

1기 무한모선 전력계통의 비선형 입출력 되먹임 선형화 제어

Nonlinear Input-Output Feedback Linearizing Control of a Single Machine Infinite Bus Power System

김 동 건, 윤 태 웅*, 김 석 균
(Dong-gun Kim, Tae-Woong Yoon, and Seok-Kyoon Kim)

Abstract : Many nonlinear controllers for the power system are based on nonlinear models involving the power angle as an element of the state, and therefore the reference value for the power angle is needed. As this reference value is not generally available, it is difficult to apply such nonlinear control methods in practice. To deal with this problem, we present an input-output feedback linearizing control scheme by selecting the output as a combination of the squared voltage and the relative frequency. It is shown that the internal dynamics are locally stable with controllable damping, and that the frequency remains bounded for all time. Simulations illustrate the effectiveness of the proposed method.

Keywords : input-output feedback linearization, power system, transient stability

I. 서론

부하의 변동이나 장애(fault)에도 불구하고 안정하게 전력을 공급할 수 있도록 제어를 설계하는 것은 전력시스템에서 필수적이다. 기존의 제어 방식 가운데 AVR(Automatic Voltage Regulator)과 PSS(Power System Stabilization)를 사용한 방법은 동작점 부근에서 선형화한 모델에 근거를 둔 것으로서, 큰 규모의 외란에 대해서는 만족할만한 성능을 발휘하기 어렵다[1,5]. 따라서 비선형 모델을 바탕으로 제어를 설계하는 비선형 제어의 개념이 필요하게 된다. 여러 비선형 제어 방식 가운데, 전력계통에는 되먹임 선형화 제어 기법[2,6,8]이 적용된 바 있다[3,4]. 그런데, 이런 전력계통의 되먹임 선형화 제어에서는 상태변수 중 하나인 위상각의 정상상태 값을 미리 알아야 한다는 문제점이 존재한다.

위상각의 정상상태 기준값을 쓰지 않는 비선형 제어 기법으로서, 입출력 되먹임 선형화 제어의 도입을 고려할 수 있다. 그러나 전압을 출력으로 놓고 입출력 되먹임 선형화 제어를 하면, 위상각과 주파수가 진동한다는 단점이 나타난다. 이런 문제의 해결을 위해 전압에 근사화한 주파수의 미분을 더해 새로운 출력으로 삼는 제어기법이 제안된 바 있다[7]. 그러나 [7]에서는 새로운 출력이 수렴하는 것만 보였을 뿐, 그런 출력의 구성요소, 즉, 전압과 근사화한 주파수의 미분이 모두 안정함을 보이지는 못했다.

이 논문에서는, 근사화한 주파수의 미분 대신 주파수를, 그리고 전압 대신 전압의 제곱을 사용해 [7]에서와 유사한 방식의 되먹임 선형화 제어를 제안한다. [7]에서처럼 출력에 더해진 주파수 성분이 선형화된 페루프 시스템의 감

쇠 계수를 키운다는 사실을 보이는 것은 물론, [7]에서 보이지 못했던 전압과 주파수 각각의 유한성도 증명한다.

이 논문의 구성은 다음과 같다. II에서는 1기 무한 모선 모델을 소개하고, 그 모델을 근거로 III에서 비선형 제어를 설계한다. IV에서는 제안한 제어기의 성능을 모의실험을 통해 검토하고, 마지막으로 V에서 결론을 맺는다.

II. 시스템 모델

여기서 다루고 있는 전력 시스템은 그림 1과 같은 1기 무한 모선 모델이다. 만약 그림에 나타난 바와 같은 지락사고가 발생하면, 전송선로의 리액턴스 x_L 이 바뀌게 된다.

1. 상태 방정식

발전기의 상태 방정식은 다음과 같다.

$$\dot{\alpha}(t) = \omega(t) \tag{1}$$

$$\dot{\omega}(t) = -\frac{D}{H}\omega(t) + \frac{\omega_0 P_m}{H} - \frac{\omega_0 V_s}{H} E_q(t) \sin \alpha(t) \tag{2}$$

$$E_q(t) = -\frac{1}{T_{d0}} E_q(t) + \frac{(x_d - x_d') V_s}{x_d'} \omega(t) \sin \alpha(t) + \frac{k_e}{T_{d0}} u_f(t) \tag{3}$$

여기서 $\alpha(t)$ 와 $\omega(t)$ 는 발전기의 위상각과 주파수를 나타낸다. 그리고 P_m 은 거버너로부터 들어오는 기계적 입력으로 상수로 가정한다. 또한 ω_0 는 동기속도, D 는 제동계수, H 는 관성계수, V_s 는 무한버스 전압이다. $E_q(t)$ 는 발전기의 횡축(q-axis) 기전력, T_{d0} 는 직축의 과도 단락회로 시정수, x_d 와 x_d' 은 각각 직축의 리액턴스, 과도 리액턴스이며, x_d 와



그림 1. 1기 무한 모선 모델.
Fig. 1. Single machine infinite bus model.

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2006. 3. 27., 채택확정 : 2006. 8. 23.

김동건 : 삼성전자(donggun95.kim@samsung.com)

윤태웅 : 고려대학교 전기전자전파공학부(twy@korea.ac.kr)

김석균 : 고려대학교 전기공학과 석·박사 통합과정

(skkim@celfo.korea.ac.kr)

※ 본 논문은 한국과학재단 목적기초연구(R0120030001161302004)에서 지원하여 연구하였음.

x'_{ds} 는 발전기 전원부에서 모한모선까지의 총 리액턴스와 파도 리액턴스를 나타낸다. 그리고 k_e 는 여자기의 이득을 나타내고, $u_f(\delta)$ 는 제어입력이다.

이 논문에서 제어하려고 하는 변수는 발전기 단자 전압으로서 아래와 같이 정의된다.

$$V_d(\delta) = \frac{1}{x_{ds}} [x_s^2 E_q(\delta)^2 + x_d^2 V_s^2 + 2x_d x_s V_s E_q(\delta) \cos \delta]^{1/2} \quad (4)$$

한편, 사고가 생겼을 때 영향을 받는 파라미터는 다음과 같다.

$$x_{ds} = x_d + x_T + \frac{1}{2} x_L, \quad x_{ds}' = x_d' + x_T + \frac{1}{2} x_L$$

$$T_{d0}' = \frac{x_{ds}'}{x_{ds}} T_{d0}, \quad x_s = x_T + \frac{1}{2} x_L$$

여기서 x_T 는 변압기의 리액턴스, x_L 은 전송선로의 리액턴스, 그리고 T_{d0} 는 직축 단락회로 시정수다. 이 파라미터들은 단락 사고가 일어나면 다음과 같이 바뀌게 된다.

$$x_{ds} = (1 + \frac{1}{\lambda})(x_d + x_T) + x_L,$$

$$x_{ds}' = (1 + \frac{1}{\lambda})(x_d' + x_T) + x_L$$

$$T_{d0}' = \frac{x_{ds}'}{x_{ds}} T_{d0}, \quad x_s = (1 + \frac{1}{\lambda})x_T + x_L$$

여기서 λ 는 사고 발생 지점을 나타내는데, 0이면 발전기 버스에서 사고가 난 것을 뜻하며, 0.5이면 발전기와 무한버스 전송선로 중간에서 사고가 발생한 것을 뜻한다. 이 논문의 모의실험에서는 $\lambda=0.5$ 인 사고를 고려하였다. 사고가 발생하면 위에서 설명한 4개의 파라미터가 바뀌게 되고, 그 결과 사고가 복구된 뒤에도 발전기의 상태변수가 정상상태에서 벗어나 있게 된다. 이런 과정에서 발전기의 단자전압과 다른 상태변수들이 안정적으로 정상상태로 수렴할 수 있도록 비선형 제어기를 설계한다.

III. 입출력 되먹임 선형화

1. 제어기

입출력 되먹임 선형화 제어에서는 일반적으로 제어하려는 변수를 출력으로 정의한다. 그런데 이 연구에서 실제로 제어하고자 하는 전압을 출력으로 놓으면 서론에서 언급했듯이 위상각과 주파수가 진동하는 현상이 생기게 된다. 이런 문제를 해결하기 위해, 다음과 같이 출력을 정의한다.

$$y = V_t^2 - a\omega \quad (5)$$

이렇게 정의된 출력을 미분하여 다음 식을 얻는다.

$$\dot{y} = \frac{1}{x_{ds}'} (f_5 \omega + f_2 f_4 - x_{ds}^2 \alpha f_3) + \frac{f_4}{x_{ds}^2 T_{d0}'} u_f \quad (6)$$

기준전압을 $1(p.u.)$, 오차 e 를 $e = y - 1$ 이라 정의하고

$$\dot{e} + ke = 0, \quad k > 0 \quad (7)$$

이 성립하여 오차 e 가 지수적으로 0에 수렴하게 하도록, 다음과 같이 제어입력을 설계한다.

$$u_f = \frac{x_{ds}^2 T_{d0}'}{f_4} \left(-\frac{1}{x_{ds}^2} [f_5 \omega + f_2 f_4 - x_{ds}^2 \alpha f_3] + ke \right) \quad (8)$$

$$= -T_{d0}' \left[f_2 + \frac{1}{f_4} (f_5 \omega - x_{ds}^2 \alpha f_3 + k(f_1 - x_{ds}^2 - x_{ds}^2 \alpha \omega)) \right]$$

여기서

$$f_1 = x_s^2 E_q^2 + x_d^2 V_s^2 + 2x_d x_s V_s E_q \cos \delta$$

$$f_2 = -\frac{1}{T_{d0}'} E_q + \frac{(x_d - x_d') V_s}{x_{ds}'} \omega \sin \delta$$

$$f_3 = -\frac{D}{H} \omega + \frac{\omega_0 P_m}{H} - \frac{\omega_0 V_s}{H} E_q \sin \delta$$

$$f_4 = 2x_s^2 E_q + 2x_d x_s V_s \cos \delta$$

$$f_5 = -2x_d x_s V_s E_q \sin \delta$$

이다.

(8)을 (6)에 대입하면, 의도한 대로 오차방정식 (7)이 성립하게 됨을 알 수 있다.

2. 내부 동특성 해석

먼저 [7]에서처럼 출력을 구성하는 주파수 성분이 감쇠 계수를 키운다는 것을 보인다. 이를 위해 정규 형태를 통해 내부 동특성을 해석한다. 다음과 같은 상태변수 변환을 고려한다.

$$\Phi(\delta, \omega, E_q) = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{x_{ds}^2} [x_s^2 E_q^2 + x_d^2 V_s^2 + 2x_d x_s V_s E_q \cos \delta] - 1 - a\omega \\ \delta - \delta_0 \\ \omega \end{bmatrix}$$

즉, $\xi_1 = e$, $\xi_2 = \delta - \delta_0$ (δ_0 는 δ 의 정상상태 값), $\xi_3 = \omega$ 이고, 이들의 정상상태 값은 모두 0이다. 이렇게 변환된 상태변수를 이용하면 내부동특성을 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}_2 \\ \dot{\xi}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{H} \xi_3 + \frac{\omega_0 P_m}{H} - \frac{\xi_3 V_s \sin(\xi_2 + \delta_0)}{H x_{ds}'} \\ f_6 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$f_6 = \frac{-x_d V_s \cos(\xi_2 + \delta_0)}{x_s} + \frac{\sqrt{f_7 + (\xi_1 + 1 + \alpha \xi_3) x_{ds}^2}}{x_s} \quad (11)$$

$$f_7 = x_d^2 V_s^2 \cos^2(\xi_2 + \delta_0) - x_d^2 V_s^2 \quad (12)$$

정상상태에서 구한 미분방정식 (10)의 자코비안(Jacobian) 행렬을 Q 라 하면, 이는 다음과 같다.

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -A & -\frac{D}{H} - C\alpha \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서

$$A = \frac{\omega_0 V_s \alpha \sin \delta_0}{H x_{ds}'} f_{\delta} \Big|_{\xi_i=0}$$

$$+ \frac{\omega_0 V_s \sin \delta_0}{H x_{ds} x_s} [x_d V_s \sin \delta_0] \quad (14)$$

$$C = \frac{\omega_0 V_s x_{ds} \sin \delta_0}{2Hx_s \sqrt{f_7} \xi_{s=0} + x_{ds}^2} \quad (15)$$

따라서 선형화한 내부동특성의 특성방정식은 다음과 같다.

$$s^2 + \left(\frac{D}{H} + Ca\right)s + A = 0 \quad (16)$$

위상각의 정상상태 값(δ_0)이 0에서 90도 사이에 있다는 사실과 (11)-(14)로부터, $A > 0$, $B > 0$ 임을 알 수 있으므로, α 가 양수면 내부동특성이 국소적(locally)으로 안정하게 된다. 아울러 α 를 크게 함에 따라 감쇠계수가 커져 진동특성이 작아짐을 확인할 수 있다.

3. 전압과 주파수의 안정성

이 논문에서 제안한 입출력 되먹임 선형화 제어기는 출력오차가 0이 되게 할 뿐만 아니라, 내부동특성의 국소적 안정성과 개선된 진동특성을 지닌다. 여기서는 한 걸음 더 나아가 출력을 구성하는 두 요소인 전압과 주파수가 유한하다는 것을 증명한다.

정리 1: 전력계통 (1), (2), (3), (4)에 대해서 제어기 (8)이 항상 존재한다고 가정한다. 그러면 초기조건에 상관없이 오차 e 는 0으로 수렴하고 전압과 주파수는 유한하다.

증명: 페루프 시스템에서 오차 e 는 (7)을 만족하므로 지수적으로 0에 수렴한다.

이제 전압과 주파수의 유한성을 보이기 위해, (2)를 아래와 같이 다시 쓴다.

$$\dot{\omega} = -\frac{D}{H}\omega + \frac{\omega_0 P_m}{H} - \frac{\omega_0 V_s \sin \delta}{Hx_{ds}} f_8$$

$$f_8 = \frac{\sqrt{(1 + a\omega + e)x_{ds}^2 - x_d^2} V_s^2 \sin^2 \delta - x_d V_s \cos \delta}{x_s}$$

우선 주파수의 하한이 존재함을 보인다. e 의 절대값의 초깃값을 e_0 라 하면, e 가 지수적으로 수렴하므로 $|d| \leq e_0$ 이 성립한다. 아울러 $e = V_t^2 - a\omega - 1$ 이고 $V_t^2 > 0$ 이므로, 다음의 부등식이 성립한다.

$$a\omega = V_t^2 - 1 - e \geq -e_0 - 1, \text{ 즉, } \omega \geq -\frac{1}{\alpha}(e_0 + 1).$$

이제 주파수가 유한한 상한을 갖는다는 것을 보인다. 이를 위해 $\omega > 0$ 라 가정한다. ($\omega \leq 0$ 이라면 0이 상한이 된다.) 그러면

$$\dot{\omega} \leq -\frac{D}{H}\omega + \frac{\omega_0 P_m}{H} + \frac{\omega_0 V_s}{Hx_{ds}} \left[\frac{x_d V_s}{x_s} + \frac{\sqrt{\alpha} \sqrt{\omega x_{ds} + \sqrt{1 + e_0} x_{ds} + x_d V_s}}{x_s} \right]$$

$$= -\frac{D}{H}\omega + \frac{\omega_0 V_s}{Hx_s} \sqrt{\alpha} \sqrt{\omega} + \frac{\omega_0 P_m}{H} + \frac{2\omega_0 V_s^2 x_d}{Hx_{ds} x_s} + \frac{\omega_0 V_s}{Hx_s} \sqrt{1 + e_0}$$

$$\left[\sqrt{(1 + a\omega + e)x_{ds}^2 - x_d^2} V_s^2 \sin \delta \right] \leq \sqrt{\alpha} \sqrt{\omega x_{ds} + \sqrt{1 + e_0} x_{ds} + x_d V_s}$$

이 성립한다. 여기서 ω_1 을

$$\omega_1 = \frac{(\omega_0 V_s \sqrt{\alpha} + \sqrt{f_9})^2}{4D^2 x_s^2}$$

$$f_9 = \omega_0^2 V_s^2 a^2 + \omega_0 x_{ds} D P_m x_s + \frac{2V_s^2 x_d}{x_{ds}} + V_s \sqrt{1 + e_0}$$

로 정의하면, $\omega > \omega_1 > 0$ 일 때 $\dot{\omega} < 0$ 이 됨을 알 수 있다. 따라서 주파수는 ω_1 이라는 상한을 갖게 된다. 그리고 위에서 ω 가 하한을 지님을 보였으므로 ω 는 유한함을 알 수 있다. 끝으로 ω 와 y 가 유한하고 (5)가 성립하므로, 전압도 유한하다.

IV. 모의 실험

여기서는 지락사고가 일어났을 때 이 논문에서 제안한 제어 시스템이 발전기의 동기주파수를 유지하고 일정한 전압과 전력을 공급할 수 있는지 확인하고자 한다.

모의실험에서는 무한모선에 연결된 동기발전기가 정상상태에서 가동 중 1.1초에 지락사고가 발생하여 1.25초에 차단기가 작동하고 2초에 복구되었다고 가정하였다. 동작점과 시스템 파라미터 값은 다음과 같다.

$$\delta_0 = 70.1^\circ, P_m = 0.9, V_t = 1.0, V_s = 0.98,$$

$$\omega_0 = 314.159, D = 5, H = 8.0, T_{d0} = 6.9, k_e = 1,$$

$$x_d = 1.863, x_d' = 0.257, x_T = 0.127, x_L = 0.4853.$$

제어기 변수는 $\alpha = 0.2$, $k = 10$ 으로 가정하였으며, 그림 2와 3에 모의실험 결과를 보인다. 그림에 나타난 단자전압, 유효전력, 주파수, 유효전력을 보면, 사고가 복구된 뒤 이 상태변수들이 정상상태 값으로 빠르게 복구함을 알 수 있다. 참고로 그림 4와 5에 α 값이 다를 때의 모의실험 결과를 보인다.

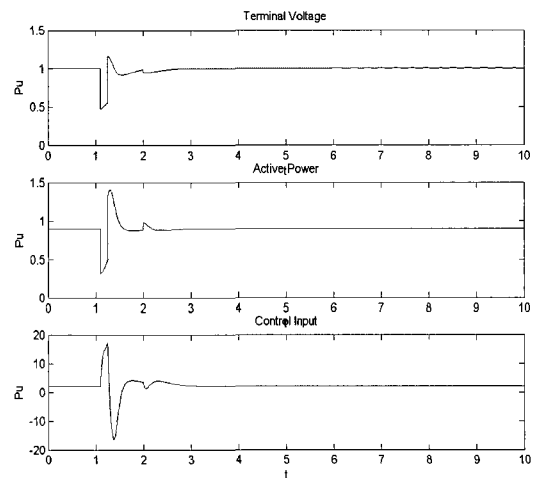


그림 2. 모의실험 결과($\alpha = 0.2$): 단자전압(상), 유효전력(중), 제어입력(하).

Fig. 2. The simulation result ($\alpha = 0.2$): terminal voltage, active power, control input.

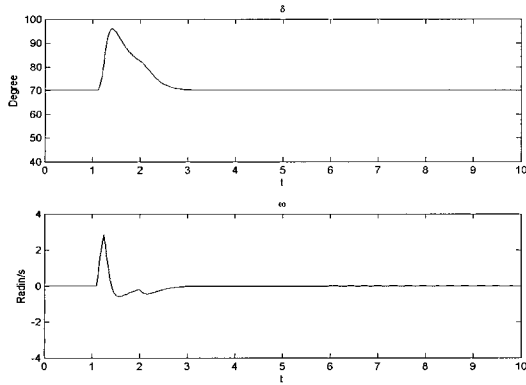


그림 3. 모의실험 결과($\alpha=0.2$): 위상각(상), 주파수(하).
Fig. 3. The simulation result ($\alpha=0.2$): phase angle, frequency.

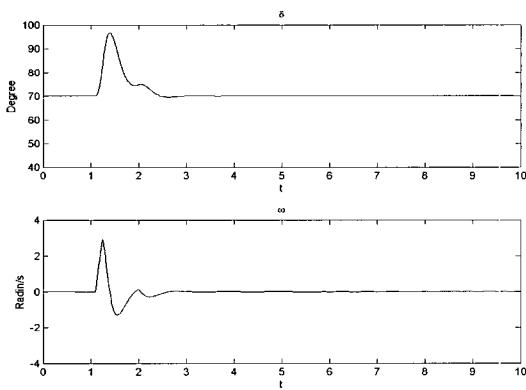


그림 4. 모의실험 결과($\alpha=0.1$): 위상각(상), 주파수(하).
Fig. 4. The simulation result ($\alpha=0.1$): phase angle, frequency.

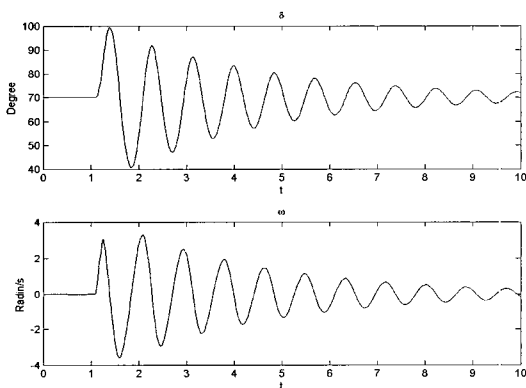


그림 5. 모의실험 결과($\alpha=0$): 위상각(상), 주파수(하).
Fig. 5. The simulation result ($\alpha=0$): phase angle, frequency.

예상했던 것처럼 α 가 작을수록 더 큰 진동이 나타남을 알 수 있다. 그리고 α 가 0이면, 즉, 출력에 주파수 성분을 포함하지 않으면, 진동이 아주 심해 입출력 되먹임 제어가 효과적이지 않음을 볼 수 있다. 이것은 입출력 되먹임 제어에서는 이 논문에서 제시한 것처럼 주파수 성분을 출력에 포함시켜야 한다는 것을 의미한다.

V. 결론

이 논문에서는 동기발전기의 단자전압과 주파수를 조합해 출력방정식을 표현하고, 이를 바탕으로 되먹임 입출력 선형화 제어를 구성하는 기법을 제안하였다. 그 결과 위상각과 주파수의 진동특성을 개선할 수 있고, 내부동특성이 국소적으로 안정하다는 것을 보였다. 아울러 출력 방정식을 구성하는 성분인 전압과 주파수가 모두 유한하게 됨을 증명하였는데, 이것은 [7]과 같은 유사 선형 연구에서는 보일 수 없었던 것이다. 그러나 1기 무한 모션 모델을 대상으로 이 논문에서 제안한 제어기법을 좀 더 실제적인 다기 계통 모델에 적용하기 위해서는, 여러 발전기의 상호작용을 고려하고 이를 분산제어 형태로 다룰 수 있는 방법을 마련해야 한다.

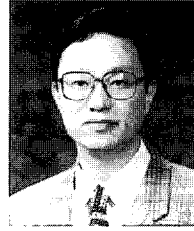
참고문헌

- [1] P. Kunder, *Power System Stability and Control*, McGraw-Hill, Inc. 1994.
- [2] A. Isidori, *Nonlinear Control System*, New York: Springer Verlag, 1995.
- [3] C. Zhu, R. Zhou, and Y. Wang, *A New Nonlinear Voltage Controller for Power Systems*, Electrical Power & Energy Systems, 1997.
- [4] Y. Guo, D. J. Hill, and Y. Wang, "Global transient stability and voltage regulation for power systems," *IEEE Transactions on Power Systems*, 2001.
- [5] P. M. Anderson and A. A. Fouad, *Power System Control and Stability*, Iowa State University Press, Ames, Iowa, 1977.
- [6] J.-J. E. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall.
- [7] D.-K. Lee, T.-W. Yoon, B. Lee, and G.-T. Park, "Adaptive nonlinear control of a power system." *In Proceedings of IEEE Conference on Control Application*, pp. 1240-1244, Italy, 1998.
- [8] M. Vidyasagar, *Nonlinear System Analysis*, Prentice-Hall," 1993.



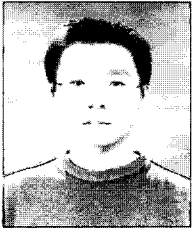
김 동 건

2003년 고려대학교 전기공학과 졸업.
2005년 고려대학교 대학원 석사. 2005
년~현재 삼성전자 연구원.



윤 태 응

1984년 서울대학교 제어계측공학과 졸
업. 1986년 동 대학원 석사. 1994년
University of Oxford 박사. 1995년~현
재 고려대학교 전기전자전파공학부 교
수.



김 석 군

2004년 서울산업대학교 매체공학과 졸
업. 2004년~현재 고려대학교 전기공학
과 석·박사 통합과정 재학중.