는 각이 작기 때문에 수직처짐이 크게 발생하기 때문인 것으로 판단되며 대형 부재인 케이블 6보다 크게 발생하는 것은 케이블의 초기장력이 케이블 6보다 작기 때문인 것으로 판단된다.

4.2 3차원 부재형 사장교 케이블의 기준 길이

4.1절과 같은 방법으로 3차원 부재형 사장교의 케이블 기준길이와 새그를 Table 7~8과 같이 산정하였다. 여기서 Table 8은 케이블을 Ernst 등가 트러스 요소를 이용한 경우이다.

Table 7 3차원 부채형 사장교의 케이블 기준길이

Cable No.	Chord [m]	Arc [m] (비선형 트러스)		Arc [m] (Ernst Cable)	
		Eq.(6)	Beam	Eq.(4)	Beam
		1	97.744	97.755	97.755
2	85.689	85.698	85.697	85.706	85.706
3	73.838	73.847	73.847	73.933	73.932
4	62.300	62.307	62.306	62.404	62.401
5	51.288	51.290	51.290	51.293	51.293
6	41.234	41.235	41.235	41.235	41.235
7	41.235	41.237	41.236	41.236	41.236
8	51.289	51.291	51.290	51.293	51.293
9	62.300	62.304	62.304	62.445	62.440
10	73.837	73.842	73.842	73.905	73.904
11	85.689	85.695	85.695	85.704	85.704
12	97.746	97.755	97.755	97.756	97.756

Table 8 3차원 부채형 사장교의 케이블 새그

Cable No.	Chord [m]	Arc [m]		Sag [m]		Sag/Chord Ratio	
		Eq.(6)	Beam	Eq.(4)	Beam	Eq.(4)	Beam
		1	97.744	97.754	97.754	0.596	0.595
2	85.689	85.706	85.706	0.739	0.738	0.009	0.009
3	73.838	73.933	73.932	1.625	1.619	0.022	0.022
4	62.300	62.404	62.401	1.554	1.541	0.025	0.025
5	51.288	51.293	51.293	0.290	0.289	0.006	0.006
6	41.234	41.235	41.235	0.132	0.131	0.003	0.003
7	41.235	41.236	41.236	0.147	0.146	0.004	0.004
8	51.289	51.293	51.293	0.292	0.291	0.006	0.006
9	62.300	62.445	62.440	1.841	1.823	0.030	0.029
10	73.837	73.905	73.904	1.372	1.367	0.019	0.019
11	85.689	85.704	85.704	0.688	0.687	0.008	0.008
12	97.746	97.756	97.756	0.606	0.606	0.006	0.006

Table 8에서 최대 새그는 Cable 9에서 식 (4)를 이용한 경우 1.841m, 단순보의 처짐을 이용한 경우 1.823m가 발생하였다. 이는 Cable 9의 초기장력이 가장 작기 때문인 것으로 판단되며 두 가지 방법에 차이가 발생하는 것은 초기 부재력을 이용하여 단순보의 처짐을 산정하였기 때문인 것으로 판단된다.

5. 3차원 사장교 수치해석 예

본 연구는 실제 설계 중에 있는 사장교 구조물에 대하여 초기형상 및 케이블 기준길이를 산정하였다. 해석대상 교량구조물은 A형 주탑을 가진 방사형 케이블을 배치한 사장교로서 보강형은 강박스 단면으로 구성되어 있다. 3차원 사장교의 해석 예에 대한 단면 상수 및 물성치는 Table 9과 같다.

Table 9 3차원 사장교의 단면 상수 및 물성치 [kN,m]

부재	Girder	Tower	Cable
탄성계수	2.05926E8	2.74568E7	1.9612E8
단면적	1.2248	7.625	0.0072
비틀림상수	1.3767	9.4805	0.0
단면2차모멘트	3.4468	22.393	0.0
단위중량	107.76794	24.515	100.11926

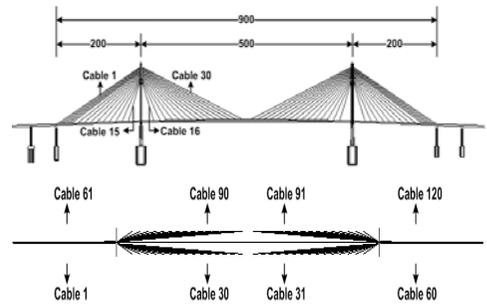
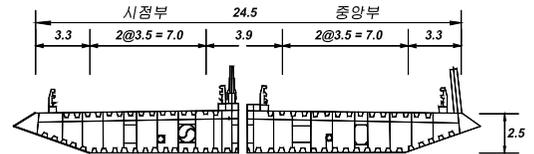


Fig. 9 3차원 사장교의 구조 체원 [unit : m]

Fig. 9와 같이 해석대상 교량구조물은 각 경간장이 200, 500, 200m로 구성되어 있으며 케이블은 120개가 배치되어 있다. 케이블 번호는 Fig. 9와 같이 좌측부터 부여하였으며 측 경간의 Cable 1과 Cable 61과의 간격과 중앙경간의 Cable 30과 Cable 90과의 간격이 다르게 보강형과 연결되어 있다. 해석 대상 교량의 단면 상수 및 물성치는 Table 9와 같다.

5.1 초기형상

전술한 바와 같이 비선형 해석을 통하여 해석 대상 교량의 케이블 초기장력을 Table 10과 Fig. 10과 같이 산정하였으며 초기형상은 Fig. 11과 같다.

대체적으로 비선형 트러스 요소인 경우와 Ernst 등가 트러스 요소인 경우는 비슷하지만 시산법에 의한 케이블 초기장력보다 비선형 해석을 수행한 초기장력이 작게 나타났으며 최대 약 39%까지 차이가 발생하였다.

Table 10 3차원 사장교 케이블의 초기장력 [kN]

Cable No.	초기 가장장력	시산법	비선형 Truss	Ernst Cable
1	3252.02	3222.25	3265.69	3262.06
2	3055.05	3260.50	3066.63	3061.63
3	2289.92	3135.96	2297.94	2292.54
4	2148.63	2973.18	2155.75	2148.79
5	2026.18	2803.54	2032.78	2024.15
6	1925.71	2616.24	1932.08	1921.88
7	1499.15	2386.78	1508.36	1497.96
8	1455.55	2221.06	1468.15	1457.76
9	1450.50	2071.03	1465.80	1457.17
10	1460.57	1924.92	1477.96	1471.98
11	1314.38	1784.69	1331.75	1328.81
12	1276.99	1731.17	1295.18	1294.20
13	1166.34	1531.70	1184.27	1184.27
14	939.96	1488.55	955.58	954.74
15	565.71	1932.76	573.29	561.84
16	514.24	1507.18	524.99	318.15
17	899.70	1441.48	881.85	884.98
18	1153.27	1479.73	1113.47	1122.30
19	1314.85	1677.81	1260.95	1268.31
20	1427.16	1728.80	1365.39	1370.68
21	1685.97	1867.06	1613.19	1617.21
22	1774.13	2009.25	1700.85	1703.60
23	1849.41	2154.38	1777.83	1779.49
24	1904.37	2305.39	1835.39	1836.27
25	2316.20	2494.65	2237.04	2237.04
26	2309.60	2649.58	2235.18	2234.30
27	2252.03	2803.54	2182.72	2180.56
28	2132.98	2961.41	2068.28	2064.75
29	2435.30	3141.84	2359.23	2352.46
30	2126.79	3311.49	2055.14	2045.24

방향 변위로 말미암은 케이블 장력감소나 증가를 고려하지 않으므로 일반적으로 케이블 장력이 큰 값을 나타낸다.

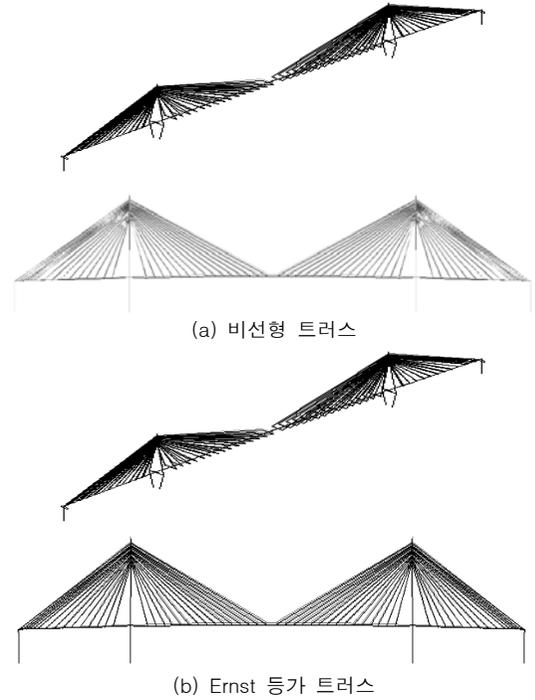


Fig. 11 3차원 비대칭 부채형 사장교의 초기형상

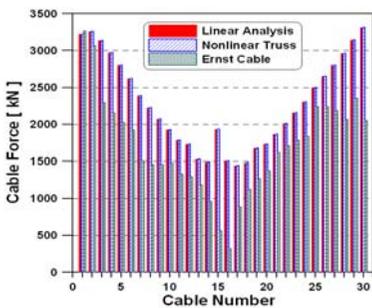


Fig. 10 3차원 비대칭 부채형 사장교의 케이블 초기장력

시산법은 주탑과 케이블이 연결된 절점의 중방향 변위를 무시하고 주형과 케이블의 연결절점의 수직 변위만을 고려하여 케이블의 장력 변화를 반복법으로 계산하는 방법이다. 이러한 시산법은 주탑의 중

5.2 케이블 기준길이

Table 10과 같은 초기장력을 갖는 케이블의 기준 길이와 새그를 산정한 결과 Table 11과 같이 나타났다.

케이블 현의 길이와 호의 길이의 차이가 최대인 위치는 Cable 30이었으며 0.119m가 발생하였다. 또한 최대 케이블 새그는 동일 위치에서 3.421m, 케이블 새그비는 0.013로 나타났다. Cable 1과 케이블 새그비의 차이가 발생하는 것은 Cable 1보다 케이블 길이가 길고 케이블 초기장력이 작기 때문인 것으로 판단된다. 또한, Cable 29의 초기장력이 Cable 30보다 크며 Cable 30보다 Cable 29의 새그량이 적은 이유는 케이블 길이에 따라 사하중 영향이 감소하기 때문이다.

Table 11 3차원 부재형 사장교의 기준길이

Cable No.	Chord	Arc [m]		Sag [m]		Sag/Chord Ratio	
		Eq.(6)	Beam	Eq.(4)	Beam	Eq.(4)	Beam
1	227.215	227.242	227.242	1.536	1.536	0.007	0.007
2	220.504	220.532	220.532	1.535	1.535	0.007	0.007
3	213.802	213.831	213.831	1.536	1.536	0.007	0.007
4	207.111	207.141	207.141	1.531	1.531	0.007	0.007
5	200.431	200.462	200.462	1.515	1.515	0.008	0.008
6	193.765	193.795	193.795	1.483	1.483	0.008	0.008
7	179.903	179.929	179.929	1.337	1.337	0.007	0.007
8	166.275	166.296	166.296	1.142	1.142	0.007	0.007
9	152.943	152.958	152.958	0.932	0.932	0.006	0.006
10	139.991	140.001	140.001	0.738	0.738	0.005	0.005
11	127.536	127.543	127.543	0.573	0.573	0.004	0.004
12	115.739	115.744	115.744	0.443	0.443	0.004	0.004
13	104.822	104.825	104.825	0.349	0.349	0.003	0.003
14	95.088	95.090	95.090	0.292	0.292	0.003	0.003
15	86.952	86.955	86.955	0.297	0.296	0.003	0.003
16	85.249	85.257	85.257	0.513	0.512	0.006	0.006
17	92.807	92.810	92.810	0.307	0.307	0.003	0.003
18	102.071	102.074	102.074	0.358	0.358	0.004	0.004
19	112.620	112.624	112.624	0.440	0.440	0.004	0.004
20	124.128	124.135	124.135	0.540	0.540	0.004	0.004
21	136.354	136.363	136.363	0.654	0.654	0.005	0.005
22	149.123	149.134	149.134	0.777	0.777	0.005	0.005
23	162.306	162.320	162.320	0.913	0.913	0.006	0.006
24	175.812	175.829	175.829	1.066	1.066	0.006	0.006
25	189.571	189.593	189.593	1.247	1.246	0.007	0.007
26	203.534	203.562	203.562	1.463	1.463	0.007	0.007
27	217.662	217.699	217.699	1.738	1.738	0.008	0.008
28	231.925	231.976	231.976	2.108	2.107	0.009	0.009
29	246.300	246.375	246.375	2.632	2.632	0.011	0.011
30	260.769	260.888	260.888	3.421	3.421	0.013	0.013

6. 결론

본 연구는 사장교의 초기 장력 결정과 기준길이에 대하여 비교 분석한 논문이다. 케이블의 초기 장력을 결정할 때 실무에서 사용하는 시산법과 비선형 트러스 및 Ernst의 케이블 요소를 사용하는 해석결과를 비교 분석하였다. 사장교의 자중에 의한 특정 점의 초기처짐을 제한하는 Shape Iteration과 이 조건을 만족하는 평형상태를 결정함으로써 케이블 장력을 결정하였고 결정된 케이블 장력을 이용하여 케이블의 기준길이

를 역하여 결정하는 방법을 적용하였다.

이와 같은 방법을 적용한 본 연구의 해석 및 분석결과를 정리하면 다음과 같다.

- 1) 실무에서 널리 사용하는 시산법에 의한 케이블의 초기장력 크기보다 본 연구에서 사용한 비선형 트러스 및 Ernst의 케이블 요소를 사용한 비선형해석 결과가 작음을 알 수 있다. 그 이유는 시산법은 주탑의 종방향 변위에 따른 케이블 장력 효과를 무시한 선형 해석결과인데 비해 본 연구의 해석결과는 이를 고려한 비선형 해석결과이기 때문이다.
- 2) 본 연구의 비선형 트러스 요소를 사용한 해석결과와 Ernst의 케이블 요소를 사용한 해석결과는 거의 유사한 값을 나타내고 있다. 비선형 트러스 요소는 기하학적 비선형성을 고려한 요소이며 Ernst의 케이블 요소는 기하학적 강도매트릭스의 변화를 등가 탄성계수로 환산한 방법이므로 해석결과에 대한 차이는 미소한 것을 알 수 있다.
- 3) 비선형 트러스요소와 Ernst 등가 트러스요소를 사용하여 평형상태에 도달하였을 때 케이블 장력으로 부터 케이블의 기준길이를 환산하면 새그와 기준길이 단순보의 처짐을 이용한 결과와 유사함을 알 수 있다.
- 4) 그러므로 케이블의 기준길이는 식 (4)와 (6)과 같이 쉽게 결정할 수 있으며 케이블 새그는 케이블의 현의 길이와 초기장력에 의해 결정된다. 이와 같은 방법은 실무에서 간단히 사용할 수 있을 것으로 판단된다.

본 연구는 실무에서 널리 사용하는 시산법에 의한 해석결과와 비선형 트러스 및 Ernst의 케이블 요소를 이용한 해석결과를 상호 비교하였으며 이로부터 케이블의 기준길이를 결정하는 방법을 제시하였다. 보다 엄밀한 기준길이 결정을 위해서는 탄성현수케이블 요소를 사용할 수 있으며 이를 적용한 해석방법은 차기 연구결과로 제시하고자 한다.

감사의 글

이 논문은 2003년 서울시립대학교 학술연구조성비에 의하여 연구되었음.

참고문헌

1. P. H. Wang, T. C. Tseng and C. G. Yang, Initial Shape of Cable-Stayed Bridges, Computer & Structures, Vol. 47, 111-123, 1993.
2. P. H. Wang and C. G. Yang, Parametric Studies on Cable-Stayed Bridges, Computers & Structures, Vol. 60, 243-260, 1996.
3. John F. Fleming, Nonlinear Static Analysis of Cable-Stayed Bridge Structures, Computers & Structures, Vol. 10, 621-635, 1979.
4. A. S. Nazmy and A. M. Abdel-Ghaffar, Three-Dimensional Nonlinear Static Analysis of Cable-Stayed Bridges, Computers & Structures, Vol. 34, No. 2, 257-271, 1990.
5. W. McGuire, R. H. Gallagher, R. D. Ziemian, Matrix Structural Analysis, 2nd ed., John Wiley & Sons, 2000.
6. J. H. Ernst, Der E-modul von seilen under Berucksichtigung des durchhanges, Der Bauingenieur 1965.2.
7. R. A. Fabian, Behavior of Cable Stayed Bridges and Techniques for Their Analysis, M.S. Thesis, Dep. of Civil. Eng., Univ. of Pittsburgh, 1980.
8. D. L. Kokoski, Three Dimensional Nonlinear Analysis of Cable Stayed Bridges Structures, M.S. Thesis, Dep. of Civil Eng., Univ. of Pittsburgh, 1979.
9. T. Kajita and Y. K. Cheung, Finite Element Analysis of Cable-Stayed Bridges, Journal of the International Association for Bridges and Structural Engineering, Vol.33, 101-122, 1973.
10. F. Aboul-Ella, New Iterative Analysis of Cable-Stayed Structures, Computer & Structures, Vol.40, 549-554, 1991.
11. A.Rajaraman, K.Loganathan and N.V.Raman, Nonlinear analysis of Cable-stayed bridges, IABSE Proc. P-37/80, 205-216, 1980.
12. M.H. Irvine, Cable Structure, MIT Press, 1981.

(접수일자 : 2005년 3월 7일)