

# Unscented Kalman Filter를 이용한 탄도 미사일 추적

## Ballistic Missile Tracking using Unscented Kalman Filter

박상혁, 윤중섭, 유창경\*  
(Sanghyuk Park, Joongsup Yun, and Chang-Kyung Ryoo)

**Abstract :** In most cases, the trajectory of a ballistic missile is well explained by the Kepler's laws. It implies that the remaining trajectory of the ballistic missile including its final destination can be easily predicted if the position and velocity vector of the ballistic missile at any point on its path can be exactly known. Hence, an effective tracking algorithm based on an exact radar measurement model is very important for developing Ballistic Missile Defense(BMD) system. In this paper, we address to design a nonlinear filter, Unscented Kalman Filter(UKF), to track the ballistic missile.

**Keywords :** ballistic missile defense, unscented Kalman filter, radar cross section, signal to noise ratio

### I. 서론

일반적으로 지구상에서의 탄도 비행은 지구의 중심에 초점을 둔 타원 궤적을 형성한다[1]. 이 때, 탄도탄의 궤적은 Kepler 제 2 법칙에 의하여 수식적으로 표현이 가능하기 때문에 궤적상의 한 지점에서 그 위치와 속도 벡터를 정확히 안다면, 탄도탄의 잔여 궤적은 물론 목표점 역시 정확하게 예측할 수 있다. 따라서 탄도탄의 궤적추적은 탄도탄 방어시스템(BMD) 구축에 있어서 필수적인 요소이다.

탄도탄의 궤적 추적에 이용되는 레이더는 고유의 신호 특성은 물론 탄도탄의 거리 및 RCS(Radar Cross Section)에 따라 그 정보가 크게 오염되어 있다. 따라서 추적정밀도를 향상시키기 위해서는 추적필터를 구성하여야 한다. 특히 탄도탄의 운동방정식과 레이더 측정방정식이 비선형이기 때문에 EKF(Extended Kalman Filter)나 UKF(Unscented Kalman Filter), PF(Particle Filter)와 같은 비선형 필터가 요구된다. 탄도탄 추적과 관련해서 이미 다수의 연구가 수행되었다. 비교적 최근의 연구로써 [2]는 탄도탄의 추적을 위한 여러 가지 필터를 구성하여 성능을 비교하고, 이론적인 CRLB(Cramer-Rao Lower Bound)와 추정 오차를 비교하였다. [3]은 지구를 평면이 아닌 구체로 가정함으로써 관측 모델과 상태 모델 사이에 좌표변환을 적용하고, 마찬가지로 여러 가지 필터를 구성하여 성능을 비교하였다. 또한 [4]는 탄도탄의 추적을 위하여 UIKF(Unscented Iterative Kalman Filter)라는 새로운 필터를 제안하고, 기존의 필터들과 비교하였다. 그런데 이러한 대다수 연구에서는 측정잡음의 분산을 일정하다고 가정한 후, 필터의 성능을 분석한다. 그러나 실제 측정잡음의 분산은 일정하게 나타나지 않기 때문에 필터성능을 정확히 파악하기 위해서는 정밀한 레이더 측정치의 모사가 필요하다.

이러한 관점에서 참고문헌 [5]는 탄도탄의 RCS를 고려하여 관측오차를 계산하고 EKF를 기본 필터로 IMM(Interactive Multiple Model) 기법을 적용하여 궤적을 추정하였다. 하지만 RCS 계산에 별도의 자체적으로 개발한 프로그램을 사용하였

으며 관측오차를 고려하는 과정이 자세하지 않기 때문에 활용가치가 높지 않다.

본 논문에서는 먼저 탄도탄의 발사체 분리 이후 형상을 원뿔 모양으로 가정한 후, RCS와 SNR(Signal to Noise Ratio)을 계산하여 이로부터 보다 실제에 가까운 레이더 측정 데이터를 얻는다. 그리고 이 측정 데이터를 바탕으로 UKF를 적용하여 탄도탄의 궤적 추적을 위한 비선형 필터를 구성한다.

### II. 탄도탄의 SNR 계산

#### 1. 레이더 및 탄도탄의 파라미터 정의

먼저 레이더의 신호특성을 나타내기 위한 파라미터들을 정의한다. 파장(wavelength,  $\lambda$ ), 송신 최대 출력(transmitted peak power,  $P_p$ ), 신호 대역폭(signal bandwidth,  $B$ ), 전파의 방사 각도(beamwidth,  $\theta_b$ ), 안테나 이득(antenna gain,  $G$ ), 그리고 시스템 잡음 온도(system noise temperature,  $T_s$ ) 및 레이더 펄스 지속시간(radar pulse duration,  $\tau$ ) 과 같은 여러 가지 파라미터들이 신호특성을 나타내는데 사용된다[6].

발사체와 분리된 이후의 탄도탄 형상은 일반적으로 단순하게 원뿔 모양으로 가정된다. 따라서 탄도탄의 형상은 원뿔 바닥 면의 반지름  $a$ 와 원뿔의 반각  $\gamma$ 로 나타내진다. 한편,  $\phi$ 는 탄도탄에 대한 레이더 전파의 입사각을 나타낸다.

#### 2. 탄도탄 RCS의 산출

원뿔 모양의 물체에 대한 RCS의 계산식은 참고문헌 [7,8]에 정리되어 있다. 최근에는 3D 그래픽 기반으로 RCS가 계산되어 보다 정확한 예측이 가능하지만, 단순히 레이더의 추적 알고리즘을 확인하는 목적으로는 적합하지 않기에 전파의 회절 특성 이용한 기하학적인 해석 방법을 이용하였다.

수식 (1)~(6)은  $0^\circ \sim 180^\circ$  범위에서 전파의 입사각  $\phi$ 에 따른 RCS를 정리한 것이다.  $\phi$ 는 그림 1에서와 같다.

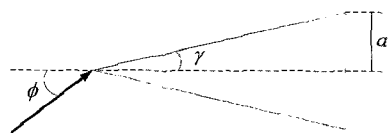


그림 1. 탄도탄의 형상[7].

Fig. 1. Shape of the ballistic missile.

\* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2008. 5. 15., 채택확정 : 2008. 6. 30.

박상혁, 윤중섭, 유창경 : 인하대학교 항공우주공학과

(newhuyki@hanmail.net/singurbi@msn.com/ckryoo@inha.ac.kr)

※ 본 연구는 국방과학연구소의 지원에 의하여 연구되었음.

$$\frac{\sigma}{\lambda^2} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{ka \sin(\pi/n)}{n} \right)^2 \left[ \cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{3\pi}{n} \right]^2 \quad \text{for } \phi = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_H}{\lambda^2} &= \frac{ka}{4\pi} \left( \frac{\sin(\pi/n)}{n} \right)^2 \frac{1}{\sin \phi} \left[ \exp \left[ -i(2ka \sin \phi - \frac{\pi}{4}) \right] \left[ (\cos \frac{\pi}{n} - 1)^{-1} \mp (\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{3\pi - 2\phi}{n})^{-1} \right] \right. \\ &\quad \left. + \exp \left[ i(2ka \sin \phi - \frac{\pi}{n}) \right] \left[ (\cos \frac{\pi}{n} - 1)^{-1} \mp (\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{3\pi + 2\phi}{n})^{-1} \right] \right]^2 \end{aligned} \quad \text{for } 0 < \phi \leq \gamma \quad (2)$$

$$\frac{\sigma_H}{\lambda^2} = \frac{ka}{4\pi} \left( \frac{\sin(\pi/n)}{n} \right)^2 \frac{1}{\sin \phi} \left[ (\cos \frac{\pi}{n} - 1)^{-1} \mp (\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{3\pi - 2\phi}{n})^{-1} \right]^2 \quad \text{for } \gamma < \phi \leq \pi/2, \quad \phi \neq \pi/2 - \gamma \quad (3)$$

$$\frac{\sigma}{\lambda^2} = \frac{8}{9} \pi \left( \frac{a}{\lambda} \right)^3 \left[ \sin^2 \gamma \cos \gamma \right]^2 \quad \text{for } \phi = \pi/2 - \gamma \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_H}{\lambda^2} &= \frac{ka}{4\pi} \left( \frac{\sin(\pi/n)}{n} \right)^2 \frac{1}{\sin \phi} \left[ \exp \left[ -i(2ka \sin \phi - \frac{\pi}{4}) \right] \left[ (\cos \frac{\pi}{n} - 1)^{-1} \mp (\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{3\pi - 2\phi}{n})^{-1} \right] \right. \\ &\quad \left. + \exp \left[ i(2ka \sin \phi - \frac{\pi}{n}) \right] \left[ (\cos \frac{\pi}{n} - 1)^{-1} \mp (\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{2\phi - \pi}{n})^{-1} \right] \right]^2 \end{aligned} \quad \text{for } \pi/2 - \gamma < \phi < \pi \quad (5)$$

$$\frac{\sigma}{\lambda^2} = \frac{(ka)^4}{4\pi} \quad \text{for } \phi = \pi \quad (6)$$

$$\sigma : \text{RCS}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad n = \frac{3}{2} + \frac{\gamma}{\pi}$$

전파의 입사각과 원뿔의 축이 이루는 평면을  $\Gamma$  라 할 때, 수식 (2), (3), (5)에서  $\sigma_H^V$  의 위 첨자  $V$  는 전기장이 평면  $\Gamma$  와 수직일 때를 의미하고,  $\sigma_H^V$  의 아래 첨자  $H$  는 전기장이 평면  $\Gamma$  와 평행할 때를 의미한다. 전기장과 평면  $\Gamma$  의 법선 벡터가 이루는 각을  $\psi$  라 하면, 전체 RCS는 (7)과 같이 나타난다[7,8].

$$\sigma_{EM}(\phi) = \sigma_V(\phi) \cos^2 \psi + \sigma_H(\phi) \sin^2 \psi \quad (7)$$

for  $\phi \neq 0, \pi/2 - \gamma, \pi$

전기장은 항상 수직편파와 수평편파의 크기, 위상차에 의하여 결정된다[9]. 본 논문에서는 레이더의 편파를 선형적인 수직편파로 가정한다.

### 3. 레이더 SNR의 산출

레이더를 이용하여 목표물을 탐지할 때, 그 정보의 정밀도를 가늠할 수 있는 관측오차는 SNR의 함수로 나타난다. SNR은 신호 대 잡음 비를 의미하며 수식 (8)은 SNR의 식을 나타낸 것이다[9].

$$SNR = \frac{S_r}{N_r} = \frac{P_p G^2 \lambda^2 \sigma PC}{(4\pi)^2 K T_s B L R^4} \quad (8)$$

$S_r$ : 수신 신호의 크기,  $N_r (= K T_s B)$ : 잡음의 크기,

$PC (= \tau B)$ : 펄스 압축비,  $K$ : 볼츠만 상수,  $L$ : 신호 손실,

$R$ : 레이더로부터 탄도탄까지의 거리

잡음은 레이더 내부 시스템이나 외부 환경에 의해서 발생할 수 있지만, 대개는 내부 시스템의 열에 의하여 발생한다. 따라서 잡음의 크기는 시스템 온도의 함수로 표현된다[10]. 본 논문에서는 시스템 잡음 온도를 일정하게 고려하여 잡음의 크기 역시 관측 구간에서 일정한 것으로 간주한다. 또한 신호 손실 역시도 공중에서의 손실, 전선에서의 손실, 안테나에서의 손실 등으로 구별될 수 있지만 여기서는 일정한 것으로 고려한다.

### 4. 레이더 관측치의 정밀도

관측의 정밀도는 관측오차의 표준편차를 의미하는 유효 관측오차의 크기에 의해서 결정된다. 유효 관측오차는 크게 세 가지 항목으로 나뉘진다. SNR에 의한 랜덤 오차 항과 레이더가 기본적으로 갖고 있는 랜덤 오차 항, 바이어스 오차 항이 그것이다. 이 세가지 오차 항 중에서 SNR에 의한 랜덤 오차 항이 가장 크게 나타난다. 유효 관측오차를 이 세 가지 항목으로 표현하면 수식 (9)와 같이 표현된다[6].

$$\sigma = (\sigma_{SNR}^2 + \sigma_{Fix}^2 + \sigma_{Bias}^2)^{1/2} \quad (9)$$

SNR에 의한 랜덤 오차 항인  $\sigma_{SNR}$ 은 거리와 각에서 각기 다르게 유도된다. 거리에서의 오차 항을  $\sigma_{RSNR}$ , 각에서의 오차 항을  $\sigma_{ASNR}$ 이라 하면 각각 수식 (10)과 (11)로 표현된다.

$$\sigma_{RSNR} = \frac{c}{2B\sqrt{2(SNR)}} \quad (10)$$

$$\sigma_{ASNR} = \frac{\theta_b}{k_M \sqrt{2(SNR)}} \quad (11)$$

$c$ : 전파 속도,

$k_M$ : 단일 펄스 기울기(monopulse pattern difference slope)

### III. 추적 필터의 구성

#### 1. 탄도탄의 운동방정식 모델

탄도탄의 상태는 위치와 속도로 주어지고 상태 벡터는 다음과 같이 정의된다.

$$X = [V_T \ \gamma_T \ \psi_T \ r_T \ \theta_T \ \phi_T]^T \quad (12)$$

그림 2에서 보이는 바와 같이 위치는 지구중심 고정 좌표계(ECEF)에서 지구 중심으로부터의 거리  $r_T$ , 경도  $\theta_T$ , 위도  $\phi_T$ 로 나타내고, 속도는 탄도탄의 중심에 위치한 ENU 좌표계에서 속력  $V_T$ , 비행경로각  $\gamma_T$ , 방위각  $\psi_T$ 로 나타낸다.

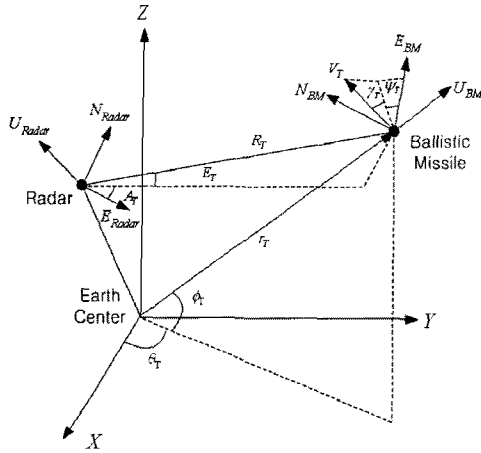


그림 2. 좌표계 정의.  
Fig. 2. Coordinate definition.

수식 (13)은 상태 모델을 정리한 것이다[11]. 수식 (13)에서 정리된 탄도탄의 운동방정식은 탄도탄에 추력이나 공력이 작용하지 않는다는 가정하에 세워진 방정식으로 타원 궤적을 따라 비행하는 경우에만 적용된다.

$$\begin{aligned}
 \frac{dV_T}{dt} &= -g s \gamma_T + \omega^2 r_T c \phi_T (s \gamma_T c \phi_T - c \gamma_T s \psi_T s \phi_T) + v_v \\
 \frac{d\gamma_T}{dt} &= -\frac{g}{V_T} c \gamma_T + \frac{V_T}{r_T} c \gamma_T + 2\omega c \psi_T c \phi_T \\
 &\quad + \frac{r_T \omega^2}{V_T} c \phi_T (c \gamma_T c \phi_T + s \gamma_T s \psi_T s \phi_T) + v_\gamma \\
 \frac{d\psi_T}{dt} &= -\frac{V_T}{r_T} c \gamma_T c \psi_T t \phi_T + 2\omega (t \gamma_T s \psi_T c \phi_T - s \phi_T) \\
 &\quad - \frac{\omega^2 r_T}{V_T c \gamma_T} c \psi_T s \phi_T c \phi_T + v_\psi \\
 \frac{dr_T}{dt} &= V_T s \gamma_T + v_r \\
 \frac{d\theta_T}{dt} &= \frac{V_T c \gamma_T c \psi_T}{r_T c \phi_T} + v_\theta \\
 \frac{d\phi_T}{dt} &= \frac{V_T c \gamma_T s \psi_T}{r_T} + v_\phi
 \end{aligned} \tag{13}$$

g : 중력 상수,  $\omega$  : 지구자전속도, c : cosine, s : sine,  
t : tangent,  $v_v, v_\gamma, v_\psi, v_r, v_\theta, v_\phi$  : 각 상태의 연산 잡음

탄도탄의 발사체가 분리된 후에는 추가적인 추력이 없다고 가정하면 높은 고도에서는 공기가 희박하므로 외력을 무시할 수 있다. 따라서 상태 모델에는 지구의 자전만 고려하고 외력은 고려하지 않았다. 지구는 완전 구체로 가정하였다. 또한 각 상태의 연산 잡음  $v$ 는  $N(0, \sigma^2)$ 을 따른다고 가정하였다.  $N(0, \sigma^2)$ 은 평균이 0이고 분산이  $\sigma^2$ 인 가우시안

$$\begin{aligned}
 R_T &= \sqrt{(r_{NT} c \phi_{NT} c \theta_{NT} - r_{NR} c \phi_{NR} c \theta_{NR})^2 + (r_{NT} c \phi_{NT} s \theta_{NT} - r_{NR} c \phi_{NR} s \theta_{NR})^2 + (r_{NT} s \phi_{NT} - r_{NR} s \phi_{NR})^2} + n_R \\
 A_T &= \tan^{-1} \frac{r_{NT} c \phi_{NT} s \theta_{NT} - r_{NR} c \phi_{NR} s \theta_{NR}}{r_{NT} c \phi_{NT} c \theta_{NT} - r_{NR} c \phi_{NR} c \theta_{NR}} + n_A \\
 E_T &= \tan^{-1} \frac{r_{NT} s \phi_{NT} - r_{NR} s \phi_{NR}}{\sqrt{(r_{NT} c \phi_{NT} c \theta_{NT} - r_{NR} c \phi_{NR} c \theta_{NR})^2 + (r_{NT} c \phi_{NT} s \theta_{NT} - r_{NR} c \phi_{NR} s \theta_{NR})^2}} + n_E
 \end{aligned} \tag{15}$$

정규 분포를 나타낸다.

## 2. 레이더의 관측 모델

레이더의 관측 데이터는 레이더에 대한 탄도탄의 상대 위치로 주어지고 관측 벡터는 다음과 같이 정의된다.

$$Y = [R_T \ A_T \ E_T]^T \tag{14}$$

레이더를 중심으로 하는 ENU 좌표계에서 탄도탄의 위치를 거리  $R_T$ , 방위각  $A_T$ , 고도각  $E_T$ 로 나타낸 것이다. 수식 (15)는 관측 모델을 정리한 것이다. 아래 첨자 NT는 탄도탄의 위치를 ENU 좌표계에서 나타낸 것이고, NR은 레이더의 위치를 ENU 좌표계에서 나타낸 것이다. 이 때, 상태모델의  $r_T, \theta_T, \phi_T$ 는 지구중심 고정 좌표계에서 정의되어 있으므로 레이더를 중심으로 하는 ENU 좌표계로 변환하여 사용한다.

관측오차  $n$ 은  $N(0, \sigma^2)$ 인 가우시안 정규 분포를 따른다고 가정한다. 관측오차  $n_R, n_A, n_E$ 는 각각 앞서 II.4절에서 언급한 유효 관측오차  $\sigma_R, \sigma_A, \sigma_E$ 를 표준편차로 갖는다.

## 3. Unscented Kalman filter

UKF는 비선형 문제를 다루기 위한 칼만 필터의 일종으로 비선형 모델을 선형화 하기 때문에 비선형성이 강한 문제에서는 수렴하지 못할 수 있는 EKF의 문제점과 많은 점들의 선택으로 인해 계산이 오래 걸리는 몬테카를로 법을 보완할 수 있는 필터이다. UKF는 임의의 비선형성과 잡음특성을 가진 시스템에 대해 2차 모멘트까지의 추정정밀도를 보장하는 것으로 알려져 있다. UKF는 확률 분포를 이용하여 적절한 점들을 선택하고 이 점들을 비선형 시스템방정식을 이용하여 unscented 변환하여 전파한 후 이를 이용하여 갱신 전 상태변수와 공분산을 산출하는 것이 EKF와의 가장 큰 차이점이다.

UKF의 알고리즘은 다음의 순서를 따른다[12].

### 1) 상태 벡터와 공분산의 초기화

$$\hat{x}_0 = E[x_0], \quad P_0 = E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T]$$

$$\hat{x}_0^a = E[x^a] = [\hat{x}_0^T \ 0 \ 0]^T$$

$$P_0^a = E[(x_0^a - \hat{x}_0^a)(x_0^a - \hat{x}_0^a)^T] = \begin{bmatrix} P_0 & 0 & 0 \\ 0 & P_v & 0 \\ 0 & 0 & P_n \end{bmatrix}$$

For  $k \in \{1, \dots, \infty\}$

### 2) 분산점(sigma points) 계산

$$\chi_{k-1}^a = [\hat{x}_{k-1}^a \ \hat{x}_{k-1}^a \pm \sqrt{(L + \lambda_s) P_{k-1}^a}]$$

### 3) 상태 벡터와 공분산의 전파

$$\chi_{k|k-1}^x = F(\chi_{k-1}^x, \chi_{k-1}^v), \quad \hat{x}_k^- = \sum_{j=0}^{2L} W_j^{(m)} \chi_{j,k|k-1}^x$$

$$P_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [\chi_{i,k|k-1}^x - \hat{x}_k^-] [\chi_{i,k|k-1}^x - \hat{x}_k^-]^T$$

$$Y_{k|k-1} = H(\chi_{k|k-1}^x, \chi_{k-1}^n), \hat{y}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} Y_{i,k|k-1}$$

4) 관측 벡터 전과

$$P_{\hat{y}_k, \hat{y}_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [Y_{i,k|k-1} - \hat{y}_k^-] [Y_{i,k|k-1} - \hat{y}_k^-]^T$$

$$P_{x_k, y_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [\chi_{i,k|k-1}^x - \hat{x}_k^-] [Y_{i,k|k-1} - \hat{y}_k^-]^T$$

$$K = P_{x_k, y_k} P_{\hat{y}_k, \hat{y}_k}^{-1}, \hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K(y_k - \hat{y}_k^-)$$

$$P_k = P_k^- - K P_{\hat{y}_k, \hat{y}_k} K^T$$

where,  $x^a = [x^T v^T n^T]^T$ ,  $\chi^a = [(\chi^x)^T (\chi^v)^T (\chi^n)^T]^T$ ,  $\lambda_s =$  composite scaling parameter,  $L =$  dimension of augmented state,  $P_v =$  process noise covariance,  $P_n =$  measurement noise covariance,  $W_i =$  weights

초기상태 추정 값  $\hat{x}_0$  는 실제 위치에 오차를 더하여 설정하였고, 초기 상태추정 오차분산  $P_0$  는 다음과 같이 설정한다.

$$P_0 = \text{diag}[\sigma_{v0}^2 \ \sigma_{\gamma0}^2 \ \sigma_{\psi0}^2 \ \sigma_{r0}^2 \ \sigma_{\theta0}^2 \ \sigma_{\phi0}^2] \quad (16)$$

그리고 연산 잡음의 공분산  $P_v$  와 관측 잡음의 공분산  $P_n$  도 다음과 같이 설정한다.

$$P_v = \text{diag}[\sigma_{v_x}^2 \ \sigma_{v_y}^2 \ \sigma_{v_\psi}^2 \ \sigma_{v_r}^2 \ \sigma_{v_\theta}^2 \ \sigma_{v_\phi}^2] \quad (17)$$

$$P_n = \text{diag}[\sigma_R^2 \ \sigma_A^2 \ \sigma_E^2] \quad (18)$$

초기 상태추정 오차분산은 탄도탄의 초기 위치 오차를 고려하여 적절한 값을 설정하게 되고, 연산 잡음의 공분산은 상태 모델의 모델링 오차로부터 적절한 값을 설정하게 된다. 단, 관측 잡음의 공분산은 유효 관측오차를 제공하여 사용한다. 실제 레이더에서 SNR을 측정 가능하다고 할 때, SNR에 따른 유효 관측오차를 계산할 수 있기 때문에  $P_n$  역시 계산이 가능하다.

IV. 탄도탄 추적 예시

시뮬레이션에 필요한 각 파라미터들을 설정한다. 레이더

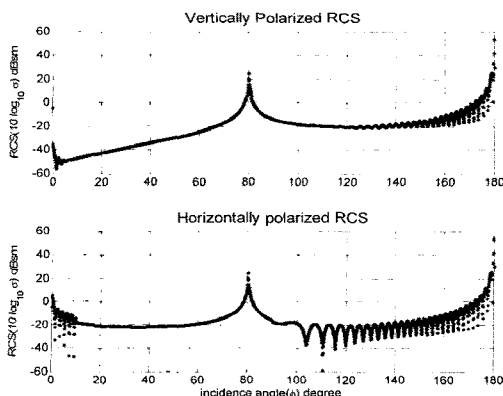


그림 3. 탄도탄의 RCS.  
Fig. 3. RCS of the ballistic missile.

모델을 위한 파라미터는 각각  $\lambda = 0.055m$ ,  $P_p = 1MW$ ,  $B = 2MHz$ ,  $\theta_b = 1deg$ ,  $G = 45dB$ ,  $T_s = 500K$ ,  $\tau = 0.001sec$ ,  $L = 5dB$  로 설정한다. 그리고 탄도탄의 형상은  $a = 0.4m$ ,  $\gamma = 10deg$  로 설정한다. 파라미터들을 위와 같이 설정하였을 때, 전파 입사각에 따른 탄도탄의 RCS는 그림 3과 같다.

궤적 추정을 위한 탄도탄의 초기 상태와 레이더의 위치를 다음과 같이 설정한다. 탄도탄은 초기에 위도, 경도, 고도가 각각 0deg, 0deg, 100km로 주어진다. 그리고 북쪽에서 오른쪽으로 10deg, 지면에 대하여 위로 10deg 방향을 향하여 3000m/s 속도로 비행한다. 레이더는 위도가 8deg, 경도가 0deg, 고도가 0m인 지점에 위치한다.

$$x_0 = [3000m/s \ 10deg \ 80deg \ 6478137m \ 0deg \ 0deg]^T$$

$$LLA_{\text{Radar}} = [8deg \ 0deg \ 0m]^T$$

이 때, 탄도탄의 초기 속도는 관성 좌표계의 속도로 실제 지구중심 고정 좌표계에서 위치를 계산하기 위해서는 동쪽 방향 속도에 자전에 의한 속도가 고려되어야 한다. 그림 4는 시뮬레이션에 의한 탄도탄의 비행 궤적과 레이더의 위치를 레이더 중심의 ENU 좌표계에서 나타낸 것이다.

본 논문은 RCS에 따라서 SNR이 변할 때 필터 성능이 어떻게 달라지는지를 보고자 했기에 다음과 같은 두 가지 경우에 대하여 필터의 성능을 시험하였다. 두 가지 경우는 다음과 같다.

Case 1: 탄도탄의 피치각이 속도벡터와 일치하는 경우

Case 2: 탄도탄의 초기 피치각이 일정하게 유지되는 경우

Case 2는 피치각을 75deg로 고정하였다. 단, 두 경우 모두 방향각은 속도벡터와 일치하도록 하였다. 각 경우의 RCS를 그림 5에 나타내었다. case 1은 20초에서 110초 사이에 탄도탄에 전파가 입사되는 각  $\phi$  가 10deg 이하가 되어 RCS가 낮게 나타난다. case 2는 입사각  $\phi$  가 80deg가 되는 지점에서 RCS가 크게 나타난다.

이렇게 다른 RCS 경향으로 인하여 SNR의 경향이 다르게 나타나고 관측오차 역시 다른 경향을 나타낸다. 그림 6과 그림 7을 보면 case 1이 전반적으로 관측오차의 크기가 상당히 크게 나타난다.

필터를 돌리기 위해서는 우선 필터의 초기화가 요구된다.

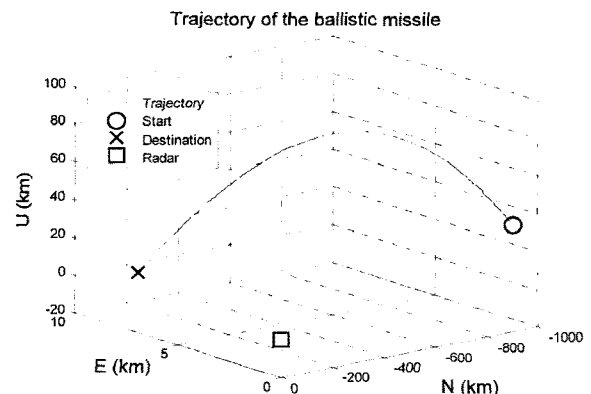


그림 4. 탄도탄의 궤적.  
Fig. 4. Trajectory of the ballistic missile.

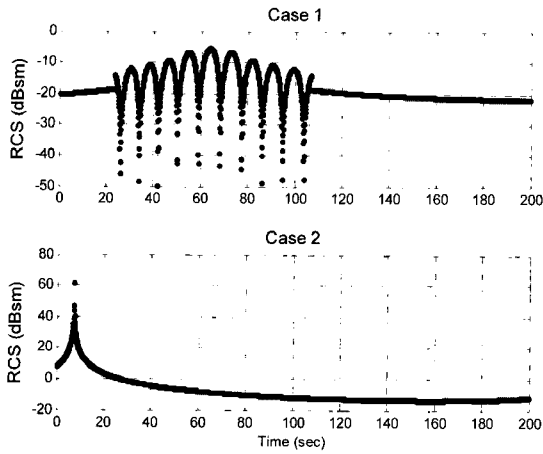


그림 5. 각 경우의 RCS.  
Fig. 5. RCS of the each case.

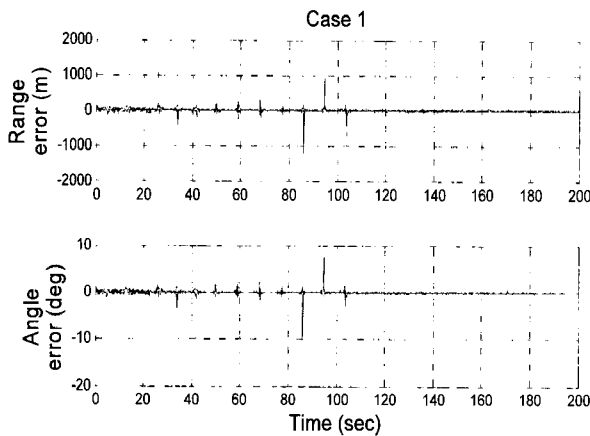


그림 6. Case 1의 관측오차.  
Fig. 6. Measurement error of the case 1.

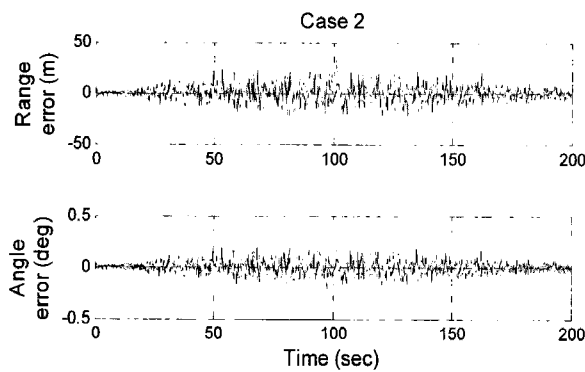


그림 7. Case 2의 관측오차.  
Fig. 7. Measurement error of the case 2.

초기 상태추정 오차분산은 레이더의 성능에 따른 각도, 거리 및 속도의 분해능을 고려하여 설정하였고, 초기상태 오차는 오차분산 내에서 적절히 설정하였다. 본 논문에서는 탄도탄의 실제 상태 벡터가 필터의 추정에 사용되는 상태 모델과 동일한 수학적 모델에 의하여 계산된다. 따라서 모델링 오차는 없는 것으로 간주되어야 한다. 그러나 실제 탄도탄을 추적한다면 모델링에서 무시한 공력이나 중력 오차가 모델링 오차로 존재하게 된다. 여기서는 약간의 모델링 오차가 있는 것으로 가정하고 적절히 작은 값으로 설정하였다. 그 설정 값들은 다음과 같다.

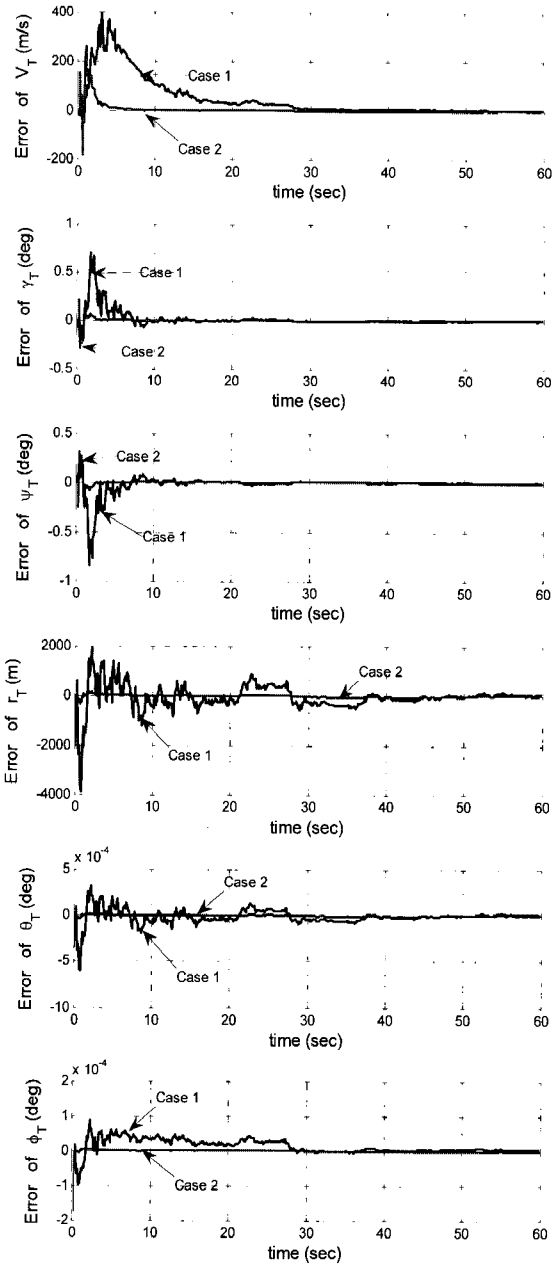


그림 8. 각 경우에 대한 상태 추정오차.  
Fig. 8. Estimation error of the states on the each case.

$$\hat{x}_0 = x_0 + [10m/s \ 0.5deg \ 0.5deg \ 1000m \ 0.01deg \ 0.01deg]^T$$

$$P_0 = diag[20^2 \ 1^2 \ 1^2 \ 10000^2 \ 0.1^2 \ 0.1^2]$$

$$P_v = diag[10e-3 \ 10e-9 \ 10e-9 \ 0 \ 0 \ 0]$$

그림 8은 UKF를 통하여 얻어진 상태추정 값과 실제 상태 값과의 차이를 각 상태 별로 나타낸 것이다. 각 상태들의 추정오차가 모두 수렴하는 것을 볼 수 있다. 따라서 구성된 UKF가 정상적으로 동작한다고 말할 수 있다. 하지만 그 수렴 속도에서 두 경우가 차이를 보인다. RCS가 작은 case 1이 case 2보다 상태추정이 느림을 확인할 수 있다. Case 1은 모든 상태들의 추정오차가 수렴하는데는 약 40초 이상의 시간이 걸린다. 하지만 case 2는 10초 이내에 모두 수렴하는 것으로 나타난다. Case 2의 경우 그림 7을 보면 20초를 지나서 관

측 오차가 계속 커지는 것을 볼 수 있다. 그러나 그 전에 이미 상태추정이 잘되어 분산이 커지면 오히려 관측 데이터보다 추정 데이터에 무게가 실림으로써 추정오차에 영향을 미치지 못하게 된다.

### V. 결론

앞에서 탄도탄의 자세가 각기 다른 두 가지 경우를 설정하고 구체적인 수치 예제를 통하여 탄도탄의 비행 자세에 따른 상태추정 성능을 확인하였다. UKF를 적절하게 구성하였을 경우, RCS가 크게 나타나는 case 2와 같은 자세로 탄도탄이 날아오면 10초 이내에 상태 추정오차가 거의 일정한 값으로 수렴하게 된다. 하지만 RCS가 작게 나타나는 case 1과 같은 자세로 탄도탄이 날아오면 40초 정도가 되어서야 상태 추정 오차가 수렴하게 된다. 두 경우가 분명한 성능 차이를 보이고 있다. 이러한 사실로부터 탄도탄의 추적 필터 성능을 보일 때, RCS에 따른 관측오차의 변화를 고려하지 않고, 일정한 관측오차로 가정하는 것은 불완전한 검증임을 알 수 있다. 보다 실제에 가까운 검증이 필터의 신뢰성을 높여줄 것이다.

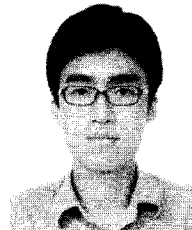
### 참고문헌

- [1] G. M. Siouris, *Missile Guidance and Control Systems*, Springer-Verlag, 2004.
- [2] A. Farina, B. Ristic, and D. Benvenuti, "Tracking a ballistic target : comparison of several nonlinear filters," *IEEE transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 38, no. 3, pp. 854-867, Jul. 2002.
- [3] B. G. Saulson and K. C. Chang, "Nonlinear estimation comparison for ballistic missile tracking," *SPIE Journal of Optical Engineering*, vol. 43, no. 6, pp. 1424-1438, Jun. 2004.
- [4] S. C. Zhang, S. H. Liu, and G. D. Hu, "Tracking a ballistic target with unscented iterative Kalman filter," *IECON 2005. 31st Annual Conference of IEEE*, pp. 107-111, Nov. 2005.
- [5] A. Farina, M. G. Del Gaudio, U. D'Elia, S. Immediata, L. Ortenzi, L. Timmoneri and M. R. Toma, "Detection and tracking of ballistic target," *Proceedings of the IEEE, Radar Conference, 2004.*, pp. 450-456, Apr. 2004.
- [6] G. R. Curry, *Radar System Performance Modeling*, 2nd Ed, Artech House Radar Library, 2005.
- [7] J. B. Keller, "Backscattering from a finite cone," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 8, no. 2, pp. 175-182, Mar. 1960.
- [8] M. E. Bechtel, "Application of geometric diffraction theory to scattering from cones and disks," *Proceedings of the IEEE*, pp. 877-882, Aug. 1965.
- [9] P. Z. Peebles, Jr., *Radar Principles*, John Wiley & Sons, Inc., 1998.
- [10] D. K. Barton, *Radar System Analysis and Modeling*, Artech House Radar Library, 2005.
- [11] 백정호, "확장칼만필터와 Unscented 칼만필터를 이용한 우주발사체의 실시간 궤적추정," 연세대학교 학위논문, 2005.
- [12] E. A. Wan and R. Van Der Merwe, "The unscented Kalman filter for nonlinear estimation," *Proceedings of Symposium 2000 on Adaptive Systems for Signal Processing, Communication and Control (AS-SPCC)*, IEEE, Lake Louise, Alberta, Canada, pp. 153-158, Oct. 2000.



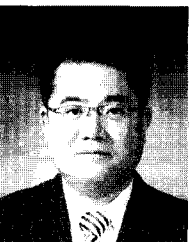
### 박상혁

2006년 인하대학교 항공우주공학과(공학사). 2008년 인하대학교 항공공학과(공학석사). 2008년~현재 인하대학교 항공공학과 박사과정 재학중. 관심분야는 유도탄 유도제어, 최적제어, 무인기 시스템.



### 윤중섭

2005년 인하대학교 항공우주공학과(공학사). 2007년 인하대학교 항공공학과(공학석사). 2007년~현재 인하대학교 항공공학과 박사과정 재학중. 관심분야는 유도기법, 필터, 영상처리.



### 유창경

1989년 인하대학교 항공공학과(공학사). 1991년 KAIST 항공우주공학과(공학석사). 2006년 KAIST 항공우주공학과(공학박사). 1991년~2006년 국방과학연구소 선임연구원. 2006년~현재 인하대학교 항공우주공학과 조교수. 관심분야는 유도

탄 및 무인기 유도제어, 최적제어, 비선형제어.