

# SI기법 적용을 위한 최적 모델의 선택

## Selection of Optimal Model for Structural System Identification

곽 현 석\*                      권 순 정\*\*                      이 해 성\*\*\*                      신 수 봉\*\*\*\*  
Kwak, Hyun-Seok      Kwon, Soon-Jung      Lee, Hae-Sung      Shin, Soobong

### Abstract

A methodology of selecting an optimal model is proposed for applying a frequency-domain SI method effectively. Instead of using a reduced finite element model, a reasonably detail finite element model is established first and then the model is identified. To satisfy the identifiability criterion, a parameter grouping scheme is applied to control the number of unknowns. Among the simulated member grouping cases, an optimal model is selected as the one with the minimal statistical error. The proposed approach has been examined through simulation studies on a single span box-girder bridge.

### 요 지

모드자료를 이용한 SI기법을 효과적으로 적용하기 위하여 최적 모델을 선택하는 방법을 제안하였다. 축소된 유한요소 모델 대신 가능한 상세한 유한요소 모델을 정하고 SI기법으로 식별하였다. 다만 미지변수의 수를 조절하기 위하여 부재그룹 개념을 도입하였다. 최적 모델은 시도된 부재그룹 경우 중에서 최소의 통계적 오차를 갖는 것으로 선택하였다. 본 논문에서는 단경간 box-girder교에 대한 예제 수행을 통하여 제안된 방법을 검토하였다.

**Keywords :** Optimal model, System identification, Modal data, Member grouping

**핵심 용어 :** 최적 모델, SI기법, modal data, 부재그룹

\* 인하대학교 토목공학과 석사과정

\*\* 인하대학교 토목공학과 박사과정

\*\*\* 서울대학교 지구환경시스템공학부 부교수

\*\*\*\* 인하대학교 토목공학과 부교수

E-mail : sbshin@inha.ac.kr 032-860-7552

•본 논문에 대한 토의를 2005년 6월 30일까지 학회로 보내 주시면 2005년 10월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

## 1. 서론

SI(system identification)기법은 구조물의 해석을 위한 모델의 개선 혹은 구조물의 손상진단을 하기 위한 문제에 널리 응용되고 있다. 일반적으로 SI기법은 실측응답과 해석에 의한 응답 사이의 오차가 최소가 되도록 구조변수를 결정하여 구조물을 식별한다. 따라서 측정응답의 형식과 추정하는 변수의 종류에 따라 다양한 SI 기법이 개발되었다. (Caicedo and Dyke 2004, Hjelmstad and Shin 1996, Park and Lee 2004)

구조물의 해석결과가 사용하는 유한요소 모델에 따라 변하는 것처럼 SI기법의 적용 결과 역시 사용하는 유한요소의 선택 및 적정성에 영향을 받게 된다. 해석 및 설계를 위한 유한요소 모델보다 구조물 평가를 위한 모델이 보다 자세하고 실구조물의 거동을 제대로 반영할 수 있도록 설정되어야 한다. 그러나 SI기법을 적용하여 구조물의 모델을 식별할 경우, 계측정보가 일반적으로 빈약하기 때문에 이러한 복잡한 모델을 사용하는 것에 문제가 발생한다. 즉 SI기법으로 구해야 되는 미지변수의 개수에 비해 주어지는 정보의 양이 부족함으로 인하여 제대로 해석모델을 식별할 수가 없게 되는 것이다. 모델 결정은 유일한 해가 존재하는 문제가 아니기 때문에 어떤 모델이 그 구조물에 적절한 지를 결정하는 것은 어려운 문제이다.

SI기법을 적용할 때 모델을 선택하는 방법은 두 개의 접근법으로 구분할 수 있다. 첫 번째 접근법에서 최적모델은 가능한 실구조물에서 측정된 응답에 가능한 가까운 응답을 생성할 수 있는 모델로 정의되어야 한다는 것이다. (Hoff 1989, Ibrahim and Saafan 1987, Kammer 1987) 즉 주어지는 계측정보의 양에 따라 적합한 범위의 상세 내에서 해석모델을 단순화하여 설정할 수 있고 그 구조변수를 조정하여 측정응답에 가장 근접하는 모델을 설정하는 것이다. 따라서 측정자료의 정도나 유용 방법에 따라 모델의 상세가 달라질 수 있으며, 일반적으로 모델을 축소시켜 실측응답에 접근하게 하고 있다. 이에 반해 다른 하나의 접근법은 실측응답을 정확하게 재생하는 것 보다는 구조시스템의 거동을 정확하게 묘사할 수 있는 적당한

상세의 모델을 우선 선택한 후 구조변수를 조정하는 방법이다. (Sage 1972) 즉 이 접근법의 관점은 유한요소 모델이 실구조물에 대해 주어진 정보를 충분히 이용하여 실구조물의 거동을 잘 묘사할 수 있어야 한다는 것에 우선권을 두는 것이다. 따라서 모델은 가능한 적정수준의 상세함을 가지고 정의될 것이며, 그런 후 미지의 구조변수를 조정하여 측정 응답과 가장 근사한 응답을 재생성하도록 모델을 개선하였다. 구조물의 해석 모델을 만드는 이 두 방법 중에서 어떤 방법이 SI기법 적용에 적합하고 유효한지를 가능하기는 쉽지 않다. 또한 해석모델의 적정성을 결정하기 위해 무조건 복잡하고 상세한 모델이 좋은 것인지는 의문사항일 수 있다. 그러나 이러한 다양한 의견들 속에서도 구조물의 평가를 위한 모델이 지금까지 너무나 해석이나 설계를 위해 사용되는 수준 혹은 그 이하의 상세를 가지고 정의되어 왔던 것이 현실이기 때문에 이러한 점을 수정하기 위해서도 두 번째 관점인 Sage의 접근법이 더 적절한 방법으로 검토될 수 있다.

본 연구는 이러한 Sage(1972)의 관점에 따라 구조물의 거동을 가능한 잘 묘사할 수 있는 정도의 상세를 갖는 유한요소 모델을 우선 선택한 후, 이 모델의 구조변수를 기존의 SI기법으로 추정하여 최적의 모델을 결정하는 방법을 선택하였다. 그러나 주어진 계측정보의 양은 제한되나 구조모델의 복잡성만이 증가되는 경우는 구조물을 SI기법으로 식별하는 것이 현실적으로 불가능하기 때문에 본 연구에서는 부재그룹의 개념을 적용하여 미지변수의 개수를 조절하도록 하였다. (Shin 1994) 여기서 부재그룹의 개수는 계측정보의 양에 따른 식별조건이 만족되는 범위 내에서 선택할 수 있도록 하였다. 따라서 이러한 부재그룹의 사용으로 인하여 SI기법에 의한 구조모델을 식별하는 문제가 몇 개의 부재그룹을 사용할 것인가 하는 문제와 부재그룹의 경우를 어떻게 선택할 것인가 하는 문제로 변하게 되었다.

부재그룹의 최대 허용 개수는 측정된 데이터의 양에 따라 한정된다. 그러나 몇 개의 그룹으로 나누는 것이 최선의 선택인지를 결정하는 것은 단순한 문제가 아니다. 일반적으로 허용된 범위 내에서 가능한 많은 수의 그룹을 사용할수록 정합오차를 줄일 수 있을 것

이다. 그러나 항상 많은 수의 그룹을 사용하는 것이 적은 수의 그룹을 사용하는 것보다 좋은 모델을 선택하게 해준다고는 볼 수 없다. 그 예로 만약 다항식함수를 사용하여 단순한 회귀문제를 해결하려 한다면 고차의 다항식함수가 저차의 다항식함수보다 회귀오차를 줄일 수 있을 것이다. 그러나 높은 차수의 다항함수가 보다 적절한 것이라는 것은 아니다. 특히 측정 오차가 존재하는 문제의 경우에는 복잡한 모델이 무조건 좋은 모델일 수는 없으며 어느 정도 선에서 최적의 복잡성을 선택해주어야 한다. Akaike(1972)와 Barron(1984)은 통계적 분석에 의해 최적의 모델을 선택하는 방법론을 각자 제시하였다. 두 사람 모두 기존의 오차함수에 일종의 penalty와 같은 역할을 하는 함수를 추가하여 그룹 수의 부적절한 증가를 억제하는 방향에서 최적 모델을 결정하도록 하였다. 다시 말하면 어느 정도의 복잡성은 유지하되 가능한 단순한 형태의 모델을 설정하려고 하였다. 따라서 본 연구에서도 이들이 제시한 통계적 지수를 부재그룹의 수를 변화시키면서 계산하여 최소의 오차를 주는 그룹의 개수를 가지는 경우를 최적모델로 선택하도록 하였다. 다만, 하나의 그룹 개수에 대해서도 무한의 그룹 경우의 수가 존재하기 때문에 본 연구에서는 균등한 분포를 갖는 그룹의 경우만을 제한적으로 고려하도록 하였다. 이는 차후 가능한 모든 경우의 수를 확인하는 방법으로 발전되어야 할 부분이다. 제한된 방법을 검증하기 위하여 단경간 박스거리교에 대하여 예제를 수행하였다. 측정 데이터를 구현하기 위하여 solid요소와 shell요소를 사용한 아주 상세한 유한요소 모델을 사용하였다. SI기법 적용을 위해서는 일반적인 상세를 갖는 격자형 모델을 선택하였다. 즉 격자형 모델이 평가를 위한 모델로 충분히 상세한 정도를 갖고 있다고 가정하였다. 고정된 격자형 모델을 이용하여 일정한 형태로 모델의 그룹 수를 변화시켰다. 예제 수행 중 최적의 그룹 수를 찾기 위하여 Akeike나 Barron의 추정 오차를 이용하여 추정되어진 결과를 비교하였다.

## 2. 변수그룹을 사용한 SI기법 적용

본 연구에서 적용하는 SI기법은 측정된 모드자료를

사용하여 최적화 모델을 식별하는 것이다. (Jang et al. 2002) 측정오차를 포함하는 측정 모드자료를 이용하여 그룹 매개변수를 추정하기 위하여 주파수 영역 SI기법을 적용하였다. 지배 방정식은 식(1)과 같다.

$$\mathbf{K}(\mathbf{x}) \boldsymbol{\phi}_i(\mathbf{x}) = \lambda_i \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_i(\mathbf{x}) \quad (1)$$

여기서  $\lambda_i$ 는  $i$ 번째의 고유치를,  $\mathbf{x}(N_g \times 1)$ 는 미지의 그룹 변수 벡터를,  $\mathbf{K}(N \times N)$ ,  $\mathbf{M}(N \times N)$ 는 강성행렬과 질량행렬을,  $\boldsymbol{\phi}_i(N \times 1)$ 은  $i$ 번째 모드의 모드변위벡터를,  $N_g$ 는 미지의 그룹변수의 개수를, 그리고  $N$ 은 자유도의 수를 나타낸다. 부재그룹 방법을 적용할 때 그룹변수  $x_p$ 에 의해서 강성행렬은 분해될 수 있고, 그것에 상응하는 상수행렬  $\mathbf{G}_p$ 로 식(2)와 같이 표현 된다. 식(1)에서 강성만이 미지의 변수이며 질량은 기지의 값으로 가정하였다.

$$\mathbf{K}(\mathbf{x}) = \sum_{p=1}^{N_g} x_p \mathbf{G}_p \quad (2)$$

대형 구조물에서 응답은 제한된 자유도에서만 측정할 수 있다. 따라서 모드변위벡터  $\boldsymbol{\phi}$ 는 식(3)과 같이 측정자유도와 미측정자유도로 나누어 고려하였다.

$$\boldsymbol{\phi}_i(\mathbf{x}) = \left\{ \tilde{\boldsymbol{\phi}}_i^T(\mathbf{x}) \quad \bar{\boldsymbol{\phi}}_i^T(\mathbf{x}) \right\}^T \quad (3)$$

여기서  $\tilde{\boldsymbol{\phi}}_i(\tilde{N} \times 1)$ ,  $\bar{\boldsymbol{\phi}}_i(\bar{N} \times 1)$ 은 측정자유도와 미측정자유도로 나뉜 모드변위벡터의 부분이며,  $\tilde{N}$ ,  $\bar{N}$ 은 측정자유도의 수와 미측정자유도의 수를 나타낸다.

주파수영역 SI 방법에 의한 최적의 그룹변수  $\mathbf{x}$ 는 해석에 의한 모드형상이 계측에 의한 모드형상에 가장 근접하도록 함으로써 구해진다. 즉, 식(4)로 정의되는 확률밀도함수를 최대화시킴으로서 미지의 변수를 추정하게 하였다.

$$f(\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_m | \mathbf{x}) = \left[ (2\pi)^{\tilde{N} \times nmm} \prod_{i=1}^{nmm} \text{Det}(\boldsymbol{\Lambda}_i) \right]^{-1/2} \times \exp \left[ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{nmm} (\tilde{\boldsymbol{\phi}}_i(\mathbf{x}) - \tilde{\boldsymbol{\phi}}_{mi})^T \boldsymbol{\Lambda}_i^{-1} (\tilde{\boldsymbol{\phi}}_i(\mathbf{x}) - \tilde{\boldsymbol{\phi}}_{mi}) \right] \quad (4)$$

여기서  $\tilde{\Phi}_m (\tilde{N} \times nmm)$  은 측정된 모드변위행렬,  $nmm$  은 측정된 모드의 수,  $\tilde{\Phi}_{mi} (\tilde{N} \times 1)$  은 측정된  $i$ 번째 모드의 모드변위벡터, 그리고  $\Lambda_i (\tilde{N} \times \tilde{N})$  은 측정된  $i$ 번째 모드의 공분산행렬을 의미한다. 만약 실험에 의한 측정오차 분포는 구조변수  $\mathbf{x}$ 의 변화에 영향을 받지 않고 측정 데이터 분산의 편차는 모든 측정자유도에서 동일하다고 가정할 수 있다면, 식(4)의 함수에 로그대수를 적용하여 식(4)의 밀도함수를 최대화하는 대신 식(5)의 제곱오차를 최소화하는 문제로 수정할 수 있다. 여기서 측정오차의 분포는 계측기의 성능과 계측점의 위치와 상관이 있는 문제이기 때문에 구조변수  $\mathbf{x}$ 의 변화와는 독립적으로 존재할 수 있다. 그러나 측정데이터 분산이 모든 측정점 자유도에서 동일할 수 있다는 가정은 만족시키기 어려울 수 있는 문제이다. 다만 계측기가 동일한 정도를 가지고 계측점들이 일정한 민감도를 가진다면 가능한 가정일 수 있다.

$$\text{Minimize } L(\mathbf{x}) = \sigma_n^{-2} \sum_{i=1}^{nmm} (\tilde{\Phi}_i(\mathbf{x}) - \tilde{\Phi}_{mi})^T (\tilde{\Phi}_i(\mathbf{x}) - \tilde{\Phi}_{mi}) \quad (5)$$

식(5)에서 모드변위의 출력오차는 앞의 식들에서와 같이 측정자유도와 미측정자유도를 강성행렬 및 질량행렬에 대해 분리하여 정리하면 일종의 유사 정적 지배방정식을 유도할 수 있고, 이에 의해 식(6)의 상등조건에서의 오차로 정의할 수 있다.

$$\mathbf{e}_i(\mathbf{x}) = \tilde{\Phi}_i(\mathbf{x}) - \tilde{\Phi}_{mi} = [\lambda_i \mathbf{B} \Xi_i^{-1}(\mathbf{x}) \tilde{\mathbf{M}} - \tilde{\mathbf{I}}] \tilde{\Phi}_{mi} \quad (6)$$

여기서  $\mathbf{B} (\tilde{N} \times N)$ 는 전체 모드변위벡터  $\Phi$  중에서 측정자유도를 선택하는 Boolean 행렬,  $\tilde{\mathbf{I}} (\tilde{N} \times \tilde{N})$  은 측정자유도와 같은 크기의 단위행렬, 그리고  $\tilde{\mathbf{M}} (N \times \tilde{N})$  은 측정자유도에 상응하는 질량행렬을 의미한다. 식(6)에서 유사 강성행렬은 식(7)로 정의된다.

$$\Xi_i(\mathbf{x}) = \mathbf{K}(\mathbf{x}) - \lambda_i [\tilde{\mathbf{O}} \quad \tilde{\mathbf{M}}] \quad (7)$$

여기서  $\tilde{\mathbf{O}} (N \times \tilde{N})$  는 측정자유도에 상응하는 영행렬,  $\tilde{\mathbf{M}} (N \times \tilde{N})$  는 미측정자유도에 상응하는 질량행렬이다.

식(5)의 제곱오차 최소화에 의해 변수를 추정하는 역해석 문제는 항상 ill-posed 문제이며, 따라서 일반적으로 수식의 해가 불안정해지는 경우가 많아진다. 이를 극복하기 위한 다양한 수학적 기법들이 소개되어 있으며, 본 연구에서는 그중 구조물에 대해 그 적용성이 검증된 Tikhonov 정규화함수를 식(8)에서와 같이 사용하였다. (Park and Lee 2004)

$$\begin{aligned} \text{Minimize } J(\mathbf{x}) &= L(\mathbf{x}) + R(\mathbf{x}) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{nmm} \|\mathbf{e}_i(\mathbf{x})\|^2 + \frac{\beta}{2} \|\mathbf{K}(\mathbf{x}) - \mathbf{K}(\mathbf{x}_0)\|_F^2 \quad (8) \\ \text{subject to } &\mathbf{x}_{lo} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_{up} \end{aligned}$$

여기서  $\mathbf{x}_{lo}$ ,  $\mathbf{x}_{up} (N_g \times 1)$ 는 변수의 상한 및 하한치 벡터,  $\beta$ 는 정규화 계수,  $\mathbf{x}_0$ 는 구조변수의 기준값이다. 사용한 정규화함수는 추정된 강성도행렬의 기준 강성도행렬에 대한 차이의 Frobenius norm으로 정의되어 있다. 정규화계수는 Park et al.(2001)에 의해 제안된 기법을 적용하여 기준 오차와 상대적으로 비교하여 지속적으로 변화는 값이 되도록 하였다.

식(5)는 측정된 모드형상과 해석에 의한 모드형상의 제곱오차의 형태이므로, 식별조건  $\tilde{N} \times nmm \geq N_g$ 는 항상 만족되어야 신뢰할 수 있는 구조변수를 추정할 수 있다. 만약 이 조건이 만족되지 않는다면 수많은 해가 동시에 존재할 수 있는 문제가 될 수 있다. (Hjelmstad and Shin 1996)

### 3. 최적 모델 선택을 위한 통계적 분석

구조변수를 추정하기 위하여 식(8)을 적용할 때, 그룹의 수와 그룹의 경우는 일단 정해진 상태가 된다. 그러나 그룹의 경우에 따라, 그리고 부재그룹의 개수에 따라 최종 식별오차가 영향을 받기 때문에 식별오차를 최소로 하는 그룹의 개수와 그룹의 경우를 결정

하여야 한다. 식별조건이 만족하는 범위 내에서 부재 그룹의 수는 증가될수록 식별오차를 일반적으로 감소시킬 수 있으며, 이는 보다 고차의 함수를 사용할수록 계측치와 함수와의 회귀오차를 줄일 수 있다는 점을 견주어 이해할 수 있다. 그러나 측정오차가 항상 존재하는 실측 데이터를 사용할 경우 무조건 부재그룹의 수를 증가시키는 것이 더 좋은 모델을 결정지어준다고는 말하기 어렵다. 최적의 모델은 어느 적절한 개수의 부재그룹으로 모델을 설정할 때 얻어질 수 있을 것이다.

변수의 증가에 따른 모델의 복잡성을 고려하여 적절한 개수의 변수를 갖는 최적의 모델을 선정하는 결정법에 대해 몇 가지 유용한 임계치를 정하는 기준들이 식(9)에 제시되어 있다. (Akaike 1972, Barron 1984, Shin 1994) 이들 방법들은 통계적 분석을 통하여 기준의 오차와 통계분석치를 포함한 penalty 항을 같이 고려하도록 하여, 미지변수의 개수가 의미없이 커지는 것을 방지하려고 하고 있다.

$$\begin{aligned}
 PSE(\mathbf{x}) &= J_n(\mathbf{x}) + 2\sigma_p^2 \frac{N_g}{N_{up}} \\
 FPE(\mathbf{x}) &= \frac{N_{up} + N_g}{N_{up} - N_g} J(\mathbf{x}) \\
 SME(\mathbf{x}) &= 2J(\mathbf{x}) + N_{\max} \left( \frac{N_g}{N_{up} - N_g} \right)^2 \sigma_p^2
 \end{aligned} \tag{9}$$

where  $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^{N_g}$

식(9)에서 *PSE*(predicted squared error)는 Barron (1984)에 의해 제안된 식이며, *FPE*(final prediction error)는 Akeike(1972)에 의해, *SME*(squared model error)는 Shin(1994)에 의해 제안되었다. 식(9)에서  $J_n(\mathbf{x})$ 는 *PSE*의 penalty 항과 같은 오차수준을 갖도록 조정된 기준오차,  $N_{up} = \tilde{N} \times nmm$ 는 식별조건을 만족하는 그룹변수의 상한 개수,  $N_{\max}$ 는 본 연구에서는 고려하는 구조물의 부재 개수,  $\sigma_p^2$ 은 임의의 오차를 갖는 측정데이터의 추정오차 분산의 평균을 의미한다.

3개의 식 모두 부재그룹의 수가 증가되면 기준오차

에 비해 penalty 항이 상대적으로 커지게 만들어 전체 목적함수의 무조건적인 증가를 방지하려고 하고 있다. 식(9)에서 *FPE*는 두 개의 오차함수를 곱하여 정의한 반면 *PSE*는 기준오차와 penalty를 별개의 항으로 분리하여 정의하였다. 기준오차와 penalty의 값을 같은 차수로 조절하였기 때문에 *PSE*에서 penalty 항의 영향은 선형적으로 증가하나, *FPE*는 부재그룹의 수가 최대가 될 때 급격하게 증가한다. 세 가지 정의 모두에서 부재그룹의 수가 작을 때는 기준오차함수가 전체 오차를 지배하게 되지만, 부재그룹의 수가 증가할수록 penalty 항의 오차가 전체 오차를 지배하게 된다. 다시 말하면 *PSE*, *FPE*, *SME*의 penalty항은 모델이 과도하게 복잡해지는 것을 방지하고 가능한 단순한 형태에서 정의될 수 있도록 하는 역할을 한다. *SME*는 *PSE*나 *FPE*에 비해 보다 더 강력하게 penalty 항을 정의하여 일정 이상의 부재그룹 수의 증가가 발생하는 것을 방지하고 있다. Hjelmstad et al(1996)는 일정 회수 이상의 data perturbation 결과를 통계처리하여  $\sigma_p^2$ 를 계산하는 방법을 제시하였다.

#### 4. 수치 예제

제안된 최적모델 설정법을 검증하기 위하여 단경간 박스-거더교에 대한 수치모의실험을 수행하였다. 동적 데이터 측정을 모사하기 위하여, Fig. 1과 같이 MIDAS

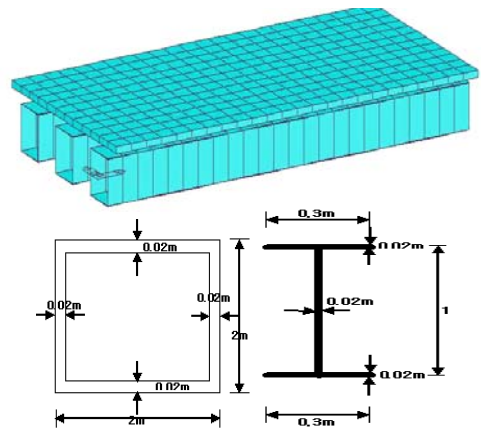


Fig. 1 측정데이터 모사를 위한 상세 유한요소모델

를 이용하여 shell과 soild 요소로 구성된 상세한 유한요소 모델을 선택하였다. 이 구조물의 물리적 특성은 Table 1에 요약하였으며, 이 모델로 모사한 저차 3개 모드의 진동형상을 Fig. 2에 그렸다.

Fig. 2에서 계산된 3개 저차 모드의 진동형상을 등간격으로 좌우 박스위치 5군데에서 계측하였다고 가정하였으며, 계측값을 모사하기 위하여 계산된 값에 임의의 오차를 추가하였다. 이렇게 추출한 모드자료를 사용하여 SI기법을 적용하기 위한 적절한 상세정도를 갖는 모델로는 비교-분석을 위해 Fig. 3의 그리드 모델을 선택하였다. Fig. 1과 Fig. 2 모델에서 각각

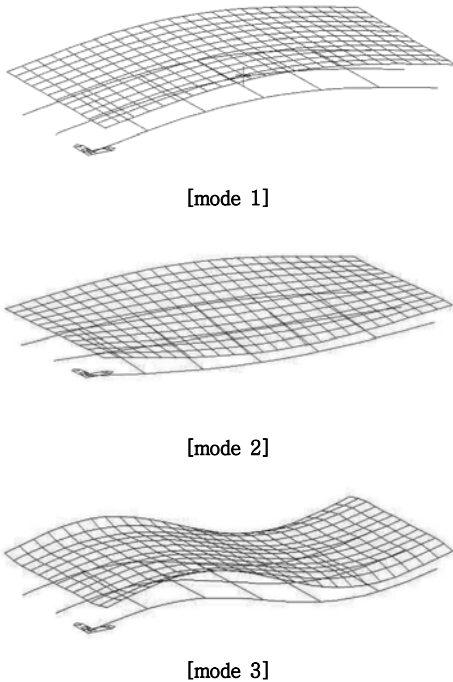


Fig. 2 상세모델에서 모사된 진동형상

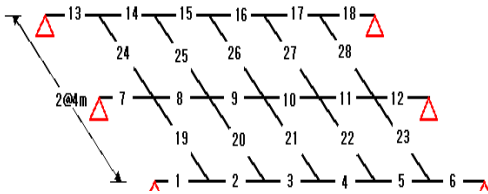


Fig. 3 SI기법을 적용을 위한 상세 모델

Table 1 측정데이터 모사에 사용한 물성치

Property	Slab	Box girder /Cross beam
modulus of elasticity(GPa)	28.60	205.90
Poisson's ratio	0.167	0.300
weight density (kN/m <sup>3</sup> )	24.52	76.98

Table 2 고유진동수의 비교

Mode	detailed model		grid model	
	(Hz)	type	(Hz)	type
1	5.82	B	5.95	B
2	10.75	T	11.30	T
3	20.82	B	23.81	B

※ B: bending mode, T: torsional mode

Table 3 그룹변수 개수 변화와 식별된 고유진동수 (Hz)

$N_g$	Mode 1 (B)	Mode 2 (T)	Mode 3 (B)
2	5.69	10.79	22.75
3	5.81	10.10	20.88
6	5.79	10.86	20.92
9	5.82	10.20	20.87
12	5.82	10.28	20.83
18	5.72	10.27	20.82

계산된 고유진동수는 오차범위 내에 있고 동일한 진동 모드를 보여주고 있음을 Table 2에서 확인할 수 있다. 따라서 Fig. 3의 그리드 모델은 SI기법을 적용하기에 적절한 상세를 가지고 있는 모델이라 정의할 수 있다.

부재그룹의 경우는 부재그룹 개수별로 교축방향으로 균등하게 분포하는 경우로 한정하여 설정하였다. 즉 거더와 가로보로 구분되는 부재의 성격에 무관하게 교축방향으로 균등한 길이 내에 존재하는 모든 부재는 하나의 그룹으로 묶어 구성하였다. 선택된 부재그룹 개수에 대해서도 다양한 부재그룹들이 가능하기 때문에 정해진 부재그룹 개수를 갖는 어느 특정한 부재그룹이 최소의 오차를 주는지를 확인해야 한다. 그러나 모든 경우의 수가 거의 무한대이기 때문에 본 연구에서는 현실적인 면을 반영하여 길이방향으로 균등하게 분포하는 경우만 선택하도록 하였다.

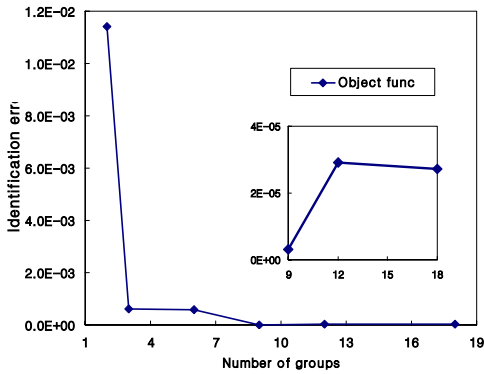


Fig. 4 부재그룹별 기준 추정오차

Table 3에는 SI기법을 적용하여 추정된 그룹변수를 사용하여 계산한 개선된 그리드 모델의 고유진동수를 비교·요약하였다. Table 3에서 식별되는 고유진동수가 Table 2에 정리된 Fig. 1의 모델에 보다 접근함을 보여주고 있어, SI기법에 의한 구조변수 추정으로 보다 개선된 모델이 설정됨을 확인할 수 있다.

Fig. 4는 제곱오차로 정의되는 기준 추정오차가 부재그룹 수의 증가에 따라 변화하는 것을 그린 것이다. Fig. 5는 소개된 통계오차들을 Fig. 4와 동일하게 부재그룹 수의 증가에 따라 그린 것이다. 그림들에서 본 예제의 경우에는 통계분석을 거치지 않은 목적함수 자체만 비교한 Fig. 4의 경우에서도 부재그룹  $N_g=9$ 인 경우에서 최소의 식별오차를 보여주고 있지만, 통계분석을 통해 이러한 경향을 보다 확연하게 확인할 수 있다. 그림에서 *FPE*에 비해 *PSE*와 *SME*의 경우  $N_g=9$ 를 넘어서면서 급격한 식별오차의 변화를 보여주고 있다. 특히 *SME*는 부재그룹의 증가에 따라 단 순하게 증가하는 경향을 깨끗하게 보여주고 있다.

## 5. 결론

본 연구에서는 모드자료를 사용하는 SI기법으로 유한요소 모델을 식별할 때, 축소된 모델이 아닌 구조물의 거동을 제대로 표현할 수 있는 일정한 상세를 갖는 최적의 유한요소 모델을 선택하는 방법을 제시하였다. 제시된 방법에서 일반적으로 구조모델의 크기에 비해 빈약한 측정자료를 사용하는 경우를 고려하여 부재

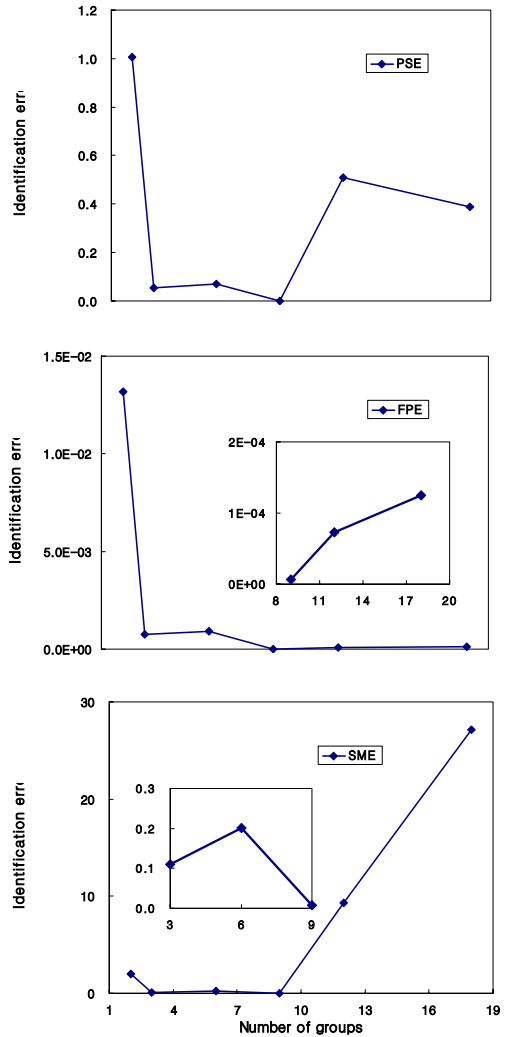


Fig. 5 부재그룹별 통계적 추정오차 분석

그룹 개념을 도입하였으며, SI기법의 적용을 위해 부재그룹의 수를 측정정보에 의해 정의되는 식별조건 범위 내에서 조정하였다.

제시된 방법의 효율성을 단경간 박스-거더교에 대한 수치예제를 통하여 검증하였다. 선택한 예제의 경우에는 기준오차에서도 적절한 부재그룹의 개수에서 최소의 식별오차를 주고 있지만, 소개한 통계분석을 통해 보다 명확하게 최적 부재그룹의 수와 그에 상응하는 최적 모델을 선택할 수 있게 되었다. 특히 *SME*

지수는 다른 두 가지 통계지수에 비해 최적 모델의 선택을 보다 분명하게 할 수 있도록 하였다.

본 논문에서는 단경간 박스-거더교에 대한 예제만을 포함하였지만 보다 복잡한 구조물에 대해서도 동일한 개념으로 적용이 될 것으로 판단된다. 본 연구에서 제시된 최적모델 선택법은 부재그룹의 경우를 균등하게 나누었을 경우에 한정하여 수행한 것이며, 임의의 부재그룹을 포함한 모든 가능한 경우로 확대할 경우에 대해서는 본 연구에서 제시한 방법으로는 계산시간이 많이 걸리기 때문에 보다 효과적인 방법으로 개선할 필요가 있다.

### 감사의 글

이 연구는 건설교통부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁 시행한 2004년도 건설 핵심 기술 연구 개발사업(과제번호: 04핵심기술C02-02)의 연구비 지원에 의하여 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

### 참고문헌

1. Akaike, H., "Information theory and an extension of the maximum likelihood principle," Proc. of the 2nd International Symposium on Information Theory. B.N. Petrov and F. Csaki ed. Akademiai Kiado, Budapest, 1972, 267-281.
2. Barron, A.R., "Predicted squared error: a criterion for automatic model selection," Self-organizing Methods in Modeling, S.J. Falow ed., Marcel Dekker, N.Y. 1984.
3. Caicedo, J.M., and Dyke, S.J. "Sensitivity of static and dynamic parameters to damage on a cable-stayed bridge," The US-Korea Joint Seminar/Workshop on Smart Structure Technologies, Seoul, Korea, 2-4 September, 2004, 385-396.
4. Hjelmstad, K.D., and Shin, S. (1996), "Crack identification in a cantilever beam from meas-

- ured modal response," Journal of Sound and Vibration, 198(5), 1996, 527-545.
5. Hoff, C., "The use of reduced finite element models in system identification," Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 18, 1989, 875-887.
6. Ibrahim, S.R., and Saafan, A.A., "Correlation of analysis and test in modeling of structures assessment and review", 5th IMAC, 1987, 1651-1660.
7. Kammer, D.C., Test-analysis-model development using an exact modal reduction, Journal of Modal Analysis, October, 1987, 174-179.
8. Park, J.H., and Lee, H.S. "Statistical treatment of modeling errors for system identification with L1-regularization," Proc. of the 5th Korea-Japan Seminar/Workshop on System Identification and Structural Health Monitoring, Seoul, Korea 30-31 January, 2004, 189-198.
9. Park, H.W., Shin, S., and Lee, H.S. (2001), "Determination of optimal regularization factor in system identification with Tikhonov regularization for linear elastic continua," Int. J. for Numerical Methods in Engineering., 51, April, 2001, 1211-1230.
10. Sage, A.P., "System identification history, methodology, future prospects," System Identification of Vibrating Structure, Pilkey and Cohen ed., ASME, New York., 1972.
11. Shin, S., "Damage detection and assessment of structural systems from measured response," Ph.D. thesis, Dept. of Civil Eng., Univ. of Illinois at Urbana-Champaign. 1994.
12. Wu, D., and Law, S.S., "Model error correction from truncated modal flexibility sensitivity and genetic parameters. I simulation, II experimental verification," Journal of Mechanical Systems and Signal Processing, 18, 2004, 1381-1419.

(접수일자 : 2005년 3월 23일)