

# 디지털 입자 홀로그래피의 입자 초점 심도에 관한 연구

양 안\* · 강보선†

## A Study on Depth of Focus of Particle in Digital Particle Holography

Yang Yan and Boseon Kang

**Key Words:** Depth of Focus(초점 심도), Digital Particle Holography(디지털 입자 홀로그래피), Numeical Simulation Holograms(수치모사 홀로그래프)

### Abstract

In this study, the effect of important parameters such as the pixel size and number of a CCD, the object distance, the wavelength of laser, and the particle diameter on the depth of focus in digital in-line particle holography were investigated. The depth of focus in several different cases was calculated using simulation holograms and detailed description of the depth of focus in digital particle holography was presented. The depth of focus is directly proportional to the object distance and the particle size. With the increase of the wavelength of laser, the depth of focus is decreased. The depth of focus is also inversely proportional to the pixel size and number of a CCD. Using the data of depth of focus from simulation holograms and a data-fitting software, we obtained the prediction equations of depth of focus for typical CCD cameras. Finally, the prediction equations of depth of focus in digital particle holography were verified by investigating real holograms of the calibration target in different cases and satisfied agreement between measured values and predicted values was confirmed.

### 1. 서 론

물체를 3차원적으로 기록, 재생할 수 있는 홀로그래피는 측정 체적의 정보를 기록한 이후에, 다양한 방법으로 재생함으로써 홀로그래프에 저장된 많은 양의 정보를 추출할 수 있다. 기존 광학적 홀로그래피를 급속하게 대체하고 있는 디지털 홀로그래피는 홀로그래프의 화학적 처리가 필요하지 않고 시스템을 단순화시킬 수 있으며, 실시간 분석이 가능하다는 여러 가지 장점으로 인하여, 여러 분야에서 광범위하게 응용되고 있다<sup>(1)</sup>.

디지털 입자 홀로그래피는 입자의 크기, 속도, 공간분포와 같은 특성을 분석하는데 매우 유용한 기법이다<sup>(2)</sup>. 하

지만, 홀로그래피에서 재생된 입자 이미지는 일반적인 카메라 이미지와는 다르게 대개 초점 심도(depth of focus)가 매우 크기 때문에, 초점면을 어떻게 결정하느냐가 입자 홀로그래피 해석에 있어서 중요한 문제 중의 하나이다.

광학적 홀로그래피에서는 초점심도가 입자의 직경과 레이저 파장에 의해 결정되며<sup>(3)</sup>, Meng과 Hussain<sup>(4)</sup>은 초점심도를 레이저 파장과 홀로그래프의 개구경(angular aperture)의 함수관계로 표현하였다. 하지만, 디지털 홀로그래피에서는 초점심도에 영향을 미치는 중요 인자가 입자 직경과 CCD 카메라의 픽셀 크기로 바뀐다<sup>(5)</sup>.

본 연구에서는 디지털 입자 홀로그래피에서 입자의 초점 심도에 영향을 미치는 다양한 파라미터, 즉, CCD 카메라의 픽셀 크기와 수, 레이저 파장, 입자 직경, 입자의 광축거리 등의 영향을 수치모사 홀로그래프를 사용하여 조사하였다. 또한, 일반적인 CCD 카메라를 사용하는 경우에 초점 심도를 예측할 수 있는 식을 유도하였으며, 구해진 식을 평면 점에 대한 실제 홀로그래프에서 구해진

(2009년5월12일 접수~2009년 6월 27일 심사완료)

\*전남대 기계공학부

†책임저자, 전남대 기계시스템공학부

E-mail : bskang@chonnam.ac.kr

TEL : (062)530-1683 FAX : (062)530-1689

초점 심도와 비교, 검증하였다.

## 2. 기본 원리

### 2.1 디지털 홀로그래피의 원리

광학적 홀로그래피와 마찬가지로 디지털 홀로그래피도 홀로그램을 기록한 후 재생하는 두 단계를 거치지만, 기록 매체로 필름 대신에 CCD 카메라를 사용하고, 기록된 홀로그램을 컴퓨터를 이용하여 수치적으로 재생한다. 디지털 홀로그래피의 광학적 시스템 구성은 in-line 방식이나 off-axis 방식으로 구별되며, in-line 방식이 구성의 단순함 때문에 광범위하게 사용되고 있다. In-line 디지털 홀로그래피의 개념을 Fig. 1에, 홀로그램의 기록 및 재생과 관련된 좌표들을 Fig. 2에 나타내었다. 확장된 레이저 빔이 기록 대상이 되는 물체 영역을 통과하면서, 물체에 의해 회절되어 카메라 센서에 도달된 레이저 빔이 물체 파(object beam),  $O(\xi, \eta)$ 가 되고, 물체에 의한 굴절이 없이 도달한 빔은 기준파(reference beam)가 된다. 두 빔이 카메라 센서에서 중첩되면서 간섭이 발생하게 되고, 카메라 센서에 기록된 간섭 패턴이 홀로그램,  $h(x, y)$ 가 된다. 이 홀로그램을 기록 당시 사용한 기준광,  $E_R(x, y)$ 으로 다시 비추면 재생면에 재생 이미지,  $R(\xi, \eta)$ 가 나타나며, 이 회절은 Fresnel-Kirchhoff 적분으로 나타낼 수 있다<sup>6)</sup>.

$$R(\xi', \eta') = \frac{i}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y) E_R(x, y) \frac{\exp(-i\frac{2\pi}{\lambda}\rho)}{\rho} dx dy \quad (1)$$

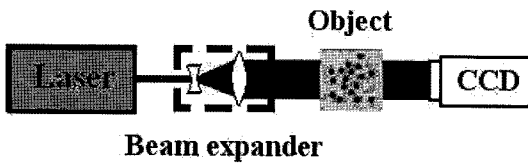


Fig. 1 Optical setup of in-line digital holography

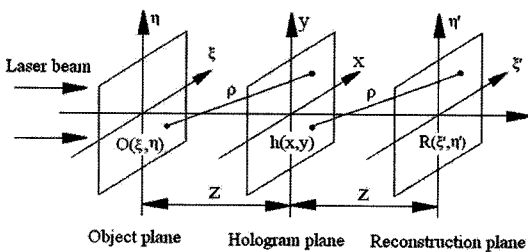


Fig. 2 Coordinate system

여기서  $\lambda$ 는 레이저 빔의 파장,  $\rho$ 는 두 인접한 면에서 대응하는 두 점 사이의 거리로 다음과 같이 표현되며

$$\rho = \sqrt{(\xi' - x)^2 + (\eta' - y)^2 + d^2} \quad (2)$$

$d$ 는 두 인접한 평면 사이의 거리이다.

홀로그램의 수치모사 방법은 실험 수행시 포함될 수 밖에 없는 여러 오차 요인과 잡음을 배제할 수 있기 때문에 관련 파라미터 해석에 많이 활용되고 있다. 수치모사 방법은 Fig. 2에서 기록된 홀로그램,  $h(x, y)$ 에서 재생 이미지,  $R(\xi', \eta')$ 를 구하는 과정이 물체파,  $O(\xi, \eta)$ 로부터 홀로그램을 구하는 과정과 동일하다는 사실을 이용한다. 즉, 식 (1)의 재생 과정의 변수를 기록 과정의 변수로 바꾸면

$$h(x, y) = \frac{i}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} O(\xi, \eta) E_R(\xi, \eta) \frac{\exp(-i\frac{2\pi}{\lambda}\rho)}{\rho} d\xi d\eta \quad (3)$$

가 되며, 물체파,  $O(\xi, \eta)$ 를 대입하면, 홀로그램,  $h(x, y)$ 를 구할 수 있게 된다.

### 2.2 홀로그램의 재생 방법

재생 이미지  $R(\xi', \eta')$ 은 Fresnel 근사 방법이나 Convolution 방법으로 구할 수 있다<sup>6)</sup>. 두 재생 방법을 비교한 이전 연구<sup>7)</sup>에서 Convolution 방법에 의해 재생된 이미지의 해상도가 Fresnel 방법보다 더 우수했기 때문에 본 연구에서는 Convolution 재생 방법을 선택하였다. Convolution 재생 방법의 수학적 표현은 다음과 같다.

$$R(\xi', \eta') = F^{-1} \{ F[h(x, y)] \}$$

$$F \left[ \frac{i}{\lambda} \frac{\exp[-i\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{d^2 + (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}]}{\sqrt{d^2 + (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}} \right] \quad (4)$$

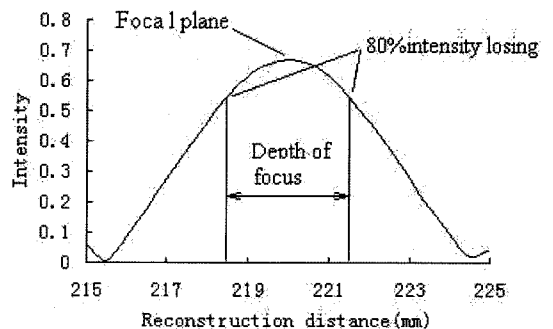


Fig. 3 Determination of depth of focus (particle diameter is 7.4  $\mu$ m, object distance is 220 mm)

여기서  $F$ 는 푸리에 변환,  $F^{-1}$ 은 역푸리에 변환이다.

### 3. 파라미터 해석

디지털 입자 홀로그래피에서 입자의 초점 심도에 영향을 미치는 파라미터로는 레이저 파장, CCD 카메라의 픽셀 크기와 수, 입자 직경, 입자의 광축거리 등이 있다. 이러한 파라미터의 영향을 파악하기 위하여 이전 연구<sup>(8)</sup>에서 사용한 홀로그램의 수치모사 방법을 활용하였다. 초점 심도를 일반적으로 정의하기는 어렵기 때문에, 본 연구에서는 수치모사 홀로그램을 초점면 주변에서 재생하고, 입자의 강도가 초점면의 최대 강도에서 20% 감소되는 위치까지의 폭으로 정의하였다. Fig. 3은 입자 직경  $7.4 \mu\text{m}$ , 입자의 광축거리  $220 \text{ mm}$ 인 경우의 광축에 따른 입자의 강도 변화 및 정의에 따른 초점 심도를 나타내고 있다.

#### 3.1 레이저 파장

디지털 입자 홀로그래피에서 많이 사용되는 레이저는 Nd-YAG 레이저( $\lambda=532 \text{ nm}$ )와 He-Ne 레이저( $\lambda=632.8 \text{ nm}$ )이며, 이 두 레이저 파장에 따른 초점 심도의 변화를 조사하였으며 Fig. 4에 그 결과를 나타내었다. 초점 심도는 다양한 입자 크기, 픽셀 크기와 수, 입자의 광축 거리에 대해서 사용 레이저 파장이 짧을수록 커짐을 알 수 있다.

#### 3.2 픽셀 크기

홀로그램의 해상도와 밀접한 관련이 있는 CCD 카메라 픽셀의 크기는 초점 심도에 매우 큰 영향을 미치는 파라미터이다. 일반적인 CCD 카메라의 픽셀 크기는  $4.65, 7.4, 9.0 \mu\text{m}$ 이며, 이에 따른 초점 심도의 변화를 Fig. 5에 나타내었다. 픽셀 크기가 작을수록 초점 심도는 커짐을 알 수 있다.

#### 3.3 픽셀 수

일반적인 CCD 카메라 픽셀 수를 고려하여, 픽셀 수  $N=1,008, 2,048, 4,096$ 으로 변화할 때 초점 심도에 미치는 영향을 조사하였으며, 그 결과를 Fig. 6에 나타내었다. 픽셀 크기와 마찬가지로 픽셀 수도 초점 심도에 미치는 영향이 큰 편이며, 픽셀 수가 증가할수록 초점 심도는 감소하였다. 픽셀 수의 증가는 광학적 홀로그래피에서의 홀로그램 개구경의 증가와 같은 효과이기 때문

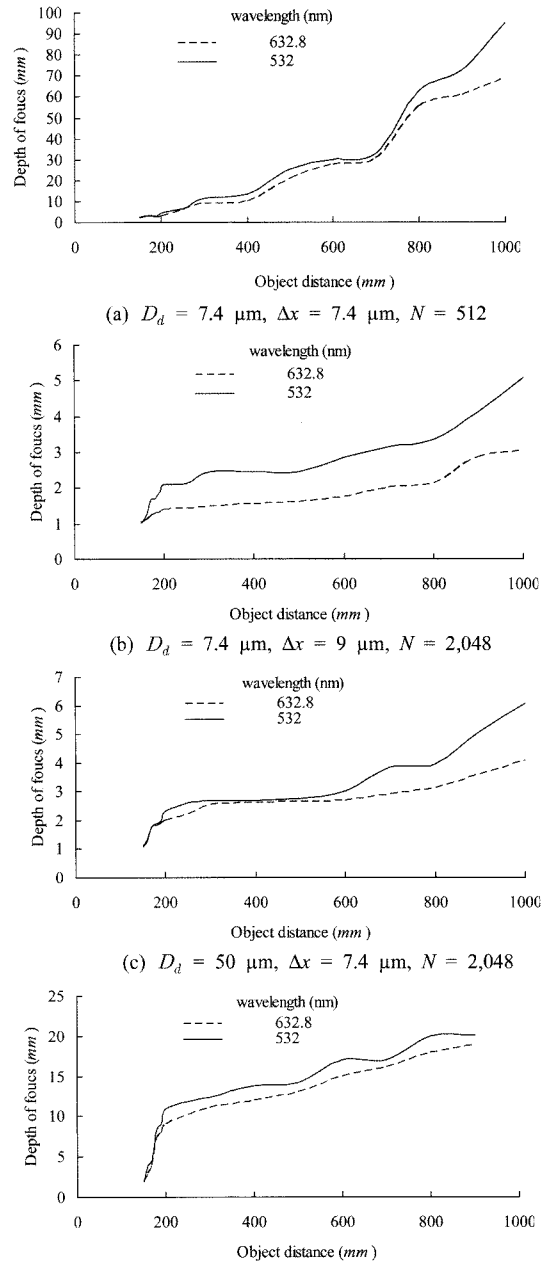
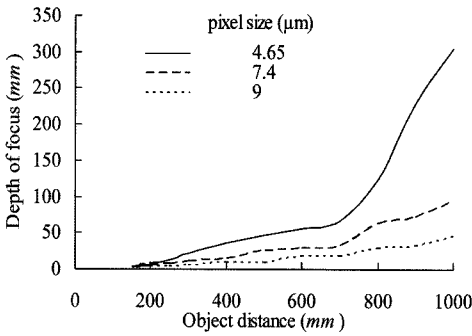


Fig. 4 Effect of laser wavelength on depth of focus

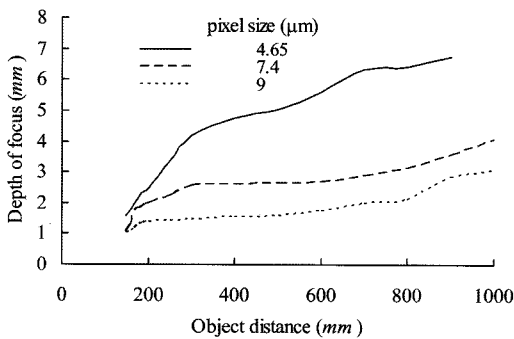
에 초점 심도는 짧아진다.

#### 3.4 입자 직경

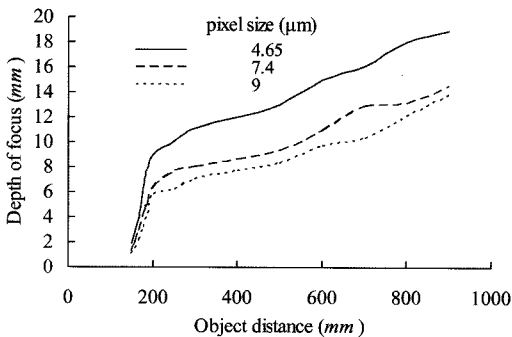
Vikram<sup>(3)</sup>은 광학적 홀로그래피에서 초점 심도가 입자 직경에 비례하여 커진다고 하였으며, 본 연구 그룹에서 수행된 이전 연구<sup>(9)</sup>에서도 같은 경향을 확인하였다. Fig.



(a)  $D_d = 7.4 \mu\text{m}$ ,  $\lambda = 532 \text{ nm}$ ,  $N = 512$



(b)  $D_d = 50 \mu\text{m}$ ,  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ ,  $N = 2,048$



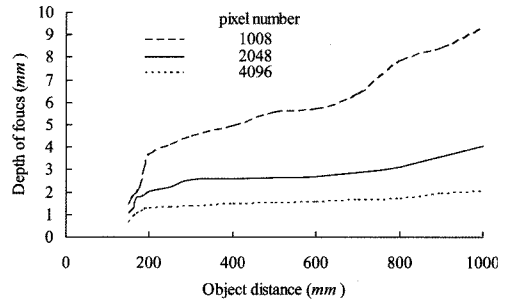
(c)  $D_d = 400 \mu\text{m}$ ,  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ ,  $N = 1,008$

Fig. 5 Effect of pixel size on depth of focus

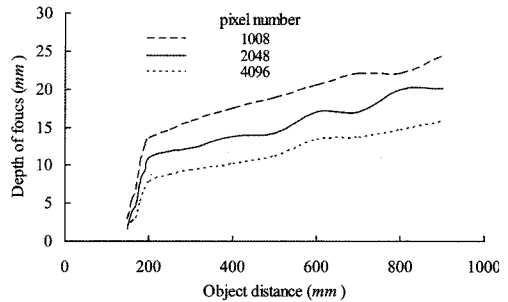
7은  $\lambda=632.8 \text{ nm}$ ,  $\Delta\lambda=7.4 \mu\text{m}$ ,  $N=1,008$ 인 경우 입자 직경을 7.4~1,000  $\mu\text{m}$ 로 변화시키며 초점 심도의 변화를 나타내었다. 예측한 대로, 입자 직경이 커지면, 초점 심도도 커짐을 알 수 있다.

### 3.5 입자의 광축거리

디지털 홀로그래피에서 재생 이미지의 질은 물체가 CCD 카메라에서 멀어질수록 나빠진다<sup>(7)</sup>. 즉, CCD 카메라에서 멀리 떨어진 위치의 입자를 재생해 보면, 심지어 초점면에서도 입자의 경계가 명확하지 않다. Figs. 4~7



(a)  $D_d = 50 \mu\text{m}$ ,  $\lambda = 532 \text{ nm}$ ,  $\Delta x = 7.4 \mu\text{m}$



(b)  $D_d = 400 \mu\text{m}$ ,  $\lambda = 532 \text{ nm}$ ,  $\Delta x = 4.65 \mu\text{m}$

Fig. 6 Effect of pixel number on depth of focus

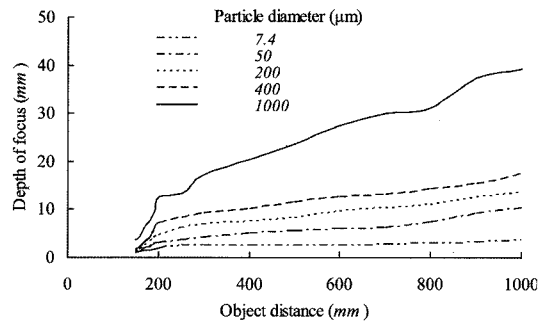


Fig. 7 Effect of particle diameter on depth of focus

에서 나타내었듯이, 초점 심도는 입자가 카메라에서 멀어질수록 커짐을 알 수 있다.

## 4. 초점 심도 예측식

디지털 입자 홀로그래피에서 사용 레이저와 CCD 카메라가 설정되면, 입자의 크기와 광축 방향 위치에 따라, 초점 심도가 어느 정도인지를 예측하는 것이 필요하다. 이를 위하여 본 연구에서는 흔히 사용되는 레이저와 CCD 카메라의 파라미터를 고정하고, 입자 크기와 광축 방향 위치를 조금씩 변화시켜가며 구해진

데이터를 이용하여 초점 심도를 예측할 수 있는 식을 구하였다.

레이저는 Nd-YAG 레이저( $\lambda=532$  nm)와 He-Ne 레이저( $\lambda=632.8$  nm)를 대상으로 했으며, CCD 카메라는 픽셀 크기  $9 \mu\text{m}$ , 픽셀 수  $1,008 \times 1,018$ 인 카메라와 픽셀 크기  $7.4 \mu\text{m}$ , 픽셀 수  $2,048 \times 2,048$ 인 카메라를 대상으로 하였다. 입자의 광축상 거리는  $100$  mm부터 시작하여 정확도와 계산 시간을 고려하여  $20$  mm 간격으로  $1,000$  mm까지 변화시켰다. 입자 크기는 픽셀 크기를 고려하여 아래 식으로 변화시켰으며,

$$D_d = (2n-1)\Delta x, n = 1, 2, \dots, M \quad (5)$$

최대 입자 크기는  $1,000 \mu\text{m}$  이내로 하였다. 입자의 광축거리와 입자 크기를 변화시켜가며 구해진 초점 심도 데이터를 Table Curve 3D 프로그램을 사용하여 예측 식을 구하였다.

#### 4.1 $\Delta x=9 \mu\text{m}$ , $N=1,008$ 인 경우

이 조건에 해당되는 카메라는 Megaplus ES 1.0 (Roper Sci.) 또는 ES 1.0(Kodak)이며, 최대 입자 크기를 위한  $M=57$ ,  $2,622$  개의 데이터를 사용하여 아래와 같은 초점 심도 예측식을 구하였다.

at  $\lambda=632.8$  nm

$$\tau = \frac{a + b \ln z + c (\ln z)^2 + d (\ln z)^3 + e \ln D_d + f (\ln D_d)^2}{1 + g \ln z + h \ln D_d + i (\ln D_d)^2 + j (\ln D_d)^2} \quad (6)$$

at  $\lambda=532$  nm

$$\tau = \exp \left( a + \frac{b}{\sqrt{z}} + \frac{c \ln z}{z} + \frac{d}{z} + \frac{e}{z^{3/2}} + f \sqrt{D_d} \ln D_d + \frac{g D_d}{\ln D_d} + h \sqrt{D_d} \right) \quad (7)$$

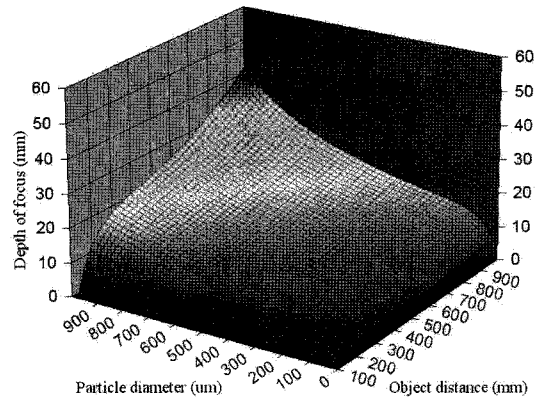
위 예측식을 이용하여 입자 직경과 위치에 따른 동일 초점 심도면을 Fig. 8에 나타내었다.

#### 4.2 $\Delta x=7.4 \mu\text{m}$ , $N=2,048$ 인 경우

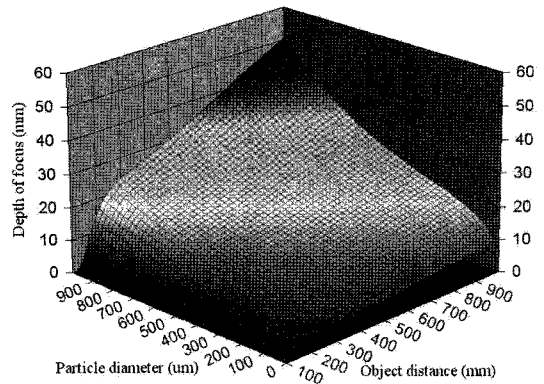
이 조건에 해당되는 카메라는 Megaplus 4.0(Roper Sci.) 또는 Megaplus II ES4020(ReDLake)이며, 최대 입자 크기를 위한  $M=68$ ,  $3,128$  개의 데이터를 사용하여 아래와 같은 초점 심도 예측식을 구하였다.

at  $\lambda=632.8$  nm

$$\tau = a + b \ln z + c D_d + d (\ln z)^2 + e D_d^2 + f D_d \ln z + g (\ln z)^3 + h D_d^3 + i D_d^2 \ln z + j D_d (\ln z)^2 \quad (8)$$



(a)



(b)

Fig. 8 Fitting surface of depth of focus for the case of  $N=1,008$ ,  $\Delta x=9 \mu\text{m}$ ; (a)  $\lambda=632.8$  nm, (b)  $\lambda=532$  nm

at  $\lambda=532$  nm

$$\tau = a + b \ln z + c D_d + d (\ln z)^2 + e D_d^2 + f D_d \ln z + g (\ln z)^3 + h D_d^3 + i D_d^2 \ln z + j D_d (\ln z)^2 \quad (9)$$

동일 초점 심도면은 Fig. 9에 나타내었으며, 식 (6)~(9)의 상수 ( $a \sim j$ )는 Table 1에 나타내었다.

## 5. 검증 실험

4 장에서 구해진 초점 심도 예측식을 검증하기 위하여, 실제 입자의 초점 심도를 구하여 예측식과 비교하였다. 실제 입자로는 Fig. 10에 나타낸  $8 \sim 300 \mu\text{m}$  크기의 점이 인쇄된 크기 보정용 타겟을 사용하였다. 사용한 CCD 카메라는 Megaplus II ES4020(ReDLake)이며, 픽셀 크기는  $7.4 \mu\text{m}$ , 픽셀 수는  $2,048 \times 2,048$ 이다. Fig. 11은

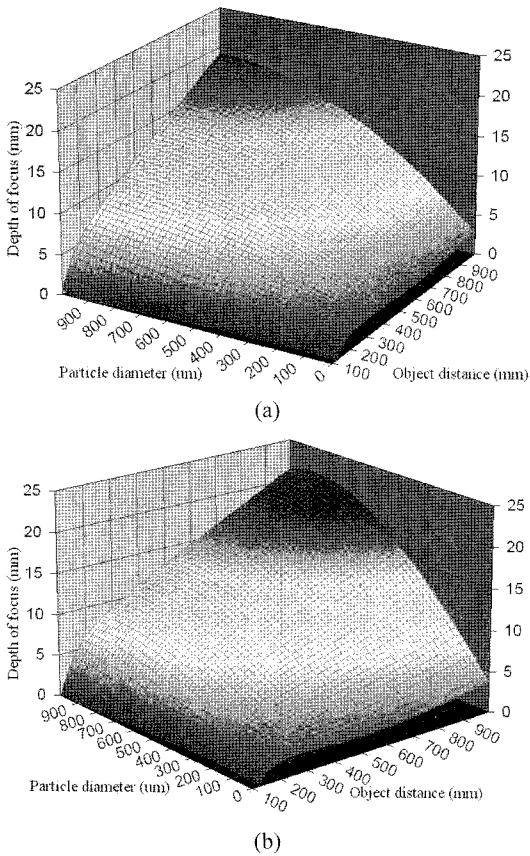


Fig. 9 Fitting surface of depth of focus for the case of  $N = 2,048$ ,  $\Delta x = 7.4 \mu\text{m}$ ; (a)  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ , (b)  $\lambda = 532 \text{ nm}$

Nd-YAG 레이저와 He-Ne 레이저로 기록한 보정용 타겟의 홀로그램이다. 본 연구그룹에서 개발한 초점면 결정

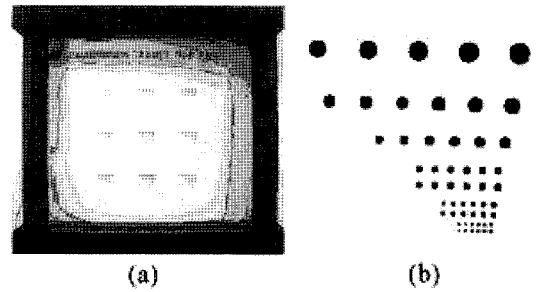


Fig. 10 Calibration target with different size particles; (a) calibration target, (b) magnified image of different size dots

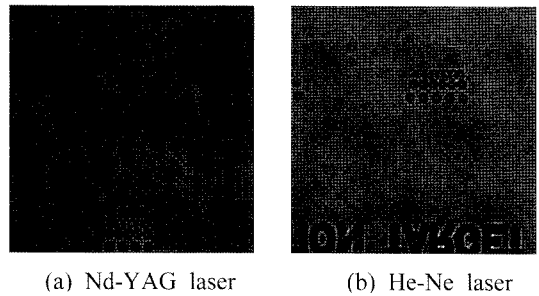


Fig. 11 Holograms of calibration target

방법인 상관계수법<sup>(9)</sup>을 사용하여 결정된 초점면은 각각 240.05, 210.36 mm이다. 이 초점면에서부터 일정 간격으로 입자 이미지를 재생하여 초점 심도를 결정하였다. 이렇게 측정된 초점 심도와 예측식에 의해 계산된 초점 심도를 Table 2에서 비교하여 나타내었다. 예측식이 최대 25  $\mu\text{m}$  이내로 초점 심도를 예측할 수 있음을 알 수 있다.

Table 1 Coefficients appeared in Eqs. (6)~(9)

	Eq. (6)	Eq. (7)	Eq. (8)	Eq. (9)
<i>a</i>	-63.928623	-4.6331195	-325.48841	-437.2604
<i>b</i>	32.181276	976.08605	164.20855	224.64208
<i>c</i>	-5.3075527	-12932.301	-0.006504813	-0.057321606
<i>d</i>	0.29259601	69942.467	-27.3644	-38.168489
<i>e</i>	0.33872165	-204600.58	$5.7500632e^{-5}$	$8.7182136e^{-5}$
<i>f</i>	0.033483965	-0.13339165	-0.011180253	0.0021926936
<i>g</i>	-0.0073906396	0.077429683	1.5158471	2.155625
<i>h</i>	-0.47480124	0.67925082	$-7.120578e^{-10}$	$-7.120578e^{-10}$
<i>i</i>	0.084559688		$-1.0399222e^{-5}$	$-1.2817773e^{-5}$
<i>j</i>	-0.0051103452		0.0024151199	0.0015502325

Table 2 Comparison between measured values and predicted values of depth of focus

Particle Diameter (m)		Depth of Focus (mm)				
		10	51	100	230	300
$\lambda=532$ nm	Measured	2.319	2.413	2.603	3.355	3.869
	Predicted	2.322	2.414	2.591	3.338	3.864
	Error(m)	3	1	12	17	5
$\lambda=632.8$ nm	Measured	1.940	2.064	2.216	2.655	2.920
	Predicted	1.938	2.057	2.207	2.643	2.897
	Error(m)	2	7	9	12	23

## 6. 결 론

본 연구에서는 디지털 입자 홀로그래피에서 입자의 초점 심도에 영향을 미치는 다양한 파라미터, 즉, CCD 카메라의 픽셀 크기와 수, 레이저 파장, 입자 직경, 입자의 광축거리 등의 영향을 수치모사 홀로그래프를 사용하여 조사하였다. 초점 심도는 입자 크기와 광축거리의 증가에 따라 증가하였으며, 반면에 레이저 파장, 픽셀 크기, 픽셀 수의 증가에는 감소하였다. 또한, 일반적인 레이저와 CCD 카메라를 사용하는 경우에 입자 크기와 광축거리 변화에 따른 초점 심도를 예측할 수 있는 식을 구하였다. 초점 심도 예측식은 평면 점에 대한 실제 홀로그래프에서 구해진 초점 심도와 비교, 검증하였으며 최대 오차 25  $\mu\text{m}$  이내로 초점 심도를 예측할 수 있었다.

## 후 기

이 논문은 2008년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구입니다 (KRF-2008-313-D00137).

## 참고문헌

(1) H. Meng, G. Pan, Y. Pu and S. H. Woodward, "Holo-

graphic particle image velocimetry: from film to digital recording", *Meas. Sci. Technol.*, Vol. 15, 2004, pp. 673~685.

(2) M. Malek, D. Allano, S. Cöetmellec, C. Ozkul, D. Lebrun, "Digital in-line holography for three-dimensional two-components particle tracking velocimetry", *Meas. Sci. Technol.*, Vol. 15, 2004, pp. 699~705.

(3) C. S. Vikram, "Particle Field Holography", Cambridge University Press, 1992, pp.6~16.

(4) H. Meng, F. Hussain, "In-line recording and off-axis viewing (IROV) technique for holographic particle velocimetry", *Appl. Opt.*, Vol. 34, 2004, pp. 1827~1840.

(5) W. Yang, A. B. Kostinski, R. A. Shaw, "Depth-of-focus reduction for digital in-line holography of particle fields", *Opt. Lett.*, Vol. 30, 2005, pp. 1305-1305.

(6) U. Schnars, W. Jueptner, "Digital Holography", Springer, 2005, pp. 41~53.

(7) Y. Yang, B. S. Kang, "Application of Digital Holography to Sprays", *Proceedings of Asia Display 2007*, 2007, pp. 2050~2054.

(8) Y. Yang and B. S. Kang, "Numerical simulation of in-line digital holograms", *Proceedings of Asia Display 2007*, 2007, pp. 2055~2059.

(9) Y. Yang, B. S. Kang, and Y. J. Choo, "Application of the correlation coefficient method for determination of the focal plane to digital particle holography", *Appl. Opt.*, Vol. 47, 2008, pp. 817~824.