

버퍼용량제한이 있는 생산시스템에서 납기와 기계유휴시간을 고려한 Sequencing

김 정*

A Sequencing Considering Delivery and Machine Idle time in Production System with Buffer Constrained

Jung Kim

Abstract

This paper deals with the sequencing problem in the operation of the manufacturing systems with the constraint of buffer capacity. Some of studies for this theme have been progressed for several years. And then most of them considered only one objective, such as maximum lateness, machine utilization, makespan, mean flowtime and so on. This study deal with two objectives of the delivery for customers and the idle time of machines for producers. For the decision of sequence, the utility function is used. The developed heuristic algorithm presents a good solution. Through a numerical example, the procedures of the job sequencing is explained.

keyword

버퍼용량제한, 작업순서, 기계유휴시간, makespan.

I. 서론

다양해진 소비자들의 요구를 충족시키고자 생산시스템의 운영방식도 계속 진보 되어 왔다. 생산자가 고객을 리드하던 때에는 생산시스템의 운영방식을 결정할 때

* 안산공과대학 산업경영과 교수

이 논문은 2004학년도 안산공과대학 학술연구비에 의하여 연구된 것임.

생산자의 입장을 주로 고려하였으나 기업의 생존과 성장에 있어서 고객 만족이 매우 중요한 요소가 되고 있는 오늘날에는 고객의 입장을 고려하여야 하는 것이 점점 더 요구되고 있다.

생산시스템의 운영에 관련된 문제 중에서 작업 순서의 결정은 작업장의 생산성에 큰 영향을 미치고 있어서 이에 대한 연구가 오래전부터 이루어져 왔다.

Jackson(1955)은 한 대의 기계를 이용하여 다수의 주문 처리를 수행하는 작업장의 운영에서 납기가 빠른 순서대로 작업 순서를 결정할 때 최대의 납기 지체시간(maximum lateness)을 최소화 할 수 있음을 보였다. Johnson(1954)은 두 대의 기계로 연속해서 주문처리를 수행하게 되는 작업장 운영문제에서 전체 주문의 처리완료시간(Completion time)을 최소화하는 알고리즘을 제시하였다. Panwalker(1991)는 두 대의 기계로 연속해서 주문 처리를 수행하게 되는 작업의 운영문제를 확장하여 두 대의 기계 사이에 작업물을 운반하는 운반구(Transport)가 있을 경우 전체의 주문 처리시간을 가장 빨리 수행할 수 있는 방법을 제시하였으며 Stevens and Gemmill(1997)은 Panwalker(1991)의 작업장 모델에서 주문에 최대의 납기 지체시간을 최소로 하는 방법을 제시하였다.

그런데 이러한 연구들은 기계 사이에 버퍼 제한을 두지 않고 있다. 따라서 이러한 모델의 적용은 작업장에 배치된 기계들 사이에 공간이 충분하여 재공품 재고의 양이 증가하는 것을 허용하는 시스템에서는 응용이 가능하다. 그러나 고객의 요구가 다양화되어 가고 생산 로트의 크기가 점점 작아지는 추세에 따라 기계 사이의 버퍼를 가 능한 한 적게 하는 생산시스템의 운영 기법들에 대한 연구가 Berkley(1992) 등에 의해 진행되어 왔다. Sharadapriyadarshini and Rajendran(1997)은 버퍼 제한이 있는 작업장의 운영에 있어서 기계의 이용률을 높이면서 작업 대기시간을 줄일 수 있는 경험적인 방법을 제시하였다. 그런데 이들은 납기를 고려하지 않고 있어서 납기 문제가 작업장 운영에 크게 영향을 미치는 경우에는 적용에 한계가 있다. 본 연구에서는 Stevens and Gemmill(1997)의 작업장 모델에서 버퍼 제한이 있는 경우, 납기 문제와 기계의 이용률을 동시에 고려하면서 작업의 투입순서를 결정하는 경험적 절차를 제시한다.

두 목적함수를 고려하여 대안 선정을 하게 되는 경우에는 두 목적함수의 값에 대한 척도를 조정하여 의사결정을 위한 기준을 마련할 필요가 있다. 이에 관련된 연구로서 김정(1998)은 두 개체간의 협상을 위해 효용함수를 이용한 협상함수를 통해 대안을 선정하는 방법을 제시하였는데 그가 제시한 협상함수는 서로 상반된

이해관계가 있는 두 개체 사이에서 대안을 선정하고자 할 때, 공정성과 효율성이 함께 고려되는 대안을 선정해 준다. 본 연구에서 납기와 기계의 유희시간을 함께 고려하는 대안 선정의 기준 마련을 위하여 효용함수를 적용한다.

II. 용어의 정의

본 연구에서 사용된 문자 및 변수들에 대한 용어를 정의하면 아래와 같다.

M_j : 기계 $j(j=1, 2, \dots, m)$

S_{i, M_j} : 기계 j 가 작업 i 를 시작하는 시각

Cp_{M_j} : 기계 j 에서 이전 작업 종료시각

$S_{i, T}$: 운반구(Transporter)가 작업 i 의 작업물 운반을 시작하는 시각

Cp_T : 운반구의 이전 작업 종료시각

t_{i, M_j} : 작업 i 를 기계 j 에서 처리하는 시간

t : 운반구가 작업물을 운반하는데 소요되는 시간

t' : 운반구가 작업물을 내려놓고 복귀하는데 소요되는 시간

$C_{i, T}$: 운반구가 작업 i 의 작업물을 운반한 후 복귀한 시각

C_{i, M_j} : 기계 j 의 작업 i 완료 시각

d_i : 작업 i 의 납기일

I_{i, M_j} : 작업 i 에 대한 기계 j 의 유희시간

$I_{i, T}$: 작업 i 에 대한 운반구의 유희시간

작업별 납기 지연시간

L_i : 작업 i 의 lateness($L_i = d_i - C_{i, M_m}$)

● 기계별 작업의 시작 및 종료시각

$$C_{i, M_1} = \max(Cp_{M_1} + t_{i, M_1}, Cp_T, Cp_{M_2} - t)$$

$$S_{i, M_1} = C_{i, M_1} - t_{i, M_1}$$

$$C_{i, T} = \max(C_{i, M_1} + t + t', Cp_T + t + t', Cp_{M_2} - t)$$

$$S_T = Cp_T - t - t'$$

$$C_{i, M2} = \max(Cp_{M2} + t_{i, M2}, C_{i, T} + t_{i, M2} - t')$$

$$S_{i, M2} = C_{i, M2} - t_{i, M2}$$

- 기계 및 운반구의 유희시간.

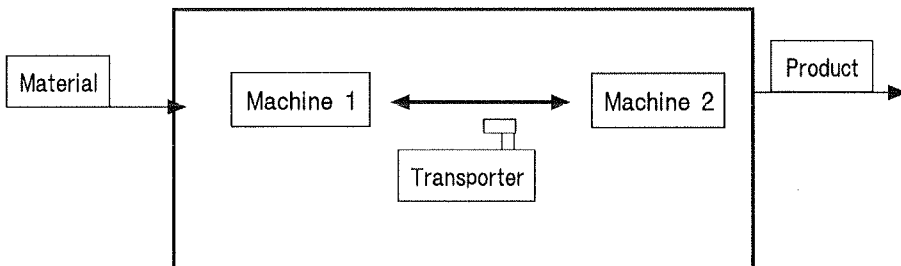
$$I_{i, Mj} = C_{i, Mj} - t_{i, Mj} - Cp_{Mj}$$

$$I_{i, T} = C_{i, T} - t - t' - Cp_T$$

Ⅲ. 논의대상 생산시스템 모델

본 논문에서 대상으로 삼은 생산시스템은 두 대의 범용기계와 한대의 운반구 (Transporter)로 구성되어 있다(Fig. 1 참조). 주문 작업이 한 기계에 투입되어 작업을 마치면 운반구가 작업물을 다른 기계로 옮겨 주고 다른 기계에서 연속해서 작업을 마친다.

운반구의 이동시간은 작업물을 실은 경우와 그렇지 않은 경우 달라질 수 있다. 작업장에 배치된 기계는 버퍼를 갖고 있지 않기 때문에 기계가 가용한 경우에만 작업물을 기계로 이동, 투입할 수 있다. 작업 준비시간은 작업 처리시간에 포함되어 있으며 납기일은 작업 주문을 받을 때 결정된다. 작업 준비시간이 길므로 작업물에 대한 처리가 시작되면 그 작업물에 대한 작업이 끝나칠 때까지 계속된다. 즉 급한 작업이 끼어드는 일은 없다.



(Fig. 1) 논의 대상 주문생산시스템의 개요

IV. 납기와 기계유휴시간을 고려한 작업순서 결정

본 장에서는 고객의 입장에서 중요할 수 있는 납기와 생산자의 입장에서 중요할 수 있는 기계 유휴시간 또는 기계이용률을 동시에 고려한 작업 순서 결정절차를 제시한다. 또한 수치 예제를 이용하여 작업 순서의 결정절차를 설명하고, 본 연구의 모델로 삼았던 Stevens and Gemmill(1997)의 방법과 비교한다.

1. 작업순서의 결정절차

단계 1. 투입 가능한 임의의 작업에 대해 I_{i, M_j} , $I_{i, T}$ 및 L_i 를 계산한다.

단계 2. 작업 i 의 투입으로 인해 발생하는 유휴시간 I_i 를 계산한다.

$$I_i = \sum_{j=1}^m I_{i, M_j} + I_{i, T} \quad (1)$$

단계 3. I_i 와 L_i 에 대하여 효용함수를 이용, 각각의 효용을 계산한다.

$$U_i(x) = \frac{x^0 - x_i}{x^0 - x^*} \quad (2)$$

여기서 x^0 는 가장 선호되지 않는 값을 의미하고, x^* 는 가장 선호되는 값을 의미하며, x_i 는 효용을 구하고자 하는 값을 의미한다.

$$U_i(I_i) = \frac{I_i^0 - I_i}{I_i^0 - I_i^*} \quad U_i(L_i) = \frac{L_i^0 - L_i}{L_i^0 - L_i^*}$$

단계 4. $U_i(I_i)$ 와 $U_i(L_i)$ 를 식(2)에 적용하여 $CR_i(i)$ 값을 계산한다.

$$CR_i(i) = \alpha \cdot U_i(I_i) + (1-\alpha) \cdot U_i(L_i), \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (3)$$

단계 5. 투입 가능 작업들에 대하여 $CR_i(i)$ 의 최대값을 갖는 작업 i 를 새로

운 투입작업으로 선택한다.

단계 6. 투입 가능한 작업이 더 남아 있으면 단계 1로 가고 그렇지 않으면 단계 7로 간다.

단계 7. 유희시간의 합 $SI_{[q]}$ 와 납기초과시간의 합 $SL_{[q]}$ 을 계산한다.

$$SI_{[q]} = \sum_i \sum_j I_{i, M_j} + \sum_i I_{i, T} \quad (4)$$

$$SL_{[q]} = \sum_{i=1}^n \max(L_i, 0) \quad (5)$$

단계 8. 작업 순서 $[p]$ 에 대하여 작업순서별 순서쌍 ($[p]$, $[p+1]$)을 구성한 후, 그 구성된 순서쌍의 작업 순서를 서로 교환함으로써 변화된 작업 순서를 발생시킨다. 변화된 작업 순서가 발생하였으면 단계 7로 가고 더 그렇지 않으면 단계 9로 간다.

단계 9. $SI_{[q]}$ 와 $SL_{[q]}$ 에 대하여 각각에 대한 효용을 계산한다.

$$U_q(SI_{[q]}) = \frac{SI_{[q]}^0 - SI_{[q]}}{SI_{[q]}^0 - SI_i^*} \quad (6)$$

$$U_q(SL_{[q]}) = \frac{SL_{[q]}^0 - SL_{[q]}}{SL_{[q]}^0 - S_{[q]}^*} \quad (7)$$

단계 10. $CR_q(q)$ 의 값을 계산한 후 그 값들중에서 가장 큰 값의 순서를 최종 작업순서로 결정한다.

$$CR_q(q) = \alpha \cdot U_q(SI_{[q]}) + (1-\alpha) \cdot U_q(SL_{[q]}) \quad (8)$$

2. 수치예제 및 결과분석

제3절에서 제시한 작업순서 결정절차를 설명하기 위하여 Table 1의 자료를 활용한다. 작업장에는 기계 1과 기계 2 두 대가 설치 운영되고 있으며 주문된 작업은 기계 1에서 작업을 수행한 후 운반구(transporter)를 이용하여 기계 2로 이동되어 처리된다.

작업물을 운반할 때의 소요시간(t)과 빈 상태로 운반할 때의 소요시간(t')은 다를 수 있다. 각각의 기계들은 버퍼가 없으므로 작업이 마치지 않은 상태에서는 작업물을 받을 수 없다.

〈Table 1〉 작업요소에 대한 기계별 처리시간, 납기시간 및 작업물 운반시간 자료

<i>Job i</i>	1	2	3	4	5
$t_{i,M1}$	12	10	10	25	2
$t_{i,M2}$	7	13	7	3	19
d_i	32	30	20	64	38
Transporter $t=6, t'=5$					

Table 2는 각 작업을 기계에 투입하여 작업 수행을 할 때의 기계별 처리시간 완료시간을 나타낸다.

〈Table 2〉 예제에 대한 작업별 기계별 처리완료시간

<i>Job 1</i>		<i>M1</i>	<i>T</i>	<i>M2</i>
	C_p	0	0	0
S_1	0	12	18	
C_1	12	23	25	

<i>Job 2</i>		<i>M1</i>	<i>T</i>	<i>M2</i>
	C_p	0	0	0
S_2	0	10	16	
C_2	10	21	29	

<i>Job 3</i>		<i>M1</i>	<i>T</i>	<i>M2</i>
	C_p	0	0	0
S_3	0	10	16	
C_3	10	21	23	

<i>Job 4</i>		<i>M1</i>	<i>T</i>	<i>M2</i>
	C_p	0	0	0
S_4	0	25	31	
C_4	25	36	34	

Job 5		<i>M1</i>	<i>T</i>	<i>M2</i>
	<i>C_p</i>	0	0	0
	<i>S₅</i>	0	2	8
	<i>C₅</i>	2	13	27

Table 3은 작업을 첫 번째에 투입할 때의 작업 완료시간, 기계별 유휴시간 및 이를 기초로 하여 계산된 효용을 나타낸다.

〈Table 3〉 첫 번째 투입시 작업별 기계별 작업완료시간 및 효용

Job <i>i</i>	<i>I_{i,M1}</i>	<i>I_{i,T}</i>	<i>I_{i,M2}</i>	<i>I_i</i>	<i>U_i(I_i)</i>	<i>L_i</i>	<i>U_i(L_i)</i>	<i>CR_i(i)</i>
1	0	12	18	30	0.5652	7	0.6970	0.6311
2	0	10	16	26	0.6522	1	0.8788	0.7655
3	0	10	16	26	0.6522	-3	1	0.8261
4	0	25	31	56	0	30	0	0
5	0	2	8	10	1	11	0.5758	0.7879

$$I_{1,M1} = C_{1,M1} - t_{1,M1} - Cp_{M1} = 12 - 12 - 0 = 0$$

$$I_{1,T} = C_{1,T} - t - t' - Cp_T = 23 - 6 - 5 - 0 = 12$$

$$I_{1,M2} = C_{1,M2} - t_{1,M2} - Cp_{M2} = 25 - 7 - 0 = 18$$

$$I_1 = I_{1,M1} + I_{1,T} + I_{1,M2} = 0 + 12 + 18 = 30$$

$$L_1 = d_1 - C_{1,M2} = 32 - 25 = 7$$

$$U_1(I_1) = \frac{\max(I_i) - I_1}{\max(I_i) - \min(I_i)} = \frac{56 - 30}{56 - 10} = 0.5652$$

$$U_1(L_1) = \frac{\max(L_i) - L_1}{\max(L_i) - \min(L_i)} = \frac{30 - 7}{30 + 3} = 0.6970$$

$$\begin{aligned} CR_1(1) &= \alpha \cdot U_1(I_1) + (1 - \alpha) \cdot U_1(L_1) \\ &= 0.5 \cdot 0.5652 + 0.5 \cdot 0.6970 = 0.6311 \end{aligned}$$

효용계산 결과 작업 3의 경우가 0.8261로 가장 높다는 것을 알 수 있다. Table 1의 자료를 이용하여 각 작업을 기계에 할당하여 작업을 수행할 때 첫 번째 투입할 때의 효용이 가장 높은 것은 0.8261인 작업 3이라는 것을 Table 3을 통해서 알 수 있다. 따라서 작업 3이 첫 번째로 작업장에 투입된다. 작업이 처리되는 시간 흐름을 Fig. 2에 나타낸다.

Fig. 2에서 실선은 작업물이 처리되는 시간을 의미하고, 점선은 운반구(Transporter)가 시스템에 복귀하는 시간을 의미한다.

Fig. 2 작업 3을 투입했을 때의 작업 처리상황

시각	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85
<i>M1</i>	—————																
<i>T</i>			———			———											
<i>M2</i>				—————													

작업 3에 이어서 다음 투입될 작업을 선택하기 위하여 각 작업을 작업 3 다음에 투입할 시의 효용을 계산한다. 다음 Table 4는 각 작업을 작업 3 다음에 투입할 시의 기계별 처리시간을 나타낸다.

<Table 4> 작업 3 다음 투입시 작업별 기계별 처리완료시간

3 → 1		<i>M1</i>	<i>T</i>	<i>M2</i>
	C_p	10	21	23
	S_1	10	22	28
	C_1	22	33	35

3 → 2		<i>M1</i>	<i>T</i>	<i>M2</i>
	C_p	10	21	23
	S_2	11	21	27
	C_2	21	32	40

3 → 4		<i>M1</i>	<i>T</i>	<i>M2</i>
	C_p	10	21	23
	S_4	10	35	41
	C_4	35	46	44

3 → 5		<i>M1</i>	<i>T</i>	<i>M2</i>
	C_p	10	21	23
	S_5	19	21	27
	C_5	21	32	46

<Table 6> 초기해의 순서쌍 교환에 의해서 형성된 작업순서와 효용 예

q	순서쌍	작업순서	$SI_{[q]}$	$SL_{[q]}$	$U_q(SI_{[q]})$	$U_q(SL_{[q]})$	CR_q
1	초기해	3, 2, 1, 5, 4	67	75	0.9070	1	0.9535
2	((1), (2))	2, 3, 1, 5, 4	70	81	0.8372	0.9394	0.8883
3	((1), (3))	1, 2, 3, 5, 4	73	132	0.7674	0.4242	0.5958
4	((1), (4))	5, 2, 1, 3, 4	67	78	0.9079	0.9697	0.9384
5	((1), (5))	4, 2, 1, 5, 3	106	174	0	0	0
6	((2), (3))	3, 1, 2, 5, 4	70	77	0.8372	0.9798	0.9085
7	((2), (4))	3, 5, 1, 2, 4	85	93	0.4884	0.8182	0.6533
8	((2), (5))	3, 4, 1, 5, 2	82	142	0.5581	0.3232	0.4407
9	((3), (4))	3, 2, 5, 1, 4	91	91	0.3488	0.8384	0.5936
10	((3), (5))	3, 2, 4, 5, 1	63	114	1	0.6061	0.8031
11	((4), (5))	3, 2, 1, 4, 5	83	89	0.5349	0.8586	0.6968

최종적으로 결정된 투입순서에 따라서 작업이 진행될 때 결과는 다음과 같다.

- *Completion time*: Job1:47, Job2:40, Job3: 23, Job 4: 79, Job5: 70
- *Machine Idle time*: 67 *Machine utilization*: 71.73%
- *Tardiness*: 75 *Maximum lateness*: 15

한편 Stevens and Gemmill(1997)이 제시한 수치 예제 자료를 이용하여 그들이 연구한 결과와 비교한다.

<Table 7> Stevens and Gremmill의 연구에서 제시한 수치예제 자료

Problem Data: $t = 10, t' = 10$							
Job	1	2	3	4	5	6	7
A	18	20	20	21	19	15	22
B	17	18	22	16	23	25	15
d	100	80	98	50	61	61	81

자료: Stevens and Gremmill(1997)

Stevens and Gremmill(1997)는 maximum lateness를 최소화하는 작업 순서에 대한 알고리즘을 개발하여 제시하였고 Table 7에 대한 결과로서 작업순서를 다음과 같이 결정하였는데 그 기계 유희시간의 합은 74, 납기초과시간의 합은 262, 최대 납기초과시간은 73이 된다.

$$6 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 7 \rightarrow 1$$

■ *Machine idle time*: 74 *Tardiness*: 262 *Maximum lateness*: 73

한편 본 연구에서 제시한 방법에 의하면 다음과 같이 결정되며 그 때의 기계 유휴시간은 71, 최대 납기 초과시간의 합은 255, 최대 납기초과시간은 72가 된다.

$$6 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$$

이는 Stevens and Gremmill이 고려한 목적식은 maximum lateness를 최소화하는 것이었으며 기계들이 갖고 있는 용량을 제한 두지 않음으로서 나온 것으로 추정되는바, 비교 결과 자체에 큰 의미를 두기가 어렵다. 다만 버퍼의 용량에 제한을 둘 때에는 작업 순서가 달라질 수 있음을 보여 줄 수 있다는 것을 알 수 있다.

■ *Machine idle time*: 71 *Tardiness*: 255 *Maximum lateness*: 72

V. 결 론

본 연구에서는 고객의 입장에서 중요하게 생각할 수 있는 납기와 생산자의 입장에서 중요하게 생각할 수 있는 기계유휴시간을 동시에 고려하여 주문작업의 작업장 투입순서를 결정하는 경험적 알고리즘을 제시하였다. 납기와 기계 유휴시간, 이 두 개의 목적 함수값을 고려함에 있어서 효용함수를 활용하여 평가 기준을 구성하였다. 본 연구에서 제시한 알고리즘이 비교적 좋은 해를 제시하고 있음을 수치예제를 통해 보였다. 버퍼 제한이 있는 작업장의 생산시스템 환경은 재공품 재고의 문제를 깊이 고려해야 하는 경우에 유리할 수 있으며, 본 연구의 결과는 그러한 시스템에서 작업의 투입순서 결정을 위하여 유용할 수 있을 것으로 평가된다.

참고 문헌

[1] 국내문헌

- 1) 김 정, 1998, 홀론간의 협상 중재를 위한 평가함수 모델링, 대한산업공학회지, 24, 11~21.

[2] 외국문헌

- 1) Berkley, B. J., 1992, A review of kanban production control research literature. *Production and Operations Management*, 1, 393~411.
- 2) Jackson, J. R., 1955, Scheduling a production line to minimize maximum tardiness. Research Report U3, Management Science Research Project, UCLA
- 3) Johnson, S. M., 1954, Optimal-two-and three stage production schedules with setup times included. *Naval Research Logistics Quarterly*, 1, 61~68.
- 4) Panwalkar, S. S., 1991, Scheduling of a two-machine flowshop with travel time between machines. *Journal of the Operational Research Society*, 42, 609~613.
- 5) Sharadapriyadarshini, B., and Rajendran, C., 1997, Formulations and heuristics for scheduling in a buffer-constrained flowshop and flowline-based manufacturing cell with different buffer-space requirements for jobs: Part 2. *Internal Journal of Production Research* 35, 101~122.
- 6) Stevens, J. W., and Gemmill, D. D., 1997, Scheduling a two-machine flowshop with travel times to minimize maximum lateness. *Internal Journal of Production Research* 35, 1~15.