

# 산업용로봇 작업을 위한 유연한 연결경로 생성과 시간계획

## Smoothly Connected Path Generation and Time-Scheduling Method for Industrial Robot Applications

이 원 일, 류 석 창, 정 주 노\*

(Won-Il Lee, Seok Chang Ryu, and Joono Cheong)

**Abstract :** This article proposes a smooth path generation and time scheduling method for general tasks defined by non-smooth path segments in industrial robotic applications. This method utilizes a simple 3rd order polynomial function for smooth interpolation between non-smooth path segments, so that entire task can effectively maintain constant line speed of operation. A predictor-corrector type numerical mapping technique, which correlates time based speed profile to the smoothed path in Cartesian space, is also provided. Finally simulation results show the feasibility of the proposed algorithm.

**Keywords :** polynomial trajectory, smooth path, connected path, industrial robot

### I. 서론

현대 산업현장에서 로봇의 응용 범위가 매우 넓어지면서 다양하고 복잡한 형태의 경로를 따라 이동해야하는 작업들이 증가하고 있다. 현장에서 요구하는 모든 형태의 로봇 경로를 제공해주기 위해서는 기존에 가진 경로들을 조합하여 원하는 경로를 만들고 이를 마치 하나의 동작처럼 수행할 수 있는 기능이 반드시 필요하다. 이러한 기능을 구현하기 위한 기본 개념은 조합된 경로들 사이에 유연한 연결경로를 삽입하고 연결된 경로에서 일정한 선속력(line speed)을 유지하는 것이다. 특히 연결 경로에서 선속력 변화를 방지하는 기술은 최근 액체토출과 같이 속도에 매우 민감하고 복잡한 경로를 따라 움직여야하는 작업에 대한 로봇의 수요가 늘어남에 따라 매우 큰 이슈가 되고있다.

연결경로의 생성은 관절공간과 직교공간내에서 모두 다를 수 있다. 그런데 관절공간에 대한 연결경로는 비교적 쉽게 만들수 있고[1-3] 현재 산업현장의 큰 이슈가 아니므로 본 논문에서는 직교공간내의 경로에 대해서만 다룬다.

일반적으로 직교공간 상에 산업용 로봇의 복잡한 경로는 직선과 원호 등과 같은 간단한 경로의 조합으로 표현된다. 그런데 이러한 경로들은 서로의 연결점에서 속도벡터(velocity vector)와 가속도 벡터(acceleration vector)가 모두 불연속적이기 때문에 일정한 선속력 유지가 요구되는 작업을 수행하는 것이 불가능하다. 이에 대한 산업현장의 전통적인 해결책은 조합된 경로를 또 다른 원호로 연결하는 방식이다[4,5]. 이 방식은 평면상에 있는 두 경로를 매우 간단한 연산으로 연결할 수 있으나 같은 평면상에 존재하지 않는 경로에 대해서는 연결이 원천적으로 불가능하다. 이러한 단점의 보완으로 저역필터를 함께 사용하는 경우도 있으나 원치 않는 경로의 변화를 발생시키고 일정한 선속력의 유지 또한 보장하지 못하게 한다. 이외의 다른 방법으로는 조합된 경로를

블렌딩하여 연결경로를 생성하는 방식이 있다[6]. 이 방식은 여러 개의 매개변수(parameter)들은 조절하여 경로의 형태를 조절하게 되는데 3차원 공간상에서 그 형태를 예측하기가 매우 어려운 단점이 있다. 보다 근래에는 3개의 3차 스플라인과 베지어 표현법(Bezier representation)을 이용한 궤적(trajjectory)생성에 대한 연구가 있었다[7]. 이 연구에서는 경로의 형태를 보다 쉽게 제어할 수 있지만 이를 위해 다루어야 할 인자수가 여전히 많아 단순성을 요구하는 산업적 응용에 사용하기에 어렵고, 일정한 속력의 유지를 보장하는 못한 단점을 가지고 있으며, 가속도벡터와 선가속력(line acceleration)의 연속성을 보장하는 방법을 또한 제시하지 못하였다. 최근에는 5차 스플라인을 사용하여 이러한 문제점들을 해결하려는 연구가 있으나 복잡한 계산을 거쳐야만 하고 경로를 원호로 가정하는데서 생기는 오차의 소지를 가지고 있다[8].

본 논문에서는 간단한 3차 다항식을 사용하여 연결 경로를 만드는 방식을 제안한다. 3차식은 5차식에 비해 수식이 간단하고 조작해야 할 인자의 수가 적어 용이하게 경로를 조절할 수 있다. 그동안 3차식은 경계조건을 4개만 가지고 있어서 경계점에서 가속도 벡터의 연속조건을 줄 수 없다고 생각되어 왔지만[8,11], 본 논문에서는 3차식을 사용하더라도 가속도벡터의 실질적인 연속을 보장해주는 방법을 보여준다. 또한 본 논문은 연결경로가 그 스케일에 관계없이 일정한 형태를 갖도록 하는 방법을 제시하고, 연결 경로에서 로봇의 일정한 선속력을 보장을 위한 계산법을 제안한다.

### II. 경로계획

이 장에서는 순수하게 기하학적 특성만을 가지는 연결곡선의 경로함수에 대해서만 다룬다. 경로를 지나는 속도 규정은 개별적으로 계획하고 적용하는데 이것은 III장에서 다룬다. 이러한 개별적 계획 방식은 동일한 경로에 대해 다양한 속도 계획을 적용할 수 있게한다[7,9].

산업용 로봇의 유연한 연결경로에 요구되는 사항은 다음과 같다. 1) 연결구간의 크기에 관계없이 일정한 경로의 형태를 가져 사용자가 연결곡선의 경로를 쉽게 예상할 수 있어야 하며, 2) 연결 곡선은 그 곡선 내뿐만 아니라 연결점에서도

\* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2005. 6. 28., 채택확정 : 2006. 3. 22.

이원일 : 원로보스타(wonil@postech.ac.kr)

류석창 : 스탠포드대학교(scryu@stanford.edu)

정주노 : 고려대학교 제어계측공학과(jncheong@korea.ac.kr)

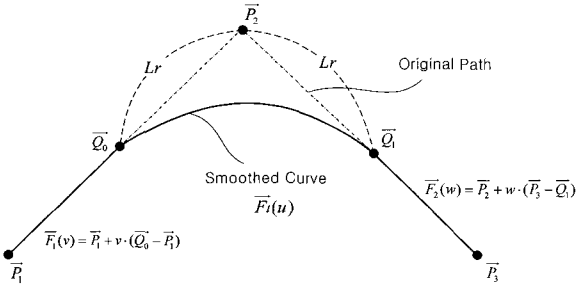


그림 1. 개의 직선 사이를 연결한 곡선 경로.  
Fig. 1. Smoothed path around a vertex where two line-paths meet.

표 1. 연결곡선의 경계조건.

Table 1. Boundary conditions of smoothed path.

$u_0 = 0$ at $\bar{Q}_0$	$u_1 = 0$ at $\bar{Q}_1$
$X(u_0) = X_0$	$X(u_1) = X_1$
$Y(u_0) = Y_0$	$Y(u_1) = Y_1$
$Z(u_0) = Z_0$	$Z(u_1) = Z_1$
$\frac{dX(u)}{du} \Big _{u=u_0} = X_0'$	$\frac{dX(u)}{du} \Big _{u=u_1} = X_1'$
$\frac{dY(u)}{du} \Big _{u=u_0} = Y_0'$	$\frac{dY(u)}{du} \Big _{u=u_1} = Y_1'$
$\frac{dZ(u)}{du} \Big _{u=u_0} = Z_0'$	$\frac{dZ(u)}{du} \Big _{u=u_1} = Z_1'$

위치, 속도벡터, 가속도벡터가 모두 연속이 되어 모터의 물리적 한계를 피할 수 있어야 한다.

1. 연결곡선의 경계조건

그림 1은 직선  $\bar{P}_1\bar{P}_2$  와 직선  $\bar{P}_2\bar{P}_3$  로 연결된 부드럽지 않은 본경로 사이에 부드러운 연결곡선  $\bar{F}_i(u) = (X(u), Y(u), Z(u))$  생성의 개념을 보여준다.  $\bar{Q}_0$  과  $\bar{Q}_1$  는 연결곡선의 시작과 끝점을 나타내어주고  $L_r$  는 본 경로의 남은 거리로써 연결구간의 크기를 나타내는 지표이다. 연결곡선  $\bar{F}_i(u)$  는  $u$  로 표현되는 3차 다항식으로 아래와 같이 나타내진다.

$$X(u) = A_x u^3 + B_x u^2 + C_x u + D_x \quad (1)$$

$$Y(u) = A_y u^3 + B_y u^2 + C_y u + D_y \quad (2)$$

$$Z(u) = A_z u^3 + B_z u^2 + C_z u + D_z \quad (3)$$

여기서 매개변수  $u$  는  $0 \leq u \leq 1$  이다. (로봇이 시간에 기초해서 위의 경로를 움직이기 때문에 실제적으로  $u$  는 시간에 대한 함수이다. 따라서 시간변수와  $u$  사이의 관계를 수치적으로 매핑해 주는 작업이 필요하게 되는데 이에 대하여 III장에서 자세히 다루도록 한다.)

연결 시작 점  $\bar{Q}_0 = (X_0, Y_0, Z_0)$  와 연결 종료점  $\bar{Q}_1 = (X_1, Y_1, Z_1)$  에 대응하는  $u$  값은 각각 0, 1이다. 그리고 각각에 대한 위치  $X(u), Y(u), Z(u)$  와 이들의 일차 미분값  $dX(u)/du, dY(u)/du, dZ(u)/du$  는 표 1과 같이 12개의 경계조건을 만족한다. 미지수가 12개이고 조건이 12개이기

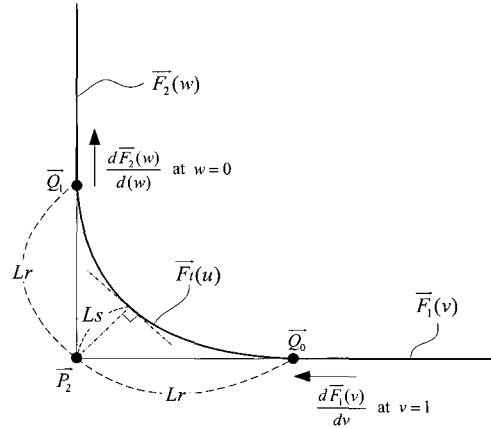


그림 2. 연결곡선의 최단거리와 형태 정의.  
Fig. 2. Distance of smoothed path from the central vertex and shape definition.

표 2.  $\alpha_1, \alpha_2$  에 따른  $\gamma$  값 비교.

Table 2. Comparison of  $\gamma$  values depending on  $\alpha_1$  and  $\alpha_2$ .

$L_r$	$\alpha_1 = \alpha_2 = 30$ $\angle Q_0 P_2 Q_1 = 90^\circ$	$\alpha_1 = \alpha_2 = L_r$ $\angle Q_0 P_2 Q_1 = 90^\circ$	$\alpha_1 = \alpha_2 = L_r$ $\angle Q_0 P_2 Q_1 = 45^\circ$
30	0.530	0.530	0.693
25	0.495	0.530	0.693
20	0.443	0.530	0.693
15	0.354	0.530	0.693

때문에 (1)-(3)의 모든 계수는  $\bar{Q}_0$  과  $\bar{Q}_1$  에서의 경계조건만으로 표현된다. 그런데 연결시킬 경로  $\bar{F}_1(v), \bar{F}_2(w)$  와  $\bar{F}_i(u)$  는 서로 다른 매개변수로 표현되어있기 때문에  $\bar{Q}_0$  과  $\bar{Q}_1$  에서의  $d\bar{F}_i(u)/du$  의 값을  $\bar{F}_1(v)$  와  $\bar{F}_2(w)$  에서 직접 찾을 수는 없고 단지 경로에서는 접선벡터가 같다는 사실을 이용하여 단위벡터(normalized vector,  $\bar{n}_i, i = 1, 2$ )을 (4), (5)와 같이 얻을 수 있다.

$$\bar{n}_1 = \frac{d\bar{F}_i(u)}{du} \Big|_{u=0} = \frac{d\bar{F}_1(v)}{dv} \Big|_{v=1} \text{ at } \bar{Q}_0 \quad (4)$$

$$\bar{n}_2 = \frac{d\bar{F}_i(u)}{du} \Big|_{u=1} = \frac{d\bar{F}_2(w)}{dw} \Big|_{w=0} \text{ at } \bar{Q}_1 \quad (5)$$

한편  $\bar{n}_1, \bar{n}_2$  를 이용해서 일차미분 경계조건은 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{d\bar{F}_i(u)}{du} \Big|_{u=0} = \alpha_1 \cdot \bar{n}_1 = (X_0', Y_0', Z_0')^T \quad (6)$$

$$\frac{d\bar{F}_i(u)}{du} \Big|_{u=1} = \alpha_2 \cdot \bar{n}_2 = (X_1', Y_1', Z_1')^T \quad (7)$$

여기서  $\alpha_1$  과  $\alpha_2$  는 상수값들이다.

2. 연결곡선의 기하학적 형태 정의

이 논문에서 곡선의 형태는 그림 2에 표시된 본경로 교차점과 연결곡선의 최단거리  $L_s$ 와 남은거리  $L_r$ 의 비율  $\gamma$ 로써 나타낸다. 그리고 동일한  $\gamma$ 를 가지는 연결곡선들에 대해서로 같은 곡선의 형태를 가졌다고 정의한다.

$$\gamma = L_s / L_r \tag{8}$$

앞 절에서 정의한 일차 미분경계조건에서  $\alpha_1$ 과  $\alpha_2$ 를 적절한 크기에 상관없이 고정된 값으로 정하여 주면 그림 3과 같은 연결곡선들이 얻어지는데 이 곡선들은  $L_r$ 의 크기에 따라 형태가 달라진다. 이러한 현상은 산업현장에서 사용자가 로봇 경로의 형태를 정확히 예측하는 것을 어렵게 만들어서 로봇구동 프로그램 작성의 효율을 떨어뜨리고 잘못된 프로그램으로 인한 로봇의 오동작 위험성을 증가시킬 수 있다. 이러한 이유로 산업용 로봇 제어기에서는 다른 조건에 관계없이 항상 짧은 끝의 기하학적 곡선을 생성할 수 있어야 한다. 서로 다른 연결구간의 크기( $L_r$ )에 따라 동일한 형태를 가지는 곡선을 구하기 위해서는  $\alpha_1$ 과  $\alpha_2$ 를  $L_r$ 의 함수로

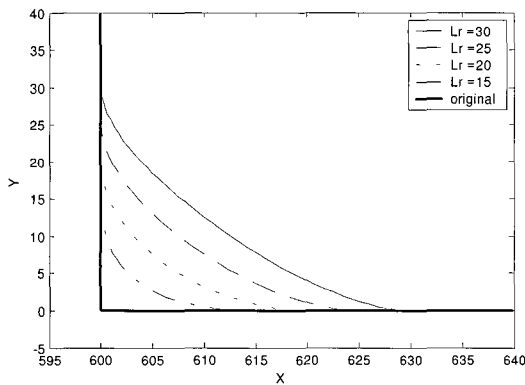


그림 3.  $L_r$ 의 크기에 따른 연결곡선의 모양( $\alpha_1 = \alpha_2 = 30$  일때).

Fig. 3. Shape of smoothed path depending on  $L_r$  ( $\alpha_1 = \alpha_2 = 30$ ).

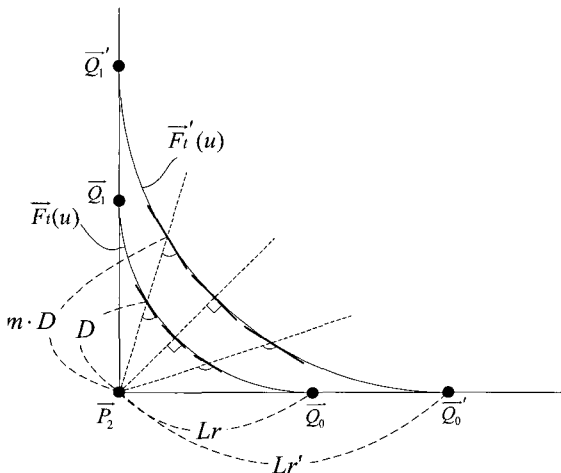


그림 4. 짧은 끝 연결곡선 정의.

Fig. 4. Definition of similarity of smoothed paths.

표현할 수 있어야 한다. 그림 4와 같이  $\bar{P}_2$ 를 기준으로  $m$ 배의 크기 차이가 있는 짧은 끝의 두 연결곡선함수  $\bar{F}_i(u)$ ,  $\bar{F}'_i(u)$ 가 있다고 가정하여 보자. II-1절에서 미리 설정한 조건에 의해 두 곡선함수의 매개변수  $u$ 는 동일한 범위  $0 \leq u \leq 1$ 를 가지는데  $\bar{F}'_i(u)$ 의 선길이가  $\bar{F}_i(u)$  선길이의  $m$ 배 이므로 곡선함수의  $u$ 에 대한 미분값은 아래의 관계를 가진다고 할 수 있다.

$$\frac{d\bar{F}'_i(u)}{du} = m \cdot \frac{d\bar{F}_i(u)}{du}$$

같은 이유로 각 곡선함수의 시작점  $\bar{Q}_0$ ,  $\bar{Q}'_0$ 과 종료점  $\bar{Q}_1$ ,  $\bar{Q}'_1$ 의 1차 미분값도 각각  $m$ 배의 비율을 가진다.  $m = L_r' / L_r$ 이므로 경계조건 미분값의 크기들은 아래의 특성을 가진다.

$$\frac{\alpha'_1}{\alpha_1} = \frac{\alpha'_2}{\alpha_2} = \frac{L_r'}{L_r} = m$$

즉 동일한 형태의 곡선들의  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  값은 각 곡선의 남은거리  $L_r$ 에 비례하는 관계를 가지므로 (9)와 같이 표현할 수 있다.

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \lambda \cdot L_r \tag{9}$$

$\lambda$ 는 모든 곡선함수에 공통으로 곱해주는 값으로 여기서는 형태상수 (shape factor)라고 부른다. 그림 5와 그림 6은 (9)의 조건을 적용하였을 때  $90^\circ$ 와  $45^\circ$ 로 만나는 직선사이를 연결한 곡선들을 각각 보여주고 있다. 표 2는  $\alpha_1, \alpha_2$ 를 선택할 때 상수값을 사용한 경우와 (9)의 조건을 사용한 경우의  $\gamma$  값을 비교하였는데 (9)의 조건을 적용한 경우에서  $\gamma$  값이 일정하게 유지됨을 보여준다.

3. 가속도 연속 조건을 위한 형태상수 튜닝

앞에서 우리는 산업용 제어기의 사용자가 쉽게 경로를 예측할 수 있도록 일정한 형태의 부드러운 연결곡선을 만드는 조건을 찾았다. 그런데 표 1에서 주어진 조건만으로는 경계

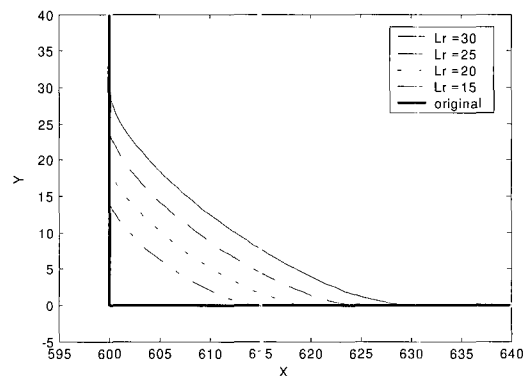


그림 5.  $\alpha_1 = \alpha_2 = \lambda \cdot L_r$ ,  $\lambda = 1.0$  일 때의 연결곡선경로 ( $\angle Q_0 P_2 Q_1 = 90^\circ$ ).

Fig. 5. Smoothed path when  $\alpha_1 = \alpha_2 = \lambda \cdot L_r$ ,  $\lambda = 1.0$  ( $\angle Q_0 P_2 Q_1 = 90^\circ$ ).

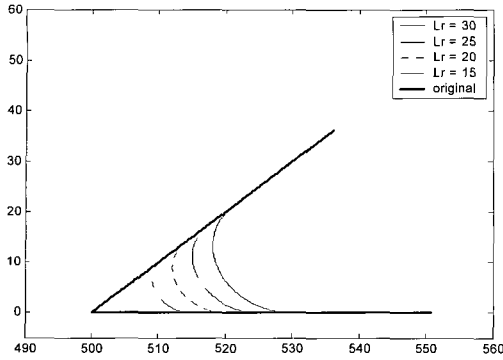


그림 6.  $\alpha_1 = \alpha_2 = \lambda \cdot Lr$ ,  $\lambda = 1.0$  일 때의 연결곡선경로 ( $\angle Q_0 P_2 Q_1 = 45^\circ$ ).

Fig. 6. Smoothed path when  $\alpha_1 = \alpha_2 = \lambda \cdot Lr$ ,  $\lambda = 1.0$  ( $\angle Q_0 P_2 Q_1 = 45^\circ$ ).

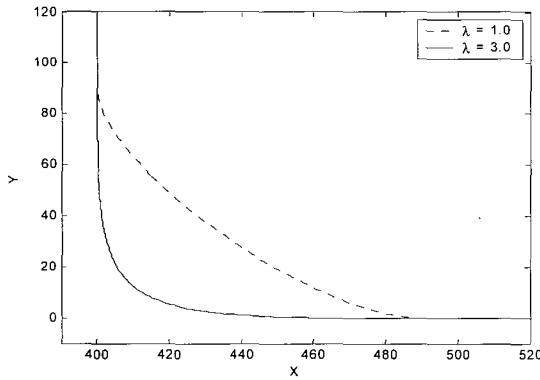


그림 7.  $\lambda = 1.0$ 과  $\lambda = 3.0$ 일 때의 경로.

Fig. 7. Comparison of smoothed paths when  $\lambda = 1.0$  and  $\lambda = 3.0$ .

점에서 가속도 벡터의 연속을 보장 하지 못한다. 가속도 벡터의 불연속은 로봇의 관절가속도(joint acceleration)의 불연속을 의미하며 이는 모터에 충격을 가하게 되어 제어성능을 떨어뜨리는 요인이 된다. 따라서 가속도벡터의 연속성을 만족시키는 것은 매우 중요한 조건이다. 본 절에서는 튜닝을 통해 근사적인 가속도벡터의 연속을 손쉽게 얻기 위한 방법을 제안한다.

II-2절의 (9)에서 정의된 형태상수  $\lambda$  는 본경로(original path)에 대한 연결곡선의 추종성을 결정해줄 수 있다.  $\lambda$  가 커질수록 연결곡선이 본경로에 근접하게 나타내진다. 따라서  $\lambda$  의 튜닝을 통하여 근사적인 가속도 연속이 되는 최소값을 찾는다. 여기서 최소값을 찾는 이유는 곡률(curvature)이 지나치게 커짐을 방지하기 위해서 이다. 그림 7은  $\lambda = 1.0$ 과  $\lambda = 3.0$ 을 적용한 경로를 비교한 그래프이다. 그리고 그림 8과 그림 9에서는 그림 7에 나타난 경로를 1mm 간격으로 샘플링한 위치에 대한 1차 변화량  $V_n = S(n) - S(n-1)$  과 2차 변화량  $A_n = V_n - V_{n-1}$  을 계산하여 각각 도시 하였다. 여기서  $S(u)$  은 n-mm에 해당하는 선이동거리를 의미한다.  $\lambda = 1.0$ 을 적용한 경우에는 그림 8과 같이 경계점에 가속도벡터가 확연히 불연속이 되나  $\lambda = 3.0$ 을 적용하면 그림 9과 같이 전구간에서 실질적인 연속이 된다. 여기서 찾은  $\lambda$  값은 II-2절에서 정한

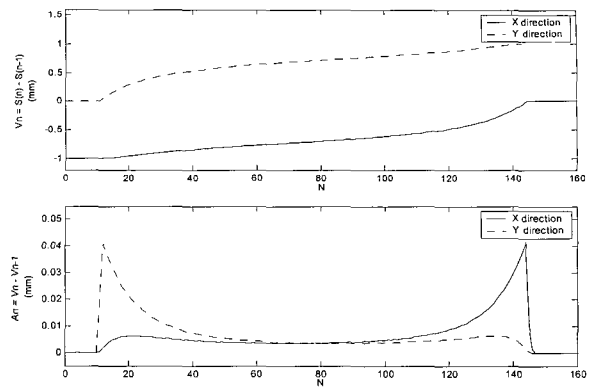


그림 8.  $\lambda = 1.0$ 일 때 1mm 간격으로 추출한 1차 위치 변화량 ( $V_n$ )과 2차 위치변화량( $A_n$ ).

Fig. 8. First and second order variations of position ( $V_n$  and  $A_n$ ) sampled at 1mm interval when  $\lambda = 1.0$ .

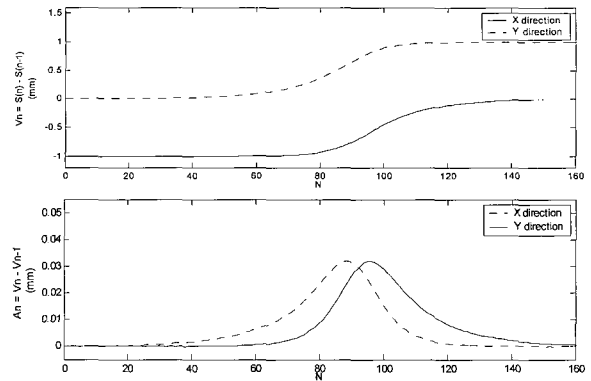


그림 9.  $\lambda = 3.0$ 일 때 1mm 간격으로 추출한 1차 위치 변화량 ( $V_n$ )과 2차 위치변화량( $A_n$ ).

Fig. 9. First and second order variations of position ( $V_n$  and  $A_n$ ) sampled at 1mm interval when  $\lambda = 3.0$ .

짧은 곡선의 조건에 의하여 직교하는 직선 사이를 연결하는 모든 연결곡선의 경계점에서 실질적인 연속성을 동일하게 만족해주는 값이 된다. 또한 동일한  $\lambda$  를 가지고 예각과 둔각 사이를 연결한 곡선은 직각보다 경계점에서 가속도벡터 연속성은 오히려 좋아지는 경향성을 가지고 있다. 이러한 이유로 직교 조건에서 튜닝을 통하여 찾은  $\lambda$  값은 직각뿐만 아니라 예각과 둔각 사이를 연결한 곡선에서도 실질적인 연속 가속도벡터를 보장해주는 값이 된다고 말할 수 있다.

### III. 속도-시간계획과 경로계획 사이의 매핑

#### 1. 총이동거리와 속도-시간계획

작업경로의 총 이동거리는 속도-시간 계획을 하기 위해서 반드시 필요한 정보이다. 특히 매개변수  $u$ 로 표현된 곡선 연결구간의 이동거리  $S(u)$  는 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$S(u)|_{u=0}^{u=u_n} = S(u_n) = \int_{u=0}^{u=u_n} \frac{dS(u)}{du} du \tag{10}$$

$$= \int_0^{u=u_n} \sqrt{Au^4 + Bu^3 + Cu^2 + Du + E} du$$

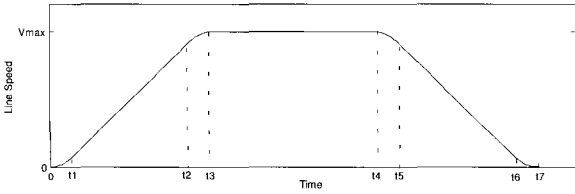


그림 10. 선속력프로파일.  
Fig. 10. Line speed profile.

여기서  $u_n$  은  $n$ 번째 시간  $t_n$  에 해당하는 매개변수값이다. 이 구간은 해석적 적분이 되지 않으므로 수치적 방법으로 구하여야 한다. 여기에서는 4<sup>th</sup> order Runge-Kutta 적분법[10]을 이용하여 계산하였고 이렇게 구한 연결구간의 이동거리와 기타 직선 및 원호 구간의 이동거리들을 합하여 최종적인 총 이동거리를 구할 수 있다. 총 이동거리의 계산은 연산시간을 많이 필요로 하므로 경로 함수와 함께 비실시간모드에서 미리 계산하는 방식을 채택하였다. 총이동거리와 미리 정해 놓은 가감속력, 최대속력 그리고 구간별 최대 jerk값을 고려하여 그림 10과 같이 시간에 대한 선속력 프로파일을 구할 수 있다.

2. 시간-매개변수 매핑

기준궤적생성기(reference generator)는 실시간상에서 일정한 시간간격마다 동작하는데 미리 계획된 선속력 프로파일에 따라서 경로의 기준 궤적(reference trajectory)을 생성한다. 기준 궤적의 생성 과정은, i) 주어진 시간  $t$  에서 목표 선 이동거리  $L(t)$  를 계산하고, ii) 경로함수들  $\bar{F}_1(v)$ ,  $\bar{F}_1(u)$ ,  $\bar{F}_2(w)$  에서 해당하는 매개변수값을 찾아 직교기준궤적(cartesian reference trajectory)을 계산하며, iii) 마지막으로 각 로봇 기계부 특성에 맞춰서 역기구학(inverse kinematics)를 통해 관절기준궤적(joint reference trajectory)을 찾는다. 그런데 다항식 경로의 경우에는 매개변수로 표현된 이동거리와 시간으로 표현된 이동거리간의 관계를 나타내는 직접적인 해가 존재하지 않는다. 따라서 이때 수치적인 방법으로 해를 구하게 된다. (직선 및 원호 등의 기타 구간에서는 매개변수와 이동거리의 관계를 바로 구할 수 있다.) 이때 사용할 수 있는 방법들은 두 가지로 나눌 수 있는데, i) 첫 번째 방법은 경로 함수의 매개변수와 이에 해당하는 이동거리 값을 미리 다량으로 계산 표로 저장한 후 실시간으로 기준궤적 생성시 보간(interpolation)을 통하여 매개변수를 찾는 테이블참조 방식[11,12]이 있으며, ii) 다른 방법은 실시간으로 선이동거리 변화량에 대한 매개변수 변화량을 추정하고 이를 누적해서 현재 이동거리에 대한 매개변수값을 찾아내는 방법이다[13,14]. 테이블참조 방식은 누적에러의 염려가 없지만 정확한 속력을 보장하는게 어려움이 있고 무엇보다도 많은 양의 메모리를 사용하기 때문에 임베디드 시스템인 산업용 제어기에는 적절치가 않다. 이러한 이유로 여기에서는 실시간으로 이동거리에 해당하는 매개변수값을 추정하는 두 번째 방식을 적용하기로 하고, 매개변수 추정시 추정자-수정자 방법을 응용한 수치적 방법을 제안한다.

연결곡선 구간에서 매 제어 시간 간격당 선속도 프로파일로부터 구한 선이동거리 변화량  $\Delta L$  에 대한 매개변수 증분

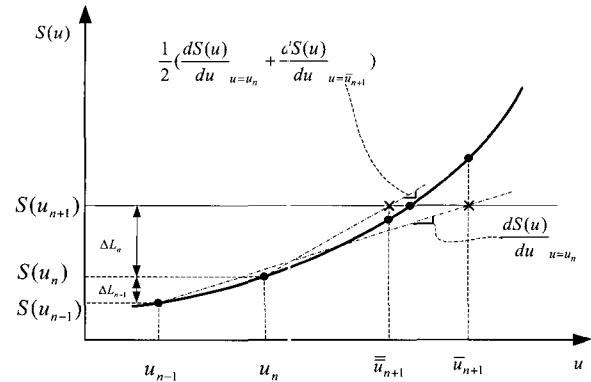


그림 11.  $\Delta L$  에 대한 매개변수  $u$  값 추정.  
Fig. 11. Estimation of  $u$  for given  $\Delta L$ .

량  $\Delta u$  는

$$\Delta u = \frac{\Delta L}{\frac{S(u_{n+1}) - S(u_n)}{u_{n+1} - u_n}} \quad (11)$$

(여기서  $S(u)$  는  $u$  에 대한 선이동거리)

로 표현할 수 있다. 그리고 선이동거리 변화량이 충분히 작다면 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{S(u_{n+1}) - S(u_n)}{u_{n+1} - u_n} \approx \frac{1}{2} \left( \frac{dS(u)}{du} \Big|_{u=u_n} + \frac{dS(u)}{du} \Big|_{u=u_{n+1}} \right) \quad (12)$$

(11)와 (12)를 정리하면  $u_{n+1}$  는 (13)과 같이 정리된다.

$$u_{n+1} \approx u_n + \frac{\Delta L}{\frac{1}{2} \left( \frac{dS(u)}{du} \Big|_{u=u_n} + \frac{dS(u)}{du} \Big|_{u=u_{n+1}} \right)} \quad (13)$$

$u_{n+1}$  은 우리가 찾고자 하는 값이다. 그런데 (13)의 우변에도  $u_{n+1}$  이 있으므로 적절한 방법으로  $u_{n+1}$  의 최초 추정값을 찾아야 한다. 간격이 충분히 짧은 경우 다음 (14)와 같은 근사식이 성립하므로[15]

$$\frac{dS}{du} \Big|_{u=u_n} \approx \frac{1}{2} \left( \frac{dS}{du} \Big|_{u=u_{n-1}} + \frac{dS}{du} \Big|_{u=u_{n+1}} \right), \quad (14)$$

추정자-수정자 방법의 초기 추정값  $\bar{u}_{n+1}$  를 아래와 같이 결정한다.

$$\begin{aligned} \bar{u}_{n+1} &\approx u_{n-1} + \frac{\Delta L_n + \Delta L_{n-1}}{1/2 \left( \frac{dS}{du} \Big|_{u=u_{n+1}} + \frac{dS}{du} \Big|_{u=u_{n-1}} \right)} \\ &\approx u_{n-1} + \frac{\Delta L_n + \Delta L_{n-1}}{\frac{dS}{du} \Big|_{u=u_n}} \end{aligned} \quad (15)$$

(15)에서 얻은 초기 추정치  $\bar{u}_{n+1}$  를 이용하여 (13)의  $\frac{dS}{du} \Big|_{u=u_{n+1}}$  를 구하는데 사용하여,  $u_{n+1}$  의 두번째 근사값  $\bar{\bar{u}}_{n+1}$  를 찾는

다. 이 값을 다시 (13)에 대입하여 반복(iteration)하면 더욱 정확한  $u_{n+1}$  을 찾을 수 있다. 3회 수행하면 추정된  $u_{n+1}$  값은 거의 완벽히 고정된 값을 내주기 때문에 참 값으로 인정한다. 이러한 과정을 모든 시간에 적용하면 해당 시간 t에 대한 매개변수  $u$  값이 매핑된다. 일반적으로 측사근사법(iteration method)은 시간소비가 큰 방식이나 여기에서는 수식이 매우 간단하여 TMS320C6713 225MHz에서 연산시간이 5 $\mu$  sec정도 밖에 걸리지 않았다. 이러한 실시간 매개변수 추정은 연결곡선의 길이가 길어지면 누적 오차가 발생되지만 산업적 응용의 경우에는 연결곡선 구간의 길이가 수mm에서 수십mm에 불과하여 누적된 오차량은 무시할 정도로 작다. 또한 오차가 생기더라도 연결점 ( $\bar{Q}_1$ ,  $\bar{Q}_2$ )의 위치정보를 토대로 간단한 에러 보상 알고리즘으로 누적오차를 제거할 수 있다.

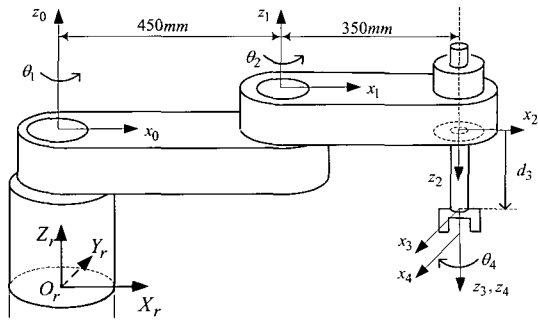


그림 12. SCARA robot 구조.  
Fig. 12. SCARA robot.

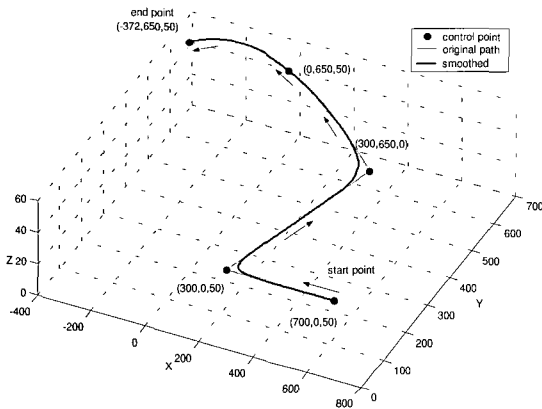


그림 13. 모의실험 경로 (직선-직선-원호).  
Fig. 13. Global path for simulation (line-line-circular arc).

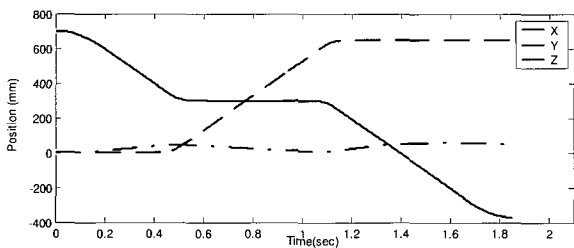


그림 14. 직교공간 위치 궤적.  
Fig. 14. Trajectory in cartesian space.

IV. 모의 실험

산업현장에서 널리 사용되는 800mm 길이를 가지는 SCARA 로봇을 대상으로 위에서 제시한 알고리즘을 적용하여 모의 실험을 하였다(그림 12 참조). 로봇 끝단의 경로는 점 (700,0, 50), (300,0,50), (300,0,50), (300,650,0)가 차례로 연결된 직선 segment들과 점 (300,650,0), (0,650,50), (-372,650,50)를 포함하는 원호로 구성되어 있으며,  $Lr=150mm$ ,  $\lambda=3.0$ 를 적용한 연결곡선들을 만들었다(그림 13 참조). 전체 경로에 대한 speed profile은 최대 선속력을 1,000mm/s로, 선가속도는 가감속구간에 모두 평균 5,000mm/s<sup>2</sup>로, 그리고 jerk는 모든 구간에서 동일하게 200,000mm/s<sup>3</sup>를 적용하여 만들었다. 그리고  $\theta_4$ 의 값은 좌표계  $O_r, X_r, Y_r, Z_r$ 에 대해서 항상 일정한 방향을 가지도록 정하였다. 그림 14, 15는 제안한 알고리즘으로 구한 기준 위치궤적, 기준속도궤적, 기준가속도궤적 들을 보여주고 있다. 그림 14에서 표시된 것처럼 두개의 연결구간은 0.356s-0.628s 그리고 0.982s-1.254s 부분이 된다. 구해진 궤적의 속도와 가속도도 매우 부드럽게 생성되며 위치오차는 무시할 정도로 작게 된다. 위 궤적을 사용하여 역기구학의 관절공간해를 그림 16과 17에 나타내었다. 구해진 해의 정확성을 확인하고자, 직교공간에서의 기준궤적을 이용하여 반대로 선속력과 선가속도를 구해 보았다(그림 18 참조). 그림 18에서 1,000mm/s의 속력으로 0.5초와 1.1초부근에 나타난 연결곡선 구간을 지날 때 최대 -0.4mm/s (0.04%) 속력 오차만을 발생시켰고 연속적인 선가속도를 나타내었다. 결론적으로 제안된 알고리즘은 손쉬우면서 매우 정확하고 연속적인 궤적을 제공하였다.

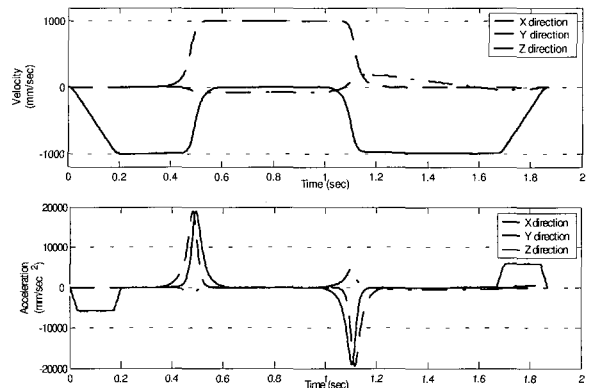


그림 15. 직교공간에서 속도벡터와 가속도벡터.  
Fig. 15. Velocity and acceleration in cartesian space.

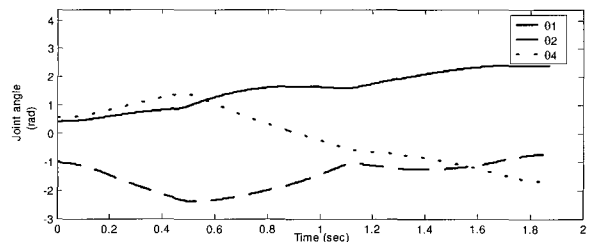


그림 16. SCARA의 관절각도.  
Fig. 16. Joint angles of SCARA robot.

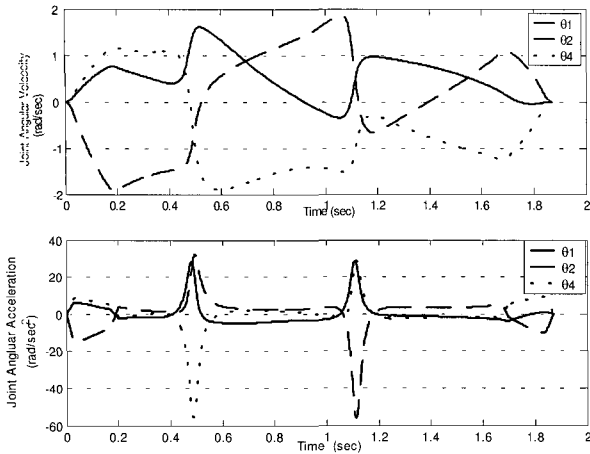


그림 17. SCARA의 관절속도 및 관절가속도.  
Fig. 17. Joint velocity and acceleration of SCARA robot.

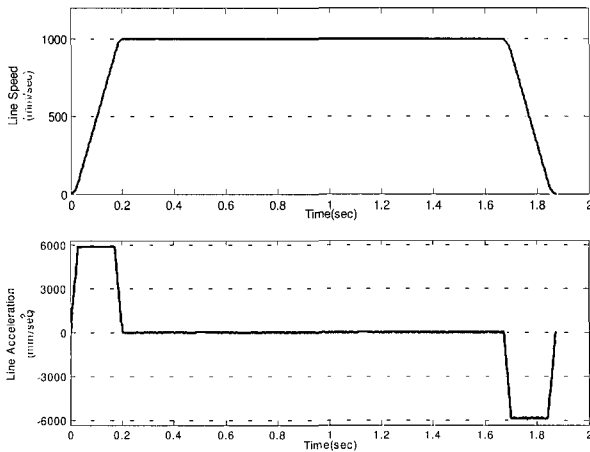


그림 18. 경로 상의 선속력과 선가속도.  
Fig. 18. Line speed and acceleration along smoothed global path.

**V. 결론**

본 논문에서는 산업용 로봇이 직선과 원호 등으로 구성된 복잡한 작업 경로를 따라 움직여갈 때, 수행하는 작업을 용이하게 하도록 작업경로를 부드럽게 연결하는 연결곡선 생성 알고리즘을 제안하였다. 주어진 선속력 프로파일에 따라서 직교공간상의 기준궤적과 역기구학을 이용한 관절궤적을 구하였다. 연결곡선 생성시에 3차 다항식만을 사용하였지만 제시한 경계조건을 이용하여 연결곡선의 크기에 따라 연결곡선의 형태가 변하지 않으면서 가속도벡터는 실질적으로 연속이 되는 연결 곡선의 경로를 생성할 수 있었다. 그리고

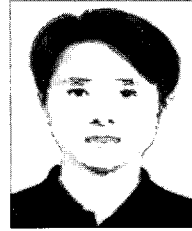
간단하면서도 충분한 정확성을 보이는 실시간 이동거리 추정 알고리즘을 통하여 에러가 거의 없는 선속력과 선가속력을 얻는데 성공하였다. 추후 행해질 연구에서는 새로운 제어기와 함께 실제 로봇에 적용함으로써 제안한 알고리즘의 작업 평가를 정량적으로 수행할 계획이다.

**참고문헌**

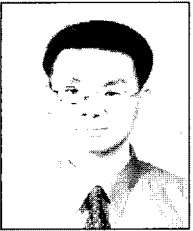
- [1] L. Sciavicco and B. Siciliano, "Modeling and control of robot manipulators," London: Springer, 2000.
- [2] R. P. Paul, "Robot manipulators: Mathematics, programming, and control," Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1981.
- [3] K. Wang, "B-splines joint trajectory planning" *Computers in Industry*, pp. 113-122, 1998.
- [4] G. W. Vickers and C. Bradley, "Curved surface machining through circular arc interpolation," *Computers in Industry*, pp. 329-337, 1992.
- [5] X. Yang, "Efficient circular arc interpolation based on active tolerance control," pp. 1037-1046, 2002.
- [6] R. Volpe, "Task space velocity blending for real-time trajectory generation," in *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, Atlanta Georgia, May 1993.
- [7] S. A. Bazaz and B. Tondu, "3-cubic spline for on-line cartesian space trajectory planning of an industrial manipulator," *IEEE AMC '98-COIMBRA*, 1998.
- [8] S. Y. Jeong, Y. J. Choi, and P. Park, "Transition trajectory generation between non-smoothly connected paths," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, submitted for publication.
- [9] K. Kant and S. W. Zucker, "Toward efficient trajectory planning: The path-velocity decomposition," *The Int. Journal of Robotics Research*, vol. 5, no. 3, pp. 72-89, Fall 1986.
- [10] G. B. Arfken and H. J. Weber, *Mathematical Methods for Physicists* 5<sup>th</sup> edition Harcourt.
- [11] D. Y. F.-C. Wang, "Nearly arc-length parameterized quintic-spline interpolation for precision machining," *Computer-Aided Design* 25(5), pp. 281-288, 1993.
- [12] Y. A. Kaan Erkorkmaz, "High speed cnc system design. part i: jerk limited trajectory generation and quintic spline interpolation," *I.J. Machine Tools & Manufacture* 41, pp. 1323-1345, 2001.
- [13] Y. K. M Shpitalni and C. C. Lo, "Realtime curve interpolators," *Computer-Aided Design* 26(11), pp. 832-838, 1994.
- [14] B. Bahr, X. Xiao, and K. Krishnan, "A real-time scheme of cubic parametric curve interpolations for cnc systems," *Computers in Industry* 45, pp. 309-317, 2001.
- [15] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical Recipes: in C*, 2<sup>nd</sup> Edition Cambridge.

**이 원 일**

2006년 포항공대 기계공학사. 2002년~2003년 (주)바이오메드랩 인공심장연구센터 연구원. 2003년~2005년 (주)로보스타 제어연구팀 연구원. 관심분야는 산업용 로봇 제어기, 로봇의 힘 조작 등.

**류 석 창**

2002년 포항공대 기계공학사. 2002년~2004년 (주)로보스타 제어연구팀 연구원. 2004년~2005년 한국과학기술연구원 마이크로시스템 연구센터 연구원. 2005년~현재 스탠포드대학원. 관심분야는 Human Robot Interaction.

**정 주 노**

1995년 포항공대 기계공학사. 1997년 동대학원 석사. 2003년 동 대학원 박사. 2003년 서울대학교 정밀기계설계연구소 박사후 연구원. 2003년~2005년 MIT 전자통신연구소 박사후 연구원. 2005년~현재 고려대학교 서창캠퍼스 제어계측공학과

조교수. 관심분야는 시각기반 로봇 조작, 네트워크기반 로봇 시스템, 햅틱시뮬레이션.