

적시생산시스템에서 납기와 생산효율성을 고려한 Scheduling

김 정

A Study on Scheduling Considering Delivery and Production Efficiency in the JIT Systems

Jung Kim**

Abstract

This paper deals with the sequencing problem in the operation of the manufacturing systems with the constraint of buffer capacity. Some of studies for this theme have been progressed for several years. And then most of them considered only one objective, such as maximum lateness, machine utilization, makespan, mean flowtime and so on. This study deal with two objectives of the delivery for customers and the idle time of machines for producers. For the decision of sequence, the utility function is used. The developed heuristic algorithm presents a good solution. Through a numerical example, the procedures of the job sequencing is explained.

keyword buffer constraint, scheduling, delivery, machine utilization

I. 서론

IT산업의 급속한 성장과 더불어 생산시스템도 계속해서 진보되어왔다. 특히 소비자들의 다양한 욕구가 반영된 다품종 소량체제하의 효율적인 생산시스템 운용에 대한 기술은 생산성향상에 관심을 갖는 경영인들의 초유의 관심이 되고 있다. 생산자가 고객을 리드

* 이 논문은 2006학년도 안산공과대학 학술연구비에 의하여 연구된 것임.

** 안산공과대학 산업경영과

하던 때에는 생산시스템의 운영 방식을 결정할 때 생산자의 입장을 주로 고려하였으나 기업의 생존과 성장에 있어서 고객 만족이 매우 중요한 요소가 되고 있는 오늘날엔 고객의 입장을 고려하여야 하는 것이 점점 더 요구되고 있다.

생산시스템의 운영에 관련된 문제 중에서 작업 순서의 결정은 작업장의 생산성에 큰 영향을 미치고 있어서 이에 대한 연구가 오래 전부터 이루어져 왔다.

Jackson(1955)은 한 대의 기계를 이용하여 다수의 주문 처리를 수행하는 작업장의 운영에서 납기가 빠른 순서대로 작업 순서를 결정할 때 최대의 납기 지체시간(maximum lateness)을 최소화할 수 있음을 보였다. Johnson(1954)은 두 대의 기계로 연속해서 주문처리를 수행하게 되는 작업상 운영문제에서 전체 주문의 처리 완료시간(Completion time)을 최소화하는 알고리즘을 제시하였다. Panwalkar(1991)는 두 대의 기계로 연속해서 주문 처리를 수행하게 되는 작업장의 운영문제를 확장하여 두 대의 기계 사이에 작업물을 운반하는 운반구(Transport)가 있을 경우 전체의 주문 처리 시간을 가장 빨리 수행할 수 있는 방법을 제시하였으며 Stevens and Gemmill(1997)은 Panwalker(1991)의 작업장 모델에서 주문에 최대의 납기 지체시간을 최소로 하는 방법을 제시하였다.

그런데 이러한 연구들은 기계 사이에 임시저장 공간의 용량에 제한을 두지 않고 있다. 따라서 이러한 모델의 적용은 작업장에 배치된 기계들 사이에 공간이 충분하여 재공품 재고의 양이 증가하는 것을 허용하는 시스템에서는 응용이 가능하다. 고객의 요구가 다양화되어가고 적시생산시스템의 경우와 같이 임시저장 공간이 없는 다품종 소량생산 시스템에서는 적용에 어려움이 있다. 생산 로트의 크기가 점점 작아지는 추세에 따라 기계 사이의 임시저장공간을 가능한 한 적게 하는 생산시스템의 운영 기법들에 대한 연구가 Berkley(1992) 등에 의해 진행되어 왔다. Sharadapriyadarshini and Rajendran (1997)은 임시저장공간에 제한이 있는 작업장의 운영에 있어서 기계의 이용률을 높이면서 작업 대기시간을 줄일 수 있는 경험적인 방법을 제시하였다. 그런데 이들은 납기를 고려하지 않고 있어서 납기 문제가 작업장 운영에 크게 영향을 미치는 경우에는 적용에 한계가 있다.

한편, 주문 작업들이 납기를 맞추지 못할 때 문제가 되지만, 납기보다 지나치게 일찍 작업이 완료되는 때에도 완제품 재고보관 등에 대한 문제를 초래하게 되어 납기에 정확히 맞춰주는 것에 대한 관심이 특히 적시생산시스템의 운영에 중요한 이슈가 되고 있다 (Baker and Scudder, 1990)

본 연구에서는 Stevens and Gemmill(1997)의 작업장 모델에서 버퍼 제한이 있는 경우, 납기 문제와 기계의 이용률을 동시에 고려하면서 작업의 투입순서를 결정하는 경험

적 절차를 제시한다.

II. 납기와 기계 유희시간을 고려한 작업순서의 결정

본 논문에서 대상으로 삼은 생산시스템은 두 대의 범용기계와 한대의 운반구로 구성되어 있다. 주문 작업이 첫번째 기계에 투입되어 작업을 마치면 운반구가 작업물을 다음 기계로 옮겨준 후 그 기계에서 연속해서 작업을 수행하고 마친다. 운반구의 이동시간은 작업물을 실은 경우와 그렇지 않은 경우 달라질 수 있다. 작업장에 배치된 각 기계는 임시 저장공간을 갖고 있지 않기 때문에 기계가 가용한 경우에만 작업물을 기계로 이동, 투입할 수 있다. 작업 준비시간은 작업 처리시간에 포함되어 있으며 납기일은 작업 주문을 받을 때 결정된다. 작업 준비시간이 길므로 한 작업물에 대한 처리가 시작되면 그 작업물에 대한 작업이 끝나칠 때까지 작업교체 및 재료준비에 소요되는 다른 작업이 끼어드는 일이 없이 계속된다. 즉, 급한 작업이 끼어드는 일은 없다고 가정한다.

1. 용어의 정의

본 연구에서 사용되는 용어를 다음과 같이 정의한다.

M_j	: 기계 $j(j=1, 2, \dots, m)$
S_{i, M_j}	: 기계 j 가 작업 i 를 시작하는 시각
Cp_{M_j}	: 기계 j 에서 이전 작업의 종료시각
$S_{i, T}$: 운반구(Transporter)가 작업 i 의 작업물 운반을 시작하는 시각
Cp_T	: 운반구의 이전 작업 종료시각
t_{i, M_j}	: 작업 i 를 기계 j 에서 처리하는 시간
t	: 운반구가 작업물을 운반하는데 소요되는 시간
t'	: 운반구가 작업물을 내려놓고 복귀하는데 소요되는 시간
$C_{i, T}$: 운반구가 작업 i 의 작업물을 운반한 후 복귀한 시각

- $C_{i, Mj}$: 기계 j 에서 작업 i 를 완료한 시각
 d_i : 작업 i 의 납기일
 $I_{i, Mj}$: 작업 i 에 대한 기계 j 의 유희시간
 $I_{i, T}$: 작업 i 에 대한 운반구의 유희시간
 L_i : 작업 i 의 납기 지연시간, 즉 작업 i 의 lateness를 나타낸다.

2. 기계별 유희시간과 납기 초과시간의 계산

작업이 작업장에 투입되는 순서는 기계별 유희시간과 납기초과시간을 함께 고려하여 결정된다. 기계별 유희시간의 계산은 기계별 작업의 시작시각과 종료시각을 계산함으로써 가능하다. 그리고 납기초과시간은 마지막 기계의 종료시각을 계산함으로써 가능하다.

기계별 작업의 시작 및 종료시각은 다음과 같이 계산된다. 기계 1에서 작업가 종료되는 시각은 다음 기계에 임시저장공간이 없으므로 완성된 작업물이 다음 기계로 이동될 때, 즉 기계 1에서 다음 작업이 가용한 시각을 나타내는 것으로서, 기계 1에서 이전 작업을 완료한 후 운반구가 그 완료한 작업을 기계 2에 운반 완료한 시각, 운반구가 이전작업을 종료한 후 가용 상태에 있는 시각, 그리고 기계 2가 이전 작업을 종료한 시각에서 운반구가 현재 작업물을 운반하는데 소요되는 시간을 뺀 시각 중에서 최대값이 되는데 이를 식으로 나타내면 식(1)과 같다.

$$C_{i, M1} = \max(C_{p_{M1}} + t_{i, M1}, C_{p_T}, C_{p_{M2}} - t) \quad (1)$$

기계별 유희시간을 계산하기 위해서는 기계별 작업시작 시각과 종료 시각을 알아야 한다. 작업 i 에 대한 기계 1에서의 작업시작 시각, 기계 1에서의 작업완료 시각, 운반구의 작업완료 시각, 운반구의 작업시작 시각, 기계 2에서의 작업시작 시각 및 기계 2의 작업 종료 시각을 각각 식(2)에서부터 (6)까지 나타낸다.

$$S_{i, M1} = C_{i, M1} - t_{i, M1} \quad (2)$$

$$C_{i, T} = \max(C_{i, M1} + t + t', C_{p_T} + t + t', C_{p_{M2}} - t) \quad (3)$$

$$S_T = C_T - t - t' \quad (4)$$

$$S_{i, M2} = C_{i, M2} - t_{i, M2} \quad (5)$$

$$C_{i, M2} = \max(Cp_{M2} + t_{i, M2}, C_{i, T} + t_{i, M2} - t') \quad (6)$$

한편 식(1)부터 식(6)까지 나타낸 기계별 시작 시각과 종료 시각을 이용하면 작업의 투입순서가 결정될 때 발생하는 기계별 유휴시간의 계산이 가능하다. 작업 i 가 작업장에 투입될 때 발생하는 기계별 유휴시간은 식(7)과 같이 계산되며 운반구의 유휴시간은 식(8)과 같이 계산된다.

$$I_{i, Mj} = C_{i, Mj} - t_{i, Mj} - Cp_{Mj} \quad (7)$$

$$I_{i, T} = C_{i, T} - t - t' - Cp_T \quad (8)$$

작업 i 에 대하여 납기 초과시간 L_i 는 작업 i 가 납기일을 넘긴 경우에는 납기일 d_i 에서 $C_{i, M2}$ 를 뺀 값이 되고, 납기일을 넘기지 않은 경우에는 0이 되는데 이를 식(9)에 나타낸다.

$$L_i = \max\{(d_i - C_{i, M2}), 0\} \quad (9)$$

3. 작업순서의 결정

작업의 투입순서는 임의의 작업을 기계에 투입할 때 발생하는 기계유휴시간과 작업후 발생하는 납기 초과시간을 고려하여 결정된다. 다수의 연구자들에 의해 다양한 기준으로 작업의 투입순서를 결정하는 해법이 개발되었는데 기계유휴시간과 납기초과시간을 동시에 고려하여 작업의 투입순서를 결정하는 해법은 아직까지 발견되지 않았다.

기계유휴시간과 납기초과시간 등과 같은 두 가지의 속성에 의해서 작업순서를 결정하기 위해서는 두 가지 속성이 반영된 하나의 기준이 필요하다. 두 속성에 대해서 의사결정에 필요한 하나의 기준을 갖기 위해서 효용함수를 활용할 수 있다(김, 1998). 이를 위해서 먼저 두 속성의 값들에 대해 효용을 계산하고, 그 두 효용을 하나의 효용으로 통합함으로써 하나의 선택기준을 산출한다. 그리고 그 기준을 작업순서를 결정하기 위한 평가함수로 활용한다. 작업장에 투입할 작업의 선택을 위한 절차는 다음과 같다.

단계 1. 투입 가능한 작업들 각각에 대해 작업장에 투입하여 작업을 진행할 경우에 발

생되는 기계별 유희시간 I_{i, M_j} , 운반구의 유희시간 $I_{i, T}$ 및 그 작업을 완료한 경우의 납기 초과시간 L_i 을 식(7)부터 식(9)까지 이용하여 계산한다.

단계 2. 작업 i 의 투입으로 인해 발생하는 기계별 유희시간과 운반구의 유희시간의 합 I_i 을 식(10)과 같이 계산한다.

$$I_i = \sum_{j=1}^m I_{i, M_j} + I_{i, T} \quad (10)$$

단계 3. 총 유희시간 I_i 와 납기초과시간 L_i 에 대하여 각각에 대한 효용 $U_i(I_i)$ 와 $U_i(L_i)$ 을 식(11)을 이용하여 계산하면 각각 식(12), 식(13)과 같다.

$$U_i(x) = \frac{x^0 - x_i}{x^0 - x^*} \quad (11)$$

여기서 x^0 는 가장 선호되지 않는 값을 의미하고, x^* 는 가장 선호되는 값을 의미하며, x_i 는 효용을 구하고자 하는 값을 의미한다.

$$U_i(I_i) = \frac{I_i^0 - I_i}{I_i^0 - I_i^*} \quad (12)$$

$$U_i(L_i) = \frac{L_i^0 - L_i}{L_i^0 - L_i^*} \quad (13)$$

단계 4. 두 효용값 $U_i(I_i)$ 와 $U_i(L_i)$ 을 하나의 효용으로 통합함으로써 투입작업을 선택하기 위한 기준값 $CR_i(i)$ 을 식(14)와 같이 계산한다.

$$CR_i(i) = \alpha \cdot U_i(I_i) + (1 - \alpha) \cdot U_i(L_i), \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (14)$$

여기서 α 은 평활상수로서 0과 1 사이의 값을 갖는다.

단계 5. 투입 가능 작업들에 대하여 기준값 $CR_i(i)$ 들 중에서 최대값을 갖는 작업 i 을 새로운 투입작업으로 선택한다.

단계 6. 투입 가능한 작업이 더 남아 있으면 단계 1로 가고 그렇지 않으면 단계 7로 간다.

단계 7. 작업을 투입한 결과 발생하는 총 유힬시간 $SI_{[q]}$ 와 총 납기초과시간 $SL_{[q]}$ 을 각각 식(15)와 식(16)과 같이 계산한다.

$$SI_{[q]} = \sum_i \sum_j I_{i, M_j} + \sum_i I_{i, T} \quad (15)$$

$$SL_{[q]} = \sum_{i=1}^n \max(L_i, 0) \quad (16)$$

단계 8. 작업 순서 $[p]$ 에 대하여 작업순서별 순서쌍 $([p], [p+1])$ 을 구성한 후, 그 구성된 순서쌍의 작업 순서를 서로 교환함으로써 변화된 작업 순서를 발생시킨다. 변화된 작업 순서가 발생하였으면 단계 7로 가고 더 그렇지 않으면 단계 9로 간다.

단계 9. $SI_{[q]}$ 와 $SL_{[q]}$ 에 대하여 각각에 대한 효용을 식(17)과 식(18)과 같이 계산한다.

$$U_q(SI_{[q]}) = \frac{SI_{[q]}^0 - SI_{[q]}}{SI_{[q]}^0 - SI_i^*} \quad (17)$$

$$U_q(SL_{[q]}) = \frac{SL_{[q]}^0 - SL_{[q]}}{SL_{[q]}^0 - SL_i^*} \quad (18)$$

단계 10. 식(17)과 식(18)의 결과를 이용하여 작업순서 선택을 위한 기준값 $CR_q(q)$ 을 식(19)와 같이 계산하고, 그 값 중에서 가장 큰 값의 작업 순서를 최종 작업순서로 선정한다.

$$CR_q(q) = \alpha \cdot U_q(SI_{[q]}) + (1 - \alpha) \cdot U_q(SL_{[q]}) \quad (19)$$

III. 수치예제 및 결과 분석

제3절에서 제시한 작업순서 결정절차를 설명하기 위하여 Stevens and Gemmill의 연구 자료를 활용한다. 여기서는 기계유휴시간과 납기초과시간에 대한 중요도를 동등한 것으로 가정하고 α 의 값을 0.5로 적용하였다. 작업장에는 기계 1과 기계 2 두 대가 설치 운영되고 있으며 주문된 작업은 기계 1에서 작업을 수행한 후 운반구(transporter)를 이용하여 기계 2로 이동되어 처리된다. 작업물을 운반할 때의 소요시간(t)과 빈 상태로 운반할 때의 소요시간(t')은 다를 수 있다. 각각의 기계들은 버퍼가 없으므로 작업이 마치지 않은 상태에서는 작업물을 받을 수 없다.

Table 1. Stevens and Gremmill의 연구에서 제시된 자료

Problem Data: $t=10, t'=10$							
Job	1	2	3	4	5	6	7
A	18	20	20	21	19	15	22
B	17	18	22	16	23	25	15
d	100	80	98	50	61	61	81

Stevens and Gremmill(1997)는 maximum lateness를 최소화하는 작업순서에 대한 알고리즘을 개발하여 제시하였고, 표 4에 대한 결과로서 작업순서를 다음과 같이 결정하였는데 그 기계 유휴시간의 합은 74, 납기초과시간의 합은 262, 최대 납기초과시간은 73이 된다.

$$6 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 7 \rightarrow 1$$

- Machine idle time : 74 Tardiness : 262 Maximumlateness : 73

한편 본 연구에서 제시한 방법으로 작업순서를 결정할 때 다음과 같이 결정되며 그때의 기계 유휴시간은 71, 최대 납기 초과시간의 합은 255, 최대 납기초과시간은 72가 된다.

$$6 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$$

이는 Stevens and Gremmill이 고려한 목적식은 maximum lateness를 최소화하는 것이었으며, 기계들이 갖고 있는 용량을 제한 두지 않음으로써 나온 것으로 추정되는바 비교 결과 자체에 큰 의미를 두기가 어렵다. 다만 버퍼의 용량에 제한을 둘 때에는 작업 순서가 달라질 수 있음을 보여 줄 수 있다는 것을 알 수 있다.

- Machine idle time : 71 Tardiness : 255 Maximumlateness : 72

한편 α 의 값이 변할 때 작업 투입순서는 달라지게 된다. Table 2에 나타낸 예제에 대해서 α 의 변동에 따른 데이터의 변화를 Table 3에 나타내고 그 그래프를 Figure 1에 나타낸다.

Table 2. 기계별 작업별 처리시간 및 납기 예

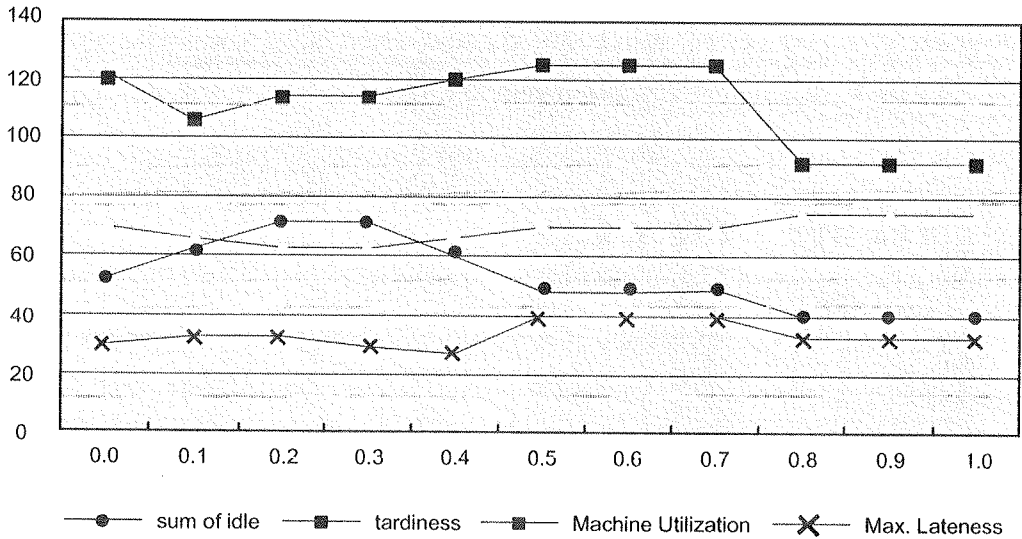
Problem Data : $t=2, t'=1$							
Job	1	2	3	4	5	6	7
Machine 1	3	2	15	7	4	9	10
Machine 2	15	1	9	7	10	4	5
Due date	20	10	30	25	20	15	40

Table 3. Table 2의 자료에 대한 α 의 변동에 따른 해의 변화

α	Sum of idle time	Tardiness	Machine Utilization	Max. Lateness
0.0	53	120	69.71	29
0.1	62	106	66.31	32
0.2	71	114	63.21	32
0.3	71	114	63.21	32
0.4	62	120	66.3	30
0.5	49	125	71.35	39
0.6	49	125	71.35	39
0.7	49	125	71.35	39
0.8	40	92	75.31	34
0.9	40	92	75.31	34
1.0	40	92	75.31	34

Table 3은 α 값의 변화에 따른 해의 변동 상황을 나타낸 것으로서 총 유휴시간과 기계 이용률 간에는 상관관계가 매우 높게 나타남을 알 수 있다. 따라서 기계이용률을 높이기 위해서는 총 유휴시간이 최소가 되도록 작업순서가 결정되어야 함을 알 수 있다

Figure 1. α 값의 변화에 따른 해의 변화



IV. 결론 및 향후과제

중 본 연구에서는 고객의 입장에서 중요하게 생각할 수 있는 납기와 생산자의 입장에서 중요하게 생각할 수 있는 기계유휴시간을 동시에 고려해서 주문 작업의 작업장 투입 순서를 결정하는 경험적 알고리즘을 제시하였다. 납기와 기계 유휴시간, 이 두 개의 목적 함수값을 고려하여 의사결정을 위한 한 기준을 구성하기 위해서 효용함수를 활용하였다. 본 연구에서 제시한 알고리즘은 항상 최적해를 보장해 주지는 않는다. 다만 임시저장공간이 없는 다품종 소량생산체제 하에서 납기와 기계이용률을 동시에 고려해서 작업의 투

입순서를 결정해야 할 때 유용하게 활용할 수 있을 것으로 사료된다. 본 연구에서 제시한 알고리즘을 활용하여 의사결정을 해야 할 때에는 값을 정해야 한다. 값은 기계유휴시간과 납기초과시간 중 어디에 더 가중치를 부여하느냐에 대한 문제로서 이를 결정할 때 정책적인 측면에서 고려될 필요가 있다. 향후에는 값의 값이 보다 합리적으로 결정될 수 있는 방안에 대한 연구가 이루어질 필요가 있다.

참 고 문 헌**[1] 국내문헌**

- 1) 김정(1998), 홀론간의 협상 중재를 위한 평가함수 모델링, 대한산업공학회지, 24, pp. 11-21.

[2] 외국문헌

- 1) Baker, K. R. and Scudder, G. D., 1990, "Sequencing with Earliness and Tardiness Penalties: A Review", *Operations Research*, 38 : 26-36.
- 2) Berkley, B. J., 1992, A review of kanban production control research literature. *Production and Operations Management*, 1, 393-411.
- 3) Jackson, J. R., 1955, Scheduling a production line to minimize maximum tardiness. *Research Report U3, Management Science Research Project, UCLA.*
- 4) Johnson, S. M., 1954, Optimal-two-and three stage production schedules with setup times included. *Naval Research Logistics Quarterly*, 1, 61-68.
- 5) Panwalkar, S. S., 1991, Scheduling of a two-machine flowshop with travel time between machines. *Journal of the Operational Research Society*, 42, 609-613.
- 6) Sharadapriyadarshini, B., and Rajendran, C., 1997, Formulations and heuristics for mscheduling in a buffer-constrained flowshop and flowline-based manufacturing cell with different buffer-space requirements for jobs: Part 2. *Internal Journal of Production Research* 35, 101-122.
- 7) Stevens, J. W., and Gemmill, D. D., 1997, Scheduling a two-machine flowshop with travel times to minimize maximum lateness. *Internal Journal of Production Research* 35, 1-15.