

근사적 α - β 이득 갱신을 이용한 α - β 추적필터의 성능개선

Performance Improvement of α - β Tracking Filter using Approximate α - β Gain Updates

김 병 두*, 이 자 성
(Byung-Doo Kim and Ja-Sung Lee)

Abstract : This paper presents an enhanced α - β tracking filter whose α - β gains are updated by an approximation method at every scan to account for the transition of measurement dependent observation error variance in two-dimensional Cartesian coordinates. The approximate α - β gains are calculated from the amount of the change in the tracking index and the partial derivatives of the α - β gains with respect to a nominal tracking index. It is shown via simulation that the proposed tracker provides improved performance compared to the conventional α - β tracking filter.

Keywords : α - β tracking filter, tracking index, converted measurement, TWS

I. 서론

탐색 레이더의 추적시스템은 스캔(scan) 영상으로부터 추출된 표적의 위치정보를 이용하여 표적의 위치, 속도 및 침로 등을 추정하는 TWS(Track-While-Scan)방식의 다중표적 추적 시스템으로, 추적필터뿐만 아니라 게이팅(gating)과 데이터 연계(data association)를 하여야 하므로 탐색 레이더의 추적필터는 연산량을 최소화하기 위해 α - β , α - β - γ 와 같은 고정이득 필터나 간단한 모델을 이용하는 칼만 필터 등이 현재에도 광범위하게 사용되고 있다.

일반적으로 직교 좌표계에서 추적필터를 설계하는 방법이 계산은 증가하나 비교적 정밀한 추적을 수행할 수 있다고 알려져 있다[1]. 2차원 레이더의 관측값은 극 좌표계에서 주어지므로 직교 좌표계에서 설계된 선형 추적 필터에 적용하기 위해서는 필터링 전에 직교 좌표계로의 관측값의 변환이 필요하며, 이를 변환된 측정값(converted measurements)[2-5] 방법이라 한다. 극 좌표계에서의 관측값을 직교 좌표계로 변환할 때, 관측오차는 서로 상관성을 갖게 되는데, Fitzgerald[6]가 제안한 분리형 추적필터를 사용함으로써 1차원 모델에 대한 해석적 해를 동일하게 사용할 수 있다.

α - β 추적필터는 추적주기, 측정오차 및 표적의 운동에 대한 공정오차가 변하지 않는 정상상태 조건에서 표적추적에 이상적인 필터이다[7], 직교 좌표계로 변환된 측정오차는 표적의 거리와 방위에 따라 통계적 특성이 변하게 되므로 미리 계산된 추적지수(tracking index)와 α - β 이득을 사용하여 추적을 수행할 경우, 추적성능이 크게 저하될 수 있다.

이 논문에서는 매 스캔마다 표적의 거리에 따른 측정오차의 변화를 고려하기 위하여 근사법에 의한 α - β 이득 갱신 알고리즘을 개발한다. 직교 좌표계로 변환된 레이더 측정값을 이용하는 분리형 α - β 추적필터를 설계하고 모의실험을 통하여 제안한 방법이 일반적인 α - β 추적필터에 비하여 개선된 추적성능을 제공함을 보인다.

탐지된 표적을 추적중인 표적과 연계하기 위하여 유효 게이트(validated gate)를 형성할 때, 본 논문에서 제안된 방법을 이용하여 갱신된 이득으로부터 정상상태 상태오차 공분산을 계산[8]하고, 이로부터 직사각형 또는 타원 게이트[2]를 형성할 수 있다.

본 논문의 2장에서는 추적필터 설계를 위하여 표적의 운동모델과 레이더 측정값에 대한 측정방정식, 최적 α - β 이득 계산 방법 및 분리형 추적필터에 대하여 기술한다. 3장에서는 근사법에 의한 추적지수 및 α - β 이득 갱신 방정식을 유도한다. 4장에서 모의실험을 통하여 일반적인 α - β 추적필터와 제안한 α - β 추적필터의 추적성능을 비교, 분석하고, 5장에서 결론을 맺는다.

II. 최적 α - β 추적 필터

1. 운동 및 관측모델

이산시간에서 위치와 속도를 상태변수로 하는 표적의 운동모델은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ \dot{x}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ \dot{x}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix} v_k \quad (1)$$

여기서, x_k 는 시간 k에서 표적의 위치이고, \dot{x}_k 은 표적의 속도이며, T 는 이산화 간격이다. v_k 는 평균이 0이고 분산이 σ_v^2 인 백색 가우시안 잡음으로 가정한다.

T 초의 간격으로 관측되는 표적의 위치에 대한 측정방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$z_k = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_k \\ \dot{x}_k \end{bmatrix} + w_k \quad (2)$$

여기서, w_k 는 평균이 0이고, 분산이 σ_w^2 인 백색 가우시안 잡음으로 가정한다.

2. α - β 추적필터

α - β 추적필터의 예측식과 개선식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2006. 5. 22., 채택확정 : 2006. 9. 30.

김병두 : 한국전자통신연구원 측위시스템연구팀(bdkim@etri.re.kr)

이자성 : 아주대학교 전자공학부(jsung@ajou.ac.kr)

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_k^- \\ \hat{x}_k^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_{k-1}^+ \\ \hat{x}_{k-1}^+ \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_k^+ \\ \hat{x}_k^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_k^- \\ \hat{x}_k^- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta/T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_k - \hat{x}_k^- \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서, \hat{x}_k^- 과 \hat{x}_k^+ 은 표적의 예측된 위치와 속도 추정값이며, \hat{x}_k^+ 과 \hat{x}_k^+ 은 갱신된 위치와 속도 추정값이다. z_k 는 레이다 측정값이며, α 와 β 는 추적필터의 이득이다.

3. α - β 추적필터의 최적이득 계산

최적의 α - β 이득을 선택하는 방법은 Kalata[9]에 의해 제안되었으며, 추적지수로 알려진 $\bar{\lambda}$ 는 표적의 운동모델에 대한 공정오차의 표준편차와 레이다 측정오차의 표준편차에 대한 함수로 다음과 같이 정의된다.

$$\bar{\lambda} = \frac{\sigma_v T^2}{\sigma_w} \quad (5)$$

최적의 α - β 이득은 추적지수로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\bar{\alpha} = -\frac{1}{8}(\bar{\lambda}^2 + 8\bar{\lambda} - (\bar{\lambda} + 4)\sqrt{\bar{\lambda}^2 + 8\bar{\lambda}}) \quad (6)$$

$$\bar{\beta} = \frac{1}{4}(\bar{\lambda}^2 + 4\bar{\lambda} - \bar{\lambda}\sqrt{\bar{\lambda}^2 + 8\bar{\lambda}}) \quad (7)$$

따라서, α - β 추적필터의 이득행렬은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} \bar{\alpha} \\ \bar{\beta}/T \end{bmatrix} \quad (8)$$

4. 변환된 측정값을 이용한 분리형 추적필터

변환된 측정값을 이용하는 직교 좌표계에서 설계된 추적필터의 이득은 거리와 방위를 분리하여 계산할 수 있으며, 이득행렬은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$K_k = D_2 \bar{K}_2 D^T \quad (9)$$

여기서,

$$D = \begin{bmatrix} \cos \theta_k & -\sin \theta_k \\ \sin \theta_k & \cos \theta_k \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} D & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & D \end{bmatrix} \quad (11)$$

\bar{K}_2 는 (8)의 이득행렬을 2차원 직교 좌표계로 확장한 이득행렬이며, D 는 임의의 방위각 θ_k 에 대한 변환행렬이다.

직교 좌표계로 변환된 레이다 측정값에 대한 측정오차의 공분산 행렬은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy}^2 \\ \sigma_{xy}^2 & \sigma_y^2 \end{bmatrix} = D R_o D^T \quad (12)$$

여기서,

$$R_o = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 \\ 0 & r^2 \sigma_\theta^2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

σ_r^2 는 거리오차에 대한 공분산이고, σ_θ^2 는 방위각 오차에 대한 공분산이며, r 은 표적의 거리이다. 관측오차 공분산행렬은 선형 근사화를 이용하여 얻어지며 일반적으로 다음과 같은 제한조건[3]을 갖는다.

$$\frac{r \sigma_\theta^2}{\sigma_r} < 0.4 \quad (14)$$

$$\sigma_\theta < 0.4 \text{ rad} \quad (15)$$

(12)와 (13)에서 보듯이 y축에 대한 측정오차 공분산은 표적의 거리에 따라 변하게 되므로 미리 계산된 추적지수 및 y축에 대한 α - β 이득이 부적절하게 되어 추적성능이 저하될 수 있다.

III. 근사적 α - β 이득 갱신

y축에 대한 측정오차 공분산의 변화를 고려하여 식(5)를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\lambda_k = \frac{\sigma_v T^2}{\sigma_{w,k}} \quad (16)$$

여기서, $\sigma_{w,k}$ 는 k번째 스캔에서의 측정오차의 표준편차이다.

추적지수의 변화율에 따른 α - β 이득의 변화율은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \alpha_k}{\partial t} = \frac{\partial \alpha_k}{\partial \lambda_k} \frac{\partial \lambda_k}{\partial t} \quad (17)$$

$$\frac{\partial \beta_k}{\partial t} = \frac{\partial \beta_k}{\partial \lambda_k} \frac{\partial \lambda_k}{\partial t} \quad (18)$$

추적지수에 대한 α - β 이득의 편미분 방정식은 식(6)과 (7)로부터 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\frac{\partial \alpha_k}{\partial \lambda_k} = -\frac{1}{4} \left(\lambda_k + 4 - \frac{\lambda_k^2 + 8\lambda_k + 8}{\sqrt{\lambda_k^2 + 8\lambda_k}} \right) \quad (19)$$

$$\frac{\partial \beta_k}{\partial \lambda_k} = \frac{1}{2} \left(\lambda_k + 2 - \frac{\lambda_k^2 + 6\lambda_k}{\sqrt{\lambda_k^2 + 8\lambda_k}} \right) \quad (20)$$

k번째 스캔과 k+1번째 스캔 사이의 추적지수와 α - β 이득의 변화량은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta \lambda = \lambda_{k+1} - \lambda_k = T \frac{\partial \lambda_k}{\partial t} \quad (21)$$

$$\Delta \alpha = \alpha_{k+1} - \alpha_k = T \frac{\partial \alpha_k}{\partial t} \quad (22)$$

$$\Delta \beta = \beta_{k+1} - \beta_k = T \frac{\partial \beta_k}{\partial t} \quad (23)$$

표 1. 제안한 방법의 연산 증가량.

Table 1. The computational increment of the proposed method.

	덧셈	뺄셈	곱셈	나눗셈
연산량	2	1	2	2

(17)-(23)으로부터 α - β 이득의 변화량은 다음과 같이 주어진다.

$$\Delta\alpha = -\frac{1}{4} \left(\lambda_k + 4 - \frac{\lambda_k^2 + 8\lambda_k + 8}{\sqrt{\lambda_k^2 + 8\lambda_k}} \right) \Delta\lambda \quad (24)$$

$$\Delta\beta = \frac{1}{2} \left(\lambda_k + 2 - \frac{\lambda_k^2 + 6\lambda_k}{\sqrt{\lambda_k^2 + 8\lambda_k}} \right) \Delta\lambda \quad (25)$$

따라서, $k+1$ 번째 갱신주기에서 새로운 α - β 이득은 다음과 같이 얻어진다.

$$\alpha_{k+1} = \alpha_k + \Delta\alpha \quad (26)$$

$$\beta_{k+1} = \beta_k + \Delta\beta \quad (27)$$

또한, α - β 추적필터의 이득행렬은 다음과 같이 주어진다.

$$K_{k+1} = \begin{bmatrix} \alpha_{k+1} \\ \beta_{k+1}/T \end{bmatrix} \quad (28)$$

(16)-(28)까지 추적필터의 이득을 계산하는 과정은 추적지수에 대한 α - β 이득의 편미분이 상수라고 가정하면, 즉, 최적 추적지수를 공칭점으로 한 추적지수의 변화량과 이득의 변화량은 다음과 같이 매우 간략하게 정리할 수 있다.

$$\Delta\lambda = \lambda_{k+1} - \bar{\lambda} \quad (29)$$

$$\Delta\alpha = m_\alpha \Delta\lambda \quad (30)$$

$$\Delta\beta = m_\beta \Delta\lambda \quad (31)$$

여기서, m_α 와 m_β 는 최적 추적지수, $\bar{\lambda}$ 에 대한 $\partial\alpha/\partial\lambda$ 와 $\partial\beta/\partial\lambda$ 의 값으로 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$m_\alpha = -\frac{1}{4} \left(\bar{\lambda} + 4 - \frac{\bar{\lambda}^2 + 8\bar{\lambda} + 8}{\sqrt{\bar{\lambda}^2 + 8\bar{\lambda}}} \right) \quad (32)$$

$$m_\beta = \frac{1}{2} \left(\bar{\lambda} + 2 - \frac{\bar{\lambda}^2 + 6\bar{\lambda}}{\sqrt{\bar{\lambda}^2 + 8\bar{\lambda}}} \right) \quad (33)$$

m_α 와 m_β 는 미리 계산할 수 있으므로 부가적인 연산을 최소화 할 수 있으며, (16)과 (26)-(31)로부터 제안된 방법의 연산 증가량을 계산해 보면 표 1과 같다.

IV. 모의실험

제안된 근사법에 의한 α - β 이득 갱신 기법을 2차원 분리형 추적필터에 적용하고, 모의실험을 통하여 일반적인 α - β 추적필터와 성능을 비교한다.

표적의 궤적은 초기거리 약 5.9 해리($x : -5500m, y : 9500m$)로부터 약 37 KTS($x : 15m/s, y : -12m/s$)의 속도로 등속 운동하

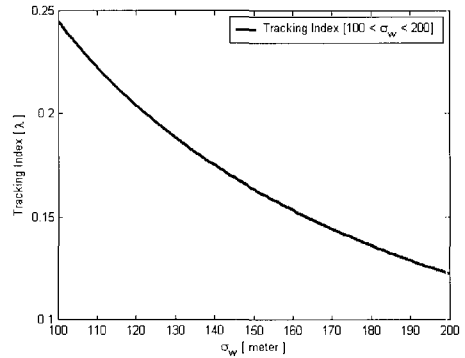


그림 1. 최적 추적지수의 변화.

Fig. 1. The variation of the optimal tracking index.

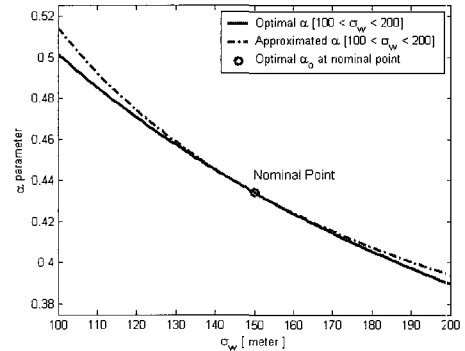


그림 2. 최적 α 이득과 근사적 α 이득.

Fig. 2. Optimal α gain and approximated α gain.

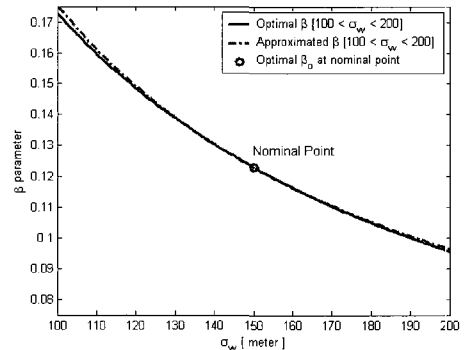


그림 3. 최적 β 이득과 근사적 β 이득.

Fig. 3. Optimal β gain and approximated β gain.

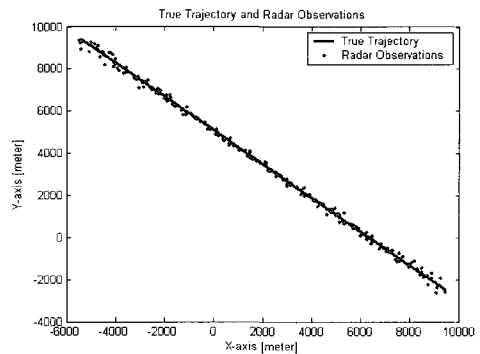


그림 4. 표적의 참궤적 및 레이더 측정값.

Fig. 4. True target trajectory and radar observations.

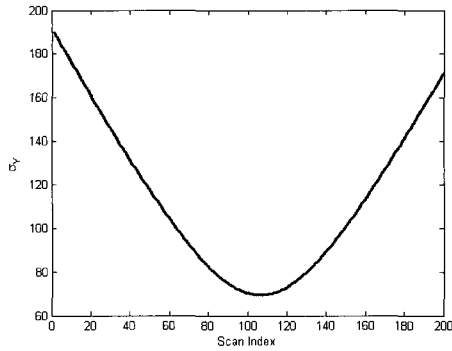


그림 5. y축 관측오차.
Fig. 5. The measurement error along the y-axis.

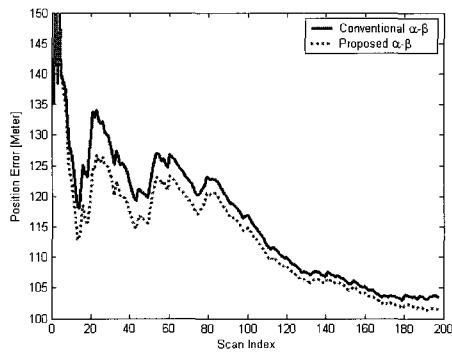


그림 6. 위치 추정 오차(RMS).
Fig. 6. RMS errors of the position estimates.

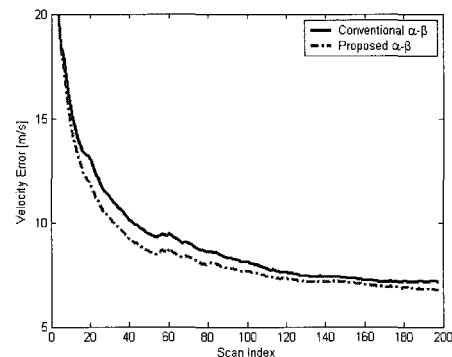


그림 7. 속도 추정 오차(RMS).
Fig. 7. RMS errors of the velocity estimates.

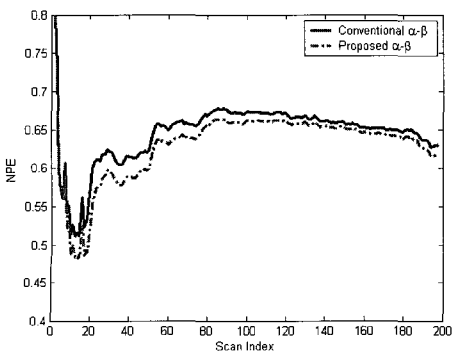


그림 8. NPE 비교.
Fig. 8. Comparison of the NPEs.

는 것으로 하였으며, 공정오차의 표준편차는 $0.98m/s^2$ 로 설정하였다. 레이더 관측값은 거리와 방위에 대하여 각각 100m와 1도(degree)의 표준편차를 갖는 평균이 0인 백색 잡음으로 가정하여 생성하였다. 또한, 갱신주기는 5초, 즉, 안테나의 회전율을 12rpm으로 설정하였다. 생성된 표적의 궤적은 y축에 대하여 측정오차의 표준편차가 150m에서 $\pm 50m$ 의 범위에서 변화도록 설정하였으며, m_α 와 m_β 는 최적 추적지수에 대하여 (32)과 (33)를 이용하여 계산하였으며, (30)와 (31)을 이용하여 α - β 이득을 갱신하였다.

그림 1은 관측오차의 변화에 대한 추적지수의 변화를 나타낸 것으로 실선은 최적 추적지수를 의미하며, 원은 공칭 추적지수를 나타낸다. 점선은 본 논문에서 제안한 근사적 방법을 이용하여 계산한 추적지수를 의미한다. 그림 2와 3은 최적 추적지수를 이용하여 계산한 α - β 이득과 근사법을 이용하여 계산된 추적지수를 이용한 α - β 이득을 나타낸 것으로 후자는 제안된 α - β 추적필터에 사용된다. 그림 2와 3에서 원은 공칭점에서의 최적 α - β 이득을 의미한다. 그림 4는 표적의 참궤적과 레이더의 측정값을 나타낸 것이며, 그림 5는 직교 좌표계에서 y축, 관측오차에 대한 표준편차의 변화를 나타낸 것이다. 그림 6과 7은 위치와 속도의 추정값에 대한 RMS(Root Mean Square) 오차를 나타낸 것으로 실선은 일반적인 α - β 추적필터의 추정오차에 대한 RMS 값이며, 점선은 제안한 방식에 의한 α - β 추적필터의 추정오차에 대한 RMS 값이다. 여기서, 일반적인 α - β 추적필터는 Kalata가 제안한 방법을 이용하여 설계된 최적이득을 이용하는 추적필터를 의미한다. 그림에서 보듯이 제안한 α - β 추적필터가 일반적인 α - β 추적필터에 비하여 개선된 추적성능을 제공함을 알 수 있다.

그림 8은 일반적인 α - β 추적필터와 제안된 α - β 추적필터의 관측오차의 RMS값과 추정오차의 RMS값의 비율인 NPE (Normalized Position Error) [10]를 나타낸 것으로, NPE가 1.0 이상이 될 경우, 추적을 잃은 것으로 간주된다. 그림에서 보듯이 두 방법 모두 안정적으로 표적을 추적하고 있으나, 제안된 방법이 일반적인 α - β 추적필터에 비하여 추적 성능 개선뿐만 아니라 추적상태의 안정성도 개선함을 알 수 있다.

VI. 결론

이 논문에서는 표적의 거리에 따른 측정오차의 변화를 고려하기 위하여 근사법에 의한 α - β 이득 갱신 기법을 개발하였다. 2차원 직교 좌표계에서 변환된 측정값을 이용하는 분리형 α - β 추적필터를 설계하고, 모의실험을 통하여 제안한 α - β 추적필터가 일반적인 α - β 추적필터에 비하여 향상된 추적성능을 제공함을 보였다.

제안된 α - β 추적필터는 최소한의 추가적인 연산을 필요로 하므로 다수의 표적을 동시에 추적해야 하는 TWS 레이더의 추적시스템에 효과적인 방법으로 고려할 수 있다.

참고문헌

[1] S. Zollo and B. Ristic, *On the Choice of the Coordinate System and Tracking Filter for the Track-while-scan Mode of an Airborne Pulse Doppler Radar*, DSTO-TR-0926, 1999.
[2] S. Blackman and R. Popoli, *Design and Analysis of Modern Tracking Systems*, Artech House, 1999.

- [3] D. Lerro and Y. Bar-Shalom, "Tracking with debiased consistent converted measurements versus EKF," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 29, Issue 3, pp. 1015-1022, July 1993.
- [4] M. Longbin et al, "Unbiased converted measurements for tracking," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 34, Issue 3, pp. 1023-1027, July 1998.
- [5] Z. Duan, C. Han and X. Rong Li, Comments on "Unbiased converted measurements for tracking," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 40, Issue 4, pp. 1374-1377, October 2004.
- [6] R. J. Fitzgerald, Comments on "Position, velocity and acceleration estimates from noisy radar measurements," *IEE Proceedings on Communication, Radar and Signal Processing*, Part-F, vol. 132, pp. 65-67, February 1985.
- [7] T. R. Benedict and G. W. Bordner, "Synthesis of an optimal set of radar track-while-scan smoothing equations," *IRE Transactions on Automatic Control*, AC-7, pp. 27-32, July 1962.
- [8] Y. Bar-Shalom, and T. E. Fortmann, *Tracking and Data Association*, Academic Press, 1988.
- [9] P. R. Kalata, "The tracking index: A generalized parameter for alpha-beta and alpha-beta-gamma target tracker," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, AES-20, pp. 174-182, March 1984.
- [10] M. Efe, D. P. Atherton and J. A. Bather, "Adaptive kalman filters for maneuvering target tracking," *IEE Colloquium on Target Tracking and Data Fusion (Digest no. 1998/282)*, pp. 4/1-4/7, June 1998.



김 병 두

1996년 아주대 제어계측공학과 졸업.
1998년 동 대학원 제어계측공학과 석사.
2000년 동 대학원 제어계측공학과 박사
수료. 2002년 9월~2004년 4월 (주) MteQ
선임연구원. 2004년 5월~현재 한국전자
통신연구원 텔레매틱스·USN연구단 연

구원. 관심분야는 레이더 신호처리, 추적시스템, GNSS 항법, 추정이론.



이 자 성

1975년 한양대 전기공학과 졸업. 1981년
미국 University of Southern California 대
학원 박사. 1981년~1992년 미국 Rock-
well International사 선임연구원. 1992년~
현재 아주대학교 전자공학부 교수. 관
심분야는 제어이론, 추정이론, 항법, 추

적시스템.