

특이치 분해 방법에 의한 합정 자기원 다이폴 모델링 방안 연구

양창섭* · 정현주

국방과학연구소 6기술연구본부 무장발사/수중스텔스 그룹, 경남 진해시 현동 19번지, 645-600

(2007년 9월 12일 받음, 2007년 10월 23일 최종수정본 받음)

본 논문에서는 모델 합정에 의해 발생하는 정 자기장 신호 특성을 수학적으로 모델링하는 방법에 대해 기술하고 있다. 특정 위치에 설치된 자기센서들에 의해 계속된 자기장 신호 값들로 부터 특이치 분해(singular value decomposition) 방법을 이용한 등가 자기원 다이폴 모델링 기법을 제안하였으며, 제안된 기법의 타당성은 비자성 자기실험실에서 측정된 자기장 값들과의 비교를 통해 성공적으로 검증되었다. 본 논문에서 제안된 기법은 모델 합정 뿐 만 아니라 실 합정에서의 다양한 심도 변화에 따른 정 자기장 신호 분포 특성 예측 시 직접 활용이 가능하다.

주제어 : 자기 축소 모델, 정 자기장, 다이폴 모델링, 특이치 분해

I. 서 론

제 2차 세계대전 이후부터 현재까지 합정들에 의해 발생하는 수중 전자자기장 신호들은 수중 전자기 위협세력들로 부터 쉽게 탐지되므로 인해 합정에는 큰 위협 요인으로 대두되어 왔다. 특히, 강자성 재질로 만들어진 합정의 경우, 합정 부근에 존재하는 기뢰를 발화시키는 직접적인 원인을 제공할 뿐만 아니라 수중 및 항공 감시체계에서의 합정 탐지 수단으로 널리 이용되는 정 자기장(static magnetic field) 신호를 만들어 낸다[1]. 합정에 의해 발생하는 정 자기장 신호는 일반적으로 유도 자기장(induced magnetic field)과 영구 자기장(permanent magnetic field)의 두 가지 성분으로 분류된다. 유도 자기장 성분은 국부적인 지구 자기장 환경에 노출된 강자성 선체의 일시적인 자화 현상에 의해 발생되며 일반적으로 상용 전자장 수치해석 툴들을 사용하면 쉽게 예측이 가능하게 된다[2-4]. 이에 반해 영구 자기장은 합정 건조 단계의 다양한 기계적 및 열적 응력(stress) 또는 외부 충격 및 폭발 등의 요인에 의해 영구적으로 생성되는 신호 성분으로 동일한 합정 재원을 가지는 경우에도 주변 환경 변화에 따라 서로 상이한 특성을 가지게 된다. 따라서 영구 자기장 성분의 예측에는 전자장 수치해석 기법의 직접적인 적용은 불가능하며 일반적으로 특정 위치에 설치된 자기센서들로 부터의 실 측정 신호를 이용하여 합정 선체의 영구 자화 분포를 예측하는 역 문제(inverse problem) 해석 기법이 주로 사용되고 있다. 본 논문에서는 모델 합정의 임의 심도 및 진행 방향 변화에 따른 정 자기장 신호 분포 특성을 예측하기 위해 축소 모델 합정의 영구 자기장 신호 성분뿐 만 아니라 유도 자기

장 신호 성분에 대해서도 특이치 분해 방법을 이용한 역 문제 해석기법을 적용하였으며, 이를 통해 모델 합정 선체의 영구 및 유도 자화 성분들을 각각 소수의 등가 자기 다이폴 배열로 모델링 할 수 있었다. 본 논문에서 제안된 모델링 기법은 임의 심도 및 진행 방향 변화에 따른 실제 합정 주변의 3차원 정 자기장 신호 분포 특성 예측 시 적용 가능하며, 추가적으로 자기 탐지 위협 세력과 합정 간의 실시간 상호 영향 분석 장비 개발 시에도 직접 활용이 가능한 것으로 판단 된다.

II. 합정 정 자기장 신호에 관한 지배 방정식

강자성 재질의 합정 선체에 의한 지구 자기장의 외란(anomaly) 신호는 다음과 같이 지속밀도 \vec{B} 와 자기장의 세기 \vec{H} 사이의 구성 방정식 및 맥스웰 방정식의 영향을 받게 된다.

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \\ \nabla \times \vec{H} &= \vec{J} \\ \vec{B} &= \mu \vec{H} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, \vec{J} 는 전류 밀도, μ 는 인가 지구 자기장 자장 하에 서의 선체 재질의 투자율을 나타낸다.

만일 자기 축소 모델이 외부 지구 자기장의 세기(\vec{H}_0)에 놓이게 되면, 외부 지구 자기장에 의해 강자성 선체 내부에 유도되는 자기장의 세기(\vec{H}_{red})가 발생된다. 이 경우의 자기장의 세기는 식 (2)로 표현될 수 있다[5].

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_{red} \quad (2)$$

한편, 식 (1)에서의 지속밀도(\vec{B}) 표현식은 잔류 지속밀도

*Tel: (055) 540-6341, E-mail: ycs1621@paran.com

(\vec{B}_r)가 존재하지 않는 선체 재질에서의 특성을 나타낸 것이므로, 만일 합성 선체에 영구 자화에 의한 잔류 자속밀도가 존재하는 경우에는 자속밀도 \vec{B} 는 다음과 같이 변경되어야 한다.

$$\vec{B} = \mu\vec{H} + \vec{B}_r = \mu_0\mu_r(\vec{H}_0 + \vec{H}_{red}) + \vec{B}_r \quad (3)$$

여기서, 투자율 μ 는 비투자율 μ_r 과 공기 중의 투자율 μ_0 의 합으로 표현된다.

또한 식 (3)의 비투자율 μ_r 을 자화율(magnetic susceptibility) χ_m 과 영구자화 \vec{M}_r 를 도입하여 $\mu_r = \chi_m + 1$, $\vec{B}_r = \mu_0\vec{M}_r$ 로 두고 다시 정리하면 식 (4)와 같이 유도될 수 있다.

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \mu\vec{H} + \vec{B}_r = \mu_0\mu_r(\vec{H}_0 + \vec{H}_{red}) + \vec{B}_r \\ &= \mu_0[\vec{H} + \chi_m(\vec{H}_0 + \vec{H}_{red})] + \vec{B}_r \\ &= \mu_0(\vec{H} + \vec{M}_i + \vec{M}_r) = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, 자화 \vec{M} 은 두 번째 항인 유도자화 \vec{M}_i 와 세 번째 항인 영구자화 \vec{M}_r 의 합으로 주어진다. 따라서 식 (4)는 합성이 지구 자기장 환경 하에 놓이게 될 경우의 합성 주변에 분포되는 자속밀도(이하, 자기장)를 표현하는 식이 된다.

III. 합성 등가 다이폴 모델링 기법

1. 개요

전자기장 해석 분야에 있어 분석 대상에 대한 정보를 알지 못하고 단순히 분석 대상에 의한 연속된 위치 좌표들에서 계측되는 신호 값만을 알고 있는 경우에는 수치해석 기법에 근거한 순 문제(forward problem) 해석 방법으로는 원하는 해를 구할 수 없으며, 역 문제(inverse problem) 해석 기법에 근거한 근사 해를 구하는 방법이 도입되어야 한다. 모델 합성에 의한 유도 자기장 특성은 해석 영역 내의 지배방정식과 경계조건을 정의한 수치해석기법(유한요소법, 경계요소법 등)을 적용하면 정확한 예측이 가능하지만, 영구 자기장 특성은 현재까지 수치 해석기법을 통해서 예측 할 수 있는 방법이 존재하지 않으므로 역 문제 해석 기법에 근거한 등가 자기원 다이폴 모델링 기법을 적용하여 예측하였다. 또한 임의 심도 및 진행 방향 변화에 따른 실 합성 주변의 3차원 정 자기장 신호 분포 특성을 실시간으로 예측하기 위해서는 영구 자기장 성분 이외에 유도 자기장 성분에 대해서도 수학적으로 모델링되어야 하므로 본 논문에서는 모델 합성의 영구 자기장 신호뿐만 아니라 유도 자기장 신호에 대해서도 등가 다이폴 모델링 기법을 수행하였다.

2. 자기 다이폴에 의한 합성 자기장 신호

자기 다이폴에 의해 발생하는 정 자기장 신호는 비오 사파

르의 법칙(Biot-savart's law)을 이용하면 계산될 수 있다. 일반적으로 하나의 다이폴 모멘트 집합 \vec{m} 에 의한 자기장 신호 \vec{B} 사이의 관계는 다음과 같은 행렬 형태로 주어진다 [6, 7].

$$\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = \frac{\mu_0}{4\pi r^5} \begin{bmatrix} 3x^2 - r^2 & 3xy & 3xz \\ 3xy & 3y^2 - r^2 & 3yz \\ 3xz & 3yz & 3z^2 - r^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서, $r = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$, $\vec{B}(B_x, B_y, B_z)$ 의 단위는 테슬라(tesla)이며, $\vec{m}(m_x, m_y, m_z)$ 의 단위는 Ampere · meter²이다. 또한 x, y, z 는 다이폴 원으로부터 측정 지점까지의 거리 성분을, μ_0 는 공기 중의 투자율을 나타낸다. 한편 식 (5)는 식 (6)과 같이 간략화한 형태로 가정하여 다시 표현될 수 있다.

$$[B] = [D][m] \quad (6)$$

또한 식 (6)은 식 (7)에서의 경우처럼 다수의 측정 점들에 대해 소수의 다이폴 집합들에 의한 자기장 행렬 계산으로 확장하여 표현될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} B_1 \\ \vdots \\ B_i \\ \vdots \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} \cdots D_{1j} \cdots D_{1m} \\ \vdots \\ D_{i1} \cdots D_{ij} \cdots D_{im} \\ \vdots \\ D_{n1} \cdots D_{nj} \cdots D_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ \vdots \\ m_j \\ \vdots \\ m_m \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서, B 는 특정 측정 지점에서의 3축 방향(x, y, z 축) 자기장 성분들을 의미하며, D_{ij} 는 j 번째 다이폴 집합의 위치 좌표와 i 번째 측정지점의 위치 좌표간의 거리 함수로 표현되는 $[3 \times 3]$ 행렬로 표현될 수 있다. 단, 측정 지점인 n 의 개수는 다이폴 m 의 개수보다 크다고 가정한다. 따라서 식 (7)은 다시 식 (8)과 같이 간략화한 형태로 표현될 수 있다.

$$[B] = [E][m] \quad (8)$$

3. 특이치 분해 방법을 이용한 등가 다이폴 모델링 기법

다수의 측정 지점들로 부터의 신호 값들로 부터 소수의 다이폴 집합들에 의한 자기장 계산은 미지수(다이폴 크기 값)의 개수보다 더 많은 선형 방정식(측정지점들로 부터의 자기장 값)을 가지는 과 결정 시스템(over-determined system)에 해당된다. 만일 $[B] = [E][m]$ 로 표현되는 계수 행렬 E 가 $[n \times m]$ 차수의 선형시스템인 경우, 계수 행렬 E 의 역행렬이 존재한다면 $[m] = [E]^{-1}[B]$ 형태로 변환하여 벡터 m 의 해를 쉽게 구할 수 있지만 계수 행렬 E 가 $[m \times n]$ 차수의 선형시스템인

경우에는 역행렬이 존재하지 않으므로 정확한 해를 구할 수 없게 된다. 이 경우에는 식 (9)와 같이 잔차(residual error)를 최소화하는 특이해 분해(singular value decomposition) 방법을 이용하여 근사 해를 구하게 된다[8].

$$[m] = ([E]^T[E])^{-1}[E]^T[B] \quad (9)$$

본 논문에서는 $[E]$ 행렬은 자기 다이폴의 각 성분별 세기 (m_x, m_y, m_z)를 각각 1 Amp · meter²로 가정한 상태에서 1번 ~3번 센서들의 거리별 자기장 값을 계산한 결과로 구성하고, $[B]$ 행렬은 실제 1번~3번 센서들에 의해 측정된 자기장 값으로 표현함으로써, 구하고자 하는 $[m]$ 열벡터의 근사 해를 찾을 수 있었다. Fig. 1은 축소모델 아래의 센서 부설 위치 및 측정 라인들을 나타낸다.

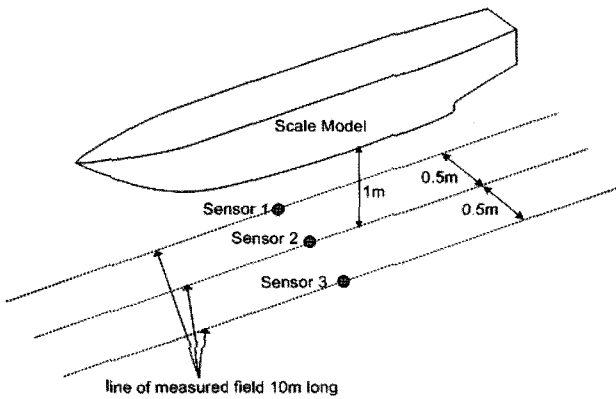


Fig. 1. The sensors locations and the measurement lines below a scale model.

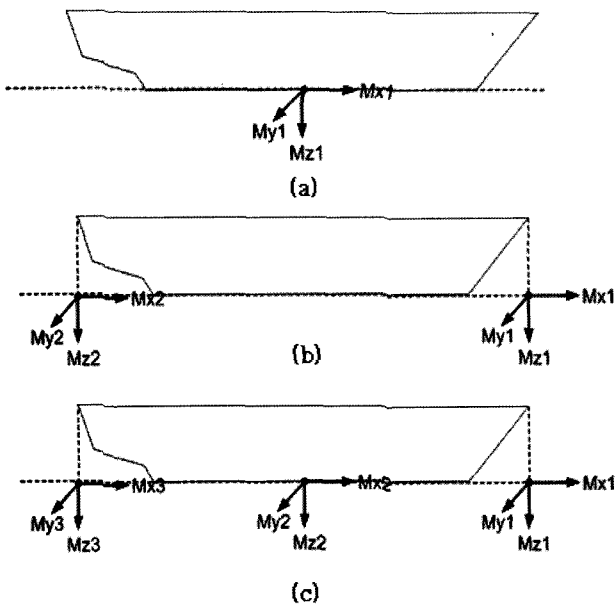


Fig. 2. Magnetic dipoles are located at bottoms of the scale model.

아울러, 자기 다이폴의 최적 해를 찾아내기 위한 방법으로 최초에는 함정 바닥면 중앙에 하나의 다이폴 집합($m_1 = m_{x1}, m_2 = m_{y1}, m_3 = m_{z1}$)을 가정하여 근사 해를 구하고 차례로 다이폴 수를 등 간격으로 하나씩 증가시켜 가면서 각각의 경우에 대해 자기 다이폴의 해를 구하였다(Fig. 2 참조). 각각의 다이폴 근사해는 식 (8)에 대입하여 계산된 자기장 값과 측정된 자기장 값을 비교되었으며, 식 (10)의 평균 차이 비교법을 사용하여 평균 차이가 가장 작은 경우를 최적의 해가 구해진 것으로 가정하였다.

평균 차이(average difference) 비교는 각각의 지점에서 측정된 자기장 값과 계산된 값 사이의 대수 차이를 평균하여 비교하는 방법으로 다음과 같이 정의하였다. 단, 계측에 사용된 자기 센서의 최소 분해능은 ± 1 nT 였으며, 음수에 대한 대수(logarithm)는 절대값을 취하여 대수로 표현하였다.

$$\text{Average difference [dB]} = \frac{\sum_{i=1}^n [20\log_{10}|A_i| - 20\log_{10}|B_i|]}{n} \quad (10)$$

여기서, A 와 B 는 각각 i 번째 지점에서의 측정값과 계산값을 의미한다.

IV. 등가 다이폴 모델링 해석 결과

1. 함정 자기장 성분별 최적 다이폴 수 및 크기 결정

등가 다이폴 모델링은 Fig. 3의 1 m 심도에서 선수방향을 남쪽으로 향한 상태에서 측정된 자기장 신호로부터 영구 자기장 및 유도 자기장 신호를 분리하여 각각에 대해 수행되었다. 두 신호 성분을 분리하는 세부 기술적인 과정은 이전 연구 결과[9]에서 상세히 언급되었으므로 본 논문에서는 제외하였다. Fig. 4와 Fig. 5는 1 m 심도에서의 축소 모델 함정에

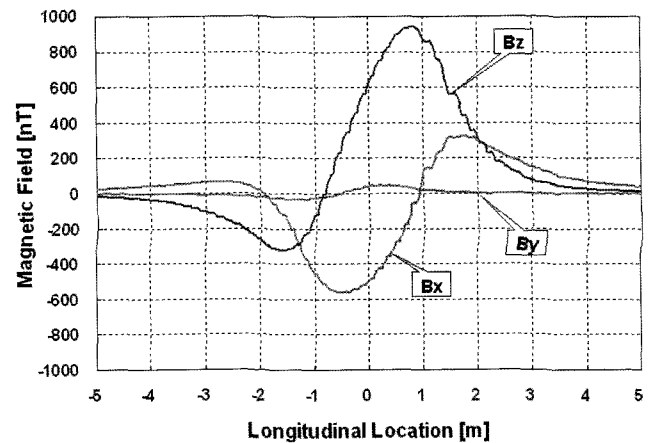


Fig. 3. The magnetic field signature measured for the south heading at one meter under the keel line of the scale model.

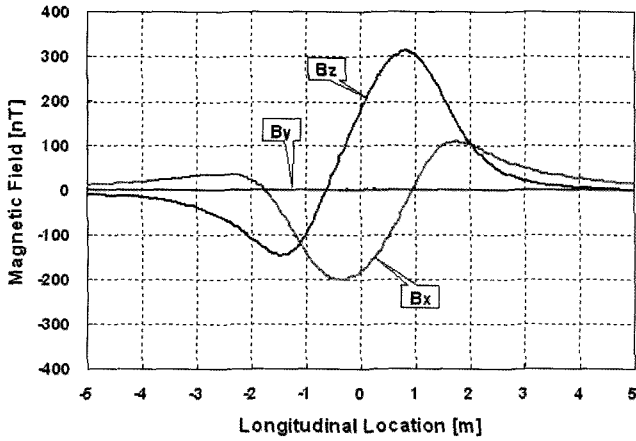


Fig. 4. Induced field components predicted below one meter from the keel line by the earth field environment.

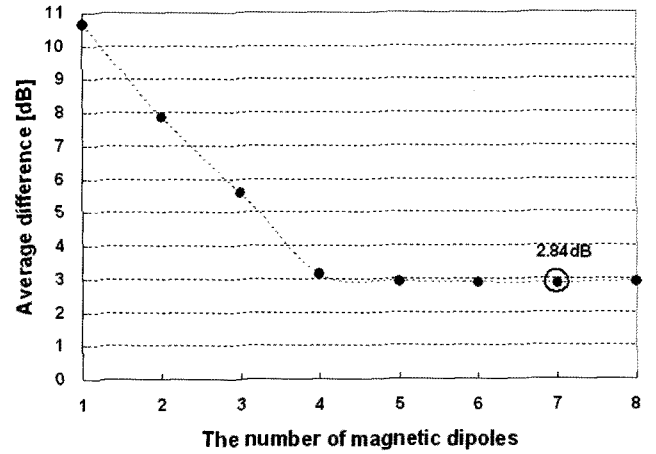


Fig. 7. The average difference value as the number of dipoles for the permanent magnetic field.

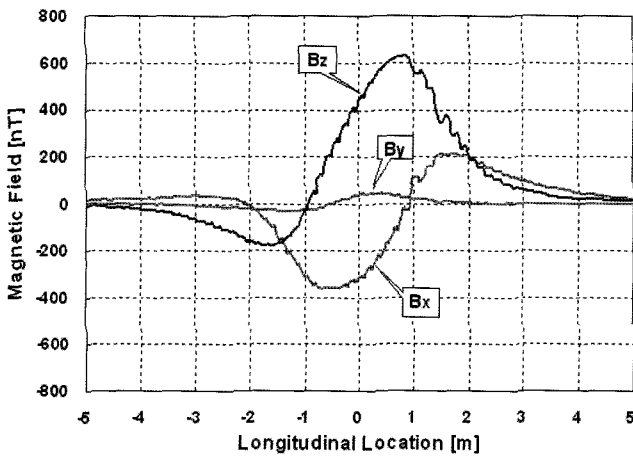


Fig. 5. Permanent field components predicted below one meter from the keel line by the earth field environment.

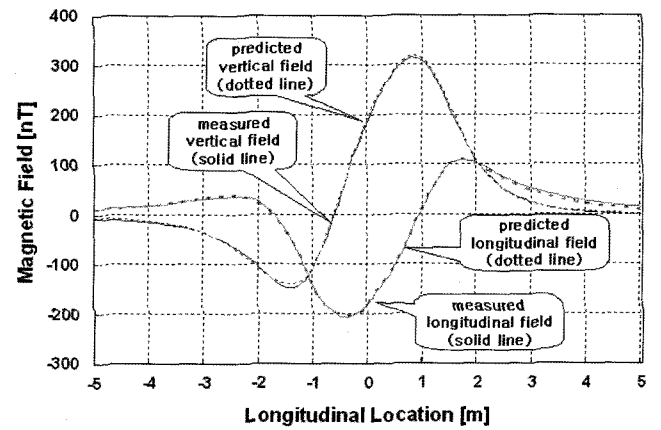


Fig. 8. The comparison between predicted induced field components and the measured induced field components below one meter under the keel line.

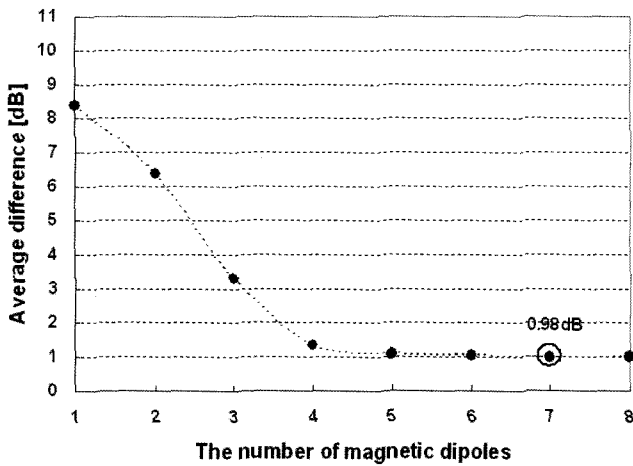


Fig. 6. The average difference value as the number of dipoles for the induced magnetic field.

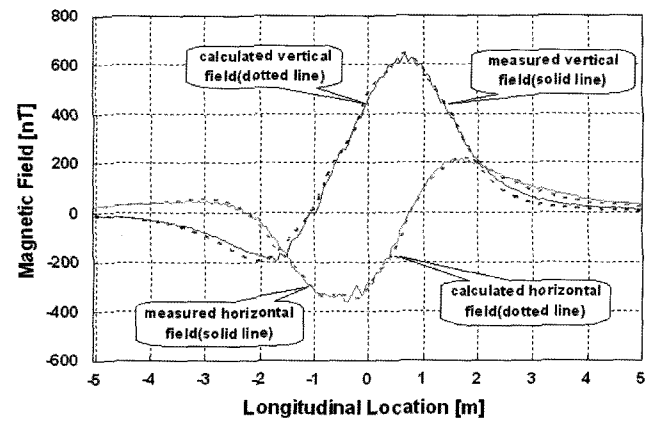


Fig. 9. The comparison between predicted permanent field components and the measured permanent field components below one meter under the keel line.

Table I. Induced magnetic dipole values.

Dipole number	Dipole position [m]			Dipole strength [$A \times m^2$]		
	X	Y	Z	M_x	M_y	M_z
1	1.2	0	0	0.353	-5.4×10^{-4}	0.132
2	0.8	0	0	0.597	-1.9×10^{-5}	0.084
3	0.4	0	0	1.56	2.3×10^{-3}	-0.055
4	0	0	0	1.12	0.026	0.847
5	-0.4	0	0	1.09	-0.014	-0.486
6	-0.8	0	0	2.23	9.8×10^{-4}	0.603
7	-1.2	0	0	0.098	-1.5×10^{-3}	0.746

Table II. Permanent magnetic dipole values.

Dipole number	Dipole position [m]			Dipole strength [$A \times m^2$]		
	X	Y	Z	M_x	M_y	M_z
1	1.2	0	0	0.333	-0.814	3.44
2	0.8	0	0	-0.763	0.676	1.71
3	0.4	0	0	-0.247	-0.328	-2.82
4	0	0	0	-3.31	0.704	4.56
5	-0.4	0	0	-5.06	-0.077	-2.69
6	-0.8	0	0	1.28	0.082	0.146
7	-1.2	0	0	-1.08	0.074	0.667

대한 유도 자기장 및 영구 자기장 신호 성분을 나타낸다.

분리된 유도 및 영구 자기장 성분 각각에 대해 평균 차이 비교법을 적용하여 차이가 가장 작은 경우를 최적 다이폴의 해가 구해진 것으로 간주하고 다이폴 집합 수를 하나에서 부터 차례로 증가시키면서 최적 다이폴 수를 구한 결과, 두 성분 모두 다이폴의 수가 7개일 때가 가장 평균 편차가 적음을 확인할 수 있었으며, 유도 자기장의 경우에는 평균 차이가 약 1.0 dB, 영구 자기장의 경우에는 약 2.8 dB 임을 확인하였다. Fig. 6과 Fig. 7은 유도 및 영구 자기장 성분에 대한 최적 다이폴 수 추정 결과를 나타낸 것이며, 최종 결정된 다이폴에 의한 2번 센서 유도 및 영구자기장 성분의 계산 결과와 실 측정치와의 파형 비교 결과는 Fig. 8과 Fig. 9에서 나타내었다. Table I과 Table II는 유도 및 영구 자기장 신호 각각에 대한 최적 다이폴 위치 및 크기 추정 값을 표로 나타낸 것이다.

2. 임의 위치에서의 함정 자기장 신호 예측 결과

최적의 다이폴 위치, 크기 및 개수 값이 구해지면 임의 위치에서의 각 축별 함정 자기장 신호는 식 (5)에 대입하면 쉽게 구할 수 있다. 따라서 본 논문에서 제시된 다이폴 모델링 방법의 타당성을 입증하기 위하여 모델 함정 아래 4m 위치에서의 각 측정 위치에서의 자기장 값을 계산하여 실제 측정 한 값과 비교하였다. Fig. 10은 Table I과 Table II의 유도 및 영구 등가 자기 다이폴들에 의해 4m 심도에서의 예측된 자기장 신호와 측정된 자기장 신호를 비교한 결과를 나타내

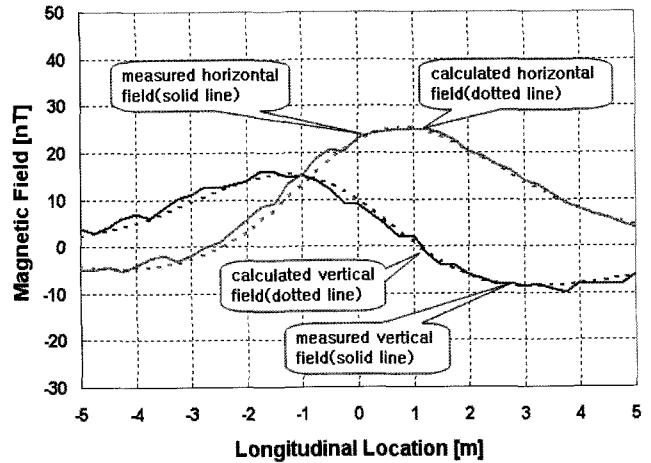


Fig. 10. The comparison between the predicted field and the measured field at 4m under the keel line.

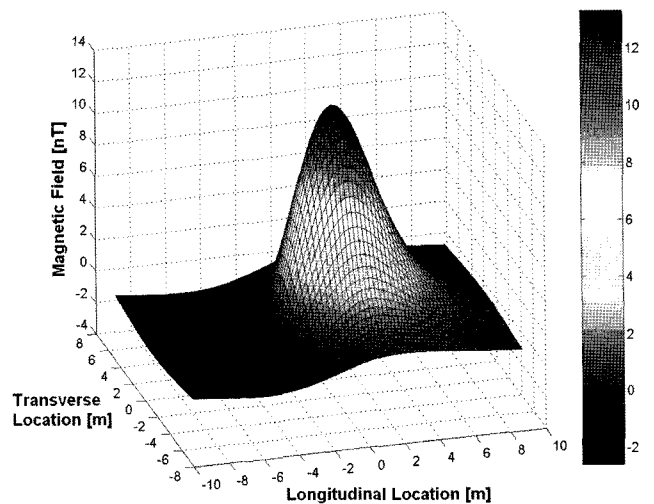


Fig. 11. The predicted three-dimensional magnetic field distribution for the vertical direction at 5m depth.

며, 약 1.5 dB의 평균 차이를 보였다. 따라서 모델 함정의 등가 다이폴 모델링 결과를 이용하면 임의 위치 및 임의 수심에서의 자기장 신호를 쉽게 예측할 수 있음을 확인할 수 있었다. Fig. 11은 5m 심도에서 예측된 모델 함정의 수직 자기장 분포를 나타낸다.

V. 결 론

본 논문에서는 자기센서 배열로부터 측정된 모델 함정의 자기장 신호값으로부터 특이치 분해(singular value decomposition) 방법을 이용한 등가 다이폴 모델링 기법을 제시하였다. 다이폴 모델링을 통해 예측된 자기장 값들은 모델 함정 아래 1m와 4m 심도에 설치된 자기센서들로 부터 측정된

자기장 값들과 비교되었으며, 1 m 심도에서는 유도 및 영구 자기장 성분 각각에 대해 약 1.0 dB와 2.8 dB, 4 m 심도에서는 약 1.5 dB의 평균 차이를 나타냄으로서 제안된 기법이 타당함을 확인 할 수 있었다. 본 논문에서 제안된 기법은 합진행 방향 및 심도 변화에 의한 실제 함정에서의 정 자기장 신호 분포 특성 예측뿐 만 아니라 자기 탐지 위협 세력과 함정 상호 간의 실시간 영향 분석 장비 개발 시에도 직접 활용 가능할 것으로 사료된다.

참고문헌

[1] L. Demilier and D. Saliou, Ship specific section, Marelec Marine & Elctromagnetics Conference (2004).
 [2] X. Brunotte and G. Meunier, IEEE Trans. On Magn., **26**, 2196 (1990).
 [3] X. Brunotte, G. Meunier, and H.-P. Bongiraud, IEEE Trans. On Magn., **29**, 1970 (1993).
 [4] A. Vishnevsky, I. Krasnov, and A. Lapovok, IEEE Trans. On Magn., **29**, 2152 (1993).
 [5] OlivierChadebec, J.-L. Coulomb, V. Leconte, Jean_Paul Bongiraud, and G. Cauffet, IEEE Trans. On Magn., **36**, 667 (2000).
 [6] G. J. Webb, Warship '94 International Conference, **5** (1994).
 [7] C. S. Buck and G. A. Steel, Proceedings International Conference on Marine Electromagnetics, **P9**, (1997).
 [8] P. Neittaanmaki, M. Rudnicki, and A. Savini, Inverse Problems and Optimal Design in Electricity and Magnetism, Clarendon Press, Oxford (1996) pp. 161~171.
 [9] 이강진, 양창섭, 정현주, 김동훈, 대한전기학회지, **56**(8), 1412 (2007).

A Study on Dipole Modeling Method for Ship's Magnetic Anomaly using Singular Value Decomposition Technique

Chang-Seob Yang* and Hyun-Ju Chung

Underwater Weapon Launching and Stealth Group, Naval Systems Research Development Center, Agency for Defense Development, P.O. Box 18 Jinhae, Kyungnam 645-600, Korea

(Received 12 September 2007, in final form 23 October 2007)

This paper describes the mathematical modeling method for the static magnetic field signature generated by a magnetic scale model. we proposed the equivalent dipole modeling method utilizing a singular value decomposition technique from magnetic field signatures by magnetic sensors are located special depths below the scale model. The proposed dipole modeling method was successfully verified through comparisons with the real measured values in our non-magnetic laboratory. Using the proposed method, it is possible to predict and analyze static magnetic field distributions at any difference depths generated from the real ships as well as a scale model ship.

Keywords : magnetic scale model, static magnetic field, magnetic dipole modelling, singular value decomposition