

밸런싱 로봇 제어

A Control of Balancing Robot

민형기, 김지훈, 윤주한, 정은태, 권성하*

(Hyung Gi Min¹, Ji Hoon Kim¹, Ju Han Yoon¹, Eun Tae Jeung¹, and Sung-Ha Kwon¹)

¹Changwon National University

Abstract: This paper shows to stabilize a balancing robot. We derive the dynamics of a balancing robot and design its controller using LQR method. For stabilizing balancing robot, we introduce a method to detect an angle using inertial sensors. In this study, we use a complementary filter to fuse signals by frequency response of gyroscope and accelerometer in order to measure the inclined angle of balancing robot. The filter coefficients are obtained by least square to minimize error in angle-detecting filter design. And then, after we derive a dynamics of balancing robot using Lagrange method, we linearize that dynamics for using LQR method.

Keywords: balancing robot, segway, gyroscope, accelerometer, complementary filter, LQR

I. 서론

최근 세그웨이(Segway) [1]와 닮은 소형 로봇[2-5]이 관심을 받고 있다. 일인용 이동수단인 세그웨이는 개발된지 10년이 되었으며 전기를 사용하여 친환경적이고 에너지 절약적인 면에서 관심을 받았고, 그 후 개발을 거듭하여 실외 레저용과 도시 직장인의 간편한 출퇴근용으로까지 개발되었다. 또한, 국제공항 경찰에서 최근에는 중국의 도시 테러 진압 부대에까지 그 사용범위가 넓어지고 있다.

이런 세그웨이와 구동 원리와 구조가 닮은 소형 로봇인 밸런싱 로봇이 또한 제어를 전공하는 연구자들에게 많은 관심을 받았다[2-5]. 기존의 역진자 시스템[6]처럼 불안정한 시스템으로 제어기 설계 기법을 연구하는데 좋은 대상이 된다. 그러나 역진자 시스템과는 달리 밸런싱 로봇은 안정화 제어기 구성에서 한 가지 어려움을 더 가지고 있다.

로봇의 기울어지는 각도를 측정하는데 있어서, 자신이고정된 점을 기준으로 각도를 측정하는 방식인 엔코더와 같은 센서를 사용할 수가 없기 때문에, 밸런싱 로봇은 관성 센서를 이용한 상태측정이 필수적이다. 관성 센서를 이용한 각도 측정은 아주 오래 전부터 관심을 받아왔고 지금까지 성능향상을 위하여 많은 연구가 진행되어 왔다. 그 중 일반적으로 각도 추정에서 많이 사용하는 것은 각속도를 검출하는 자이로 센서와 가속도 성분을 검출하는 가속도 센서를 이용하는 방법이 많이 사용되고 있다[7-11].

본 논문에서는 관성 센서를 이용한 각도추정에서 기존의 많은 연구들 중에서 상대적으로 구현이 간단한 필터기법을 이용한다. 그 기법은 주파수 응답특성이 다른 두 관성 센서

의 장점을 이용해서 결합하는 방식이다[11]. 더 나아가 본 논문은 별도의 실험을 통해 최소자승법을 이용하여 두 관성 센서를 결합하는 필터를 좀 더 효율적이고 체계적으로 설계한다. 기존의 밸런싱 로봇을 설계하는 연구들[2-5]과 달리 본 논문은 최소자승법을 이용한 필터의 설계를 통해 밸런싱 로봇 설계 및 제어를 좀 더 간편하고 체계적으로 할 수 있다는 것을 보인다.

본 논문의 구성은 II 장에서 밸런싱 로봇의 동역학을 라그랑지 방법으로 유도하고, III 장에서 로봇의 상태측정을 위해 관성 센서를 이용한 각도추정 필터를 소개하고, 각도 추정 필터를 최소자승법으로 설계하는 방법을 소개한다. 그리고 IV 장에서 선형제어기를 설계하고, 실제 실험을 통해 밸런싱 로봇의 안정화 제어기의 성능을 나타낸다. 마지막으로 V 장에서 결론을 맺는다.

II. 밸런싱 로봇의 동역학

이 장에서는 밸런싱 로봇의 동역학 모델을 라그랑지 방법으로 유도한다. 보통 밸런싱 로봇은 로봇의 진행방향 혹은 진행방향을 의미하는 바퀴의 회전각도와 로봇이 기울어지는 각도를 대상으로 유도하게 되는데, 그러면 두 바퀴의 균형이 맞지 않아 요(yaw)-방향으로 회전하는 현상이 있을 수 있다. 이 장에서는 로봇의 진행방향을 의미하는 바퀴의 회전각도와 로봇이 기울어지는 각도, 그리고 요-방향의 각도를 대상으로 유도된 동역학 모델[5]을 본 논문에 맞게 정리한다.

1. 동역학 구성

그림 1에는 밸런싱 로봇의 개념도가 나타나있다. 그림 1에서 ψ 는 로봇 몸체가 기울어지는 각도이고, ϕ 는 로봇의 요-방향의 회전각도이다. θ_r 과 θ_l 은 각각 로봇의 오른쪽과 왼쪽 바퀴가 회전한 각도이고, L 은 바퀴의 회전 중심 축에서 로봇 몸체의 무게중심까지의 거리, W 는 바퀴와 바퀴사이의 거리, R 은 바퀴의 반지름이다. 두 바퀴가 회전한 각

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2010. 8. 16., 수정: 2010. 10. 4., 채택확정: 2010. 10. 14.
민형기, 김지훈, 윤주한, 정은태, 권성하: 창원대학교 제어계측공학과
(pinkwink.korea@gmail.com/kjihoon01@gmail.com/weekend012@gmail.com/jet26@changwon.ac.kr/shkwon@changwon.ac.kr)

※ 본 연구는 국립창원대학교 교내공모과제[2009-0419-0000]의 지원으로 수행되었음.

도 θ_r 과 θ_l 을 이용해서 로봇의 이동거리를 측정할 때 사용할 θ 를

$$\theta = \frac{1}{2}(\theta_r + \theta_l) \quad (1)$$

로 둔다. 두 바퀴의 중심까지의 위치벡터 \vec{r}_m , 무게 중심까지의 위치벡터 \vec{r}_b , 오른쪽과 왼쪽 바퀴의 회전 중심 각각의 위치벡터 \vec{r}_r , \vec{r}_l 은

$$\vec{r}_m = (x_m, y_m, z_m) \quad (2)$$

$$\vec{r}_b = (x_b, y_b, z_b) \quad (3)$$

$$\vec{r}_r = (x_r, y_r, z_r) \quad (4)$$

$$\vec{r}_l = (x_l, y_l, z_l) \quad (5)$$

이고, 그 각각의 요소들은 모두

$$(x_m, y_m, z_m) = (R\theta\cos\phi, R\theta\sin\phi, R) \quad (6)$$

$$(x_b, y_b, z_b) = (x_m + L\sin\psi\cos\phi, y_m + L\sin\psi\sin\phi, R + L\cos\psi) \quad (7)$$

$$(x_r, y_r, z_r) = (x_m - \frac{W}{2}\sin\phi, y_m + \frac{W}{2}\cos\phi, R) \quad (8)$$

$$(x_l, y_l, z_l) = (x_m + \frac{W}{2}\sin\phi, y_m - \frac{W}{2}\cos\phi, R) \quad (9)$$

이다. 동역학 유도에서 라그랑지(Lagrange) 방법을 사용하기 위해 먼저 병진 운동에너지(T_t)를 고려하면

$$T_t = \frac{1}{2}m(\vec{v}_r \cdot \vec{v}_r + \vec{v}_l \cdot \vec{v}_l) + \frac{1}{2}M\vec{v}_b \cdot \vec{v}_b \quad (10)$$

이다. 여기서 \vec{v}_i ($i=r, l, b$)는 해당 위치벡터의 속도벡터이다. 그리고 회전 운동에너지(T_r)을 고려하면

$$T_r = \frac{1}{2}J_w\dot{\theta}_l^2 + \frac{1}{2}J_w\dot{\theta}_r^2 + \frac{1}{2}J_\psi\dot{\psi}^2 + \frac{1}{2}J_\phi\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}n^2J_m(\dot{\theta}_l - \dot{\psi})^2 + \frac{1}{2}n^2J_m(\dot{\theta}_r - \dot{\psi})^2 \quad (11)$$

이다. 여기서 J_w , J_ψ , J_ϕ , J_m 은 각각 바퀴, 로봇몸체의 진행방향, 진행방향에 수직인 방향, 모터 축의 회전 관성 이너서이고, n 은 모터의 기어비이다. 그리고 밸런싱 로봇의 위치에너지(U)는

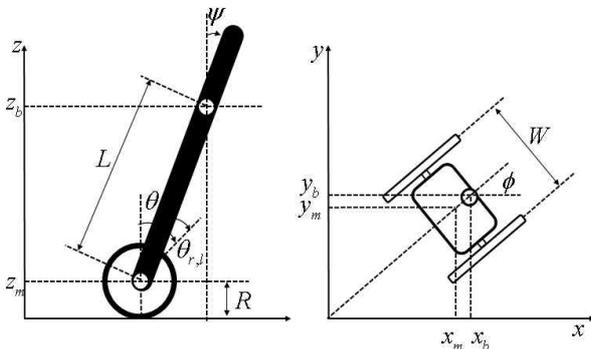


그림 1. 밸런싱 로봇의 개념도.

Fig. 1. The schematic of the balancing robot.

$$U = mgz_r + mgz_l + Mgz_b \quad (12)$$

이다. 전체 운동에너지의 합과 위치에너지의 합의 차로 이루어지는 라그랑지안(Lagrangian) L 은

$$\begin{aligned} L &= T_t + T_r - U \\ &= \frac{1}{2}J_\phi\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}J_\psi\dot{\psi}^2 + J_w\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}L^2M\dot{\phi}^2 \\ &\quad + \frac{1}{2}L^2M\dot{\psi}^2 + \frac{1}{2}MR^2\dot{\theta}^2 + J_m n^2\dot{\psi}^2 \\ &\quad + J_m n^2\dot{\theta}^2 + R^2m\dot{\theta}^2 + \frac{1}{4}W^2m\dot{\phi}^2 - MRg \\ &\quad - 2Rgm - LMg\cos\psi - 2J_m n^2\dot{\psi}\dot{\theta} \\ &\quad - \frac{1}{2}L^2M\dot{\phi}^2\cos^2\psi + \frac{1}{4R^2}J_w W^2\dot{\phi}^2 \\ &\quad + \frac{1}{4R^2}J_m W^2n^2\dot{\phi}^2 + LMR\dot{\psi}\dot{\theta} \end{aligned} \quad (13)$$

이고, 라그랑지 방정식

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\eta}} - \frac{\partial L}{\partial \eta} = F_\eta, \quad \eta = [\theta, \psi, \phi]^T \quad (14)$$

에 적용하여 정리하면

$$(2J_w + MR^2 + 2J_m n^2 + 2R^2m)\ddot{\theta} + (LMR\cos\psi - 2J_m n^2)\ddot{\psi} - LMR\dot{\psi}^2\sin\psi = F_\theta \quad (15)$$

$$(LMR\cos\psi - 2J_m n^2)\ddot{\theta} + (J_\psi + L^2M + 2J_m n^2)\ddot{\psi} - LMg\sin\psi - L^2M\dot{\phi}^2\sin\psi\cos\psi = F_\psi \quad (16)$$

$$(J_\phi + \frac{1}{2}W^2m + \frac{1}{2R^2}J_w W^2 + L^2M\sin^2\psi)\ddot{\phi} + \frac{1}{2R^2}J_m W^2n^2\ddot{\phi} + 2L^2M\dot{\phi}\dot{\psi}\sin\psi\cos\psi = F_\phi \quad (17)$$

이다. 이 때, 일반적인 DC 모터의 방정식을 이용하여 모터의 힘(F)은

$$F = n \frac{K_t}{R_m} (v + K_b(\dot{\psi} - \dot{\theta})) + f_m(\dot{\psi} - \dot{\theta}) \quad (18)$$

로 표현할 수 있다. 여기서 v 는 모터에 인가되는 전압이고, $(\dot{\psi} - \dot{\theta})$ 성분은 로봇의 몸체를 기준으로 바퀴가 돌아간 각속도를 의미한다. 이때, K_t 는 모터의 토크상수, R_m 은 모터 저항, f_m 은 모터축의 마찰계수, K_b 는 역기전력상수이고, 모터 인덕턴스는 무시한다. 식 (18)을 이용해서 식 (15), (16)의 외력(F_θ , F_ψ)을 구하면

$$F_\theta = \alpha(v_r + v_l) - 2\beta\dot{\theta} + 2\beta\dot{\psi} \quad (19)$$

$$F_\psi = -\alpha(v_r + v_l) + 2\beta\dot{\theta} - 2\beta\dot{\psi} \quad (20)$$

이다. 그리고 식 (17)의 외력 F_ϕ 는 그림 1 (b)에서 로봇 몸체의 폭(W)과 바퀴의 지름($2R$)에 관한 비를 고려하여 식 (18)을 적용하면

$$F_\phi = \frac{W}{2R}\alpha(v_r - v_l) - \frac{W^2}{2R^2}\beta\dot{\phi} \quad (21)$$

이다. 여기서 α 와 β 는

$$\alpha = \frac{nK_t}{R_m}, \quad \beta = \alpha + f_m \quad (22)$$

이다.

2. 선형화

식 (15-17)에 나타난 라그랑지 방정식을 먼저 선형화하면

$$(2J_w + MR^2 + 2J_m n^2 + 2R^2 m) \ddot{\theta} + (LMR - 2J_m n^2) \ddot{\psi} = F_\theta \quad (23)$$

$$(LMR - 2J_m n^2) \ddot{\theta} + (J_\psi + L^2 M + 2J_m n^2) \ddot{\psi} - LMg \psi = F_\psi \quad (24)$$

$$\left(J_\phi + \frac{1}{2} W^2 m + \frac{1}{2R^2} J_w W^2 + \frac{1}{2R^2} J_m W^2 n^2 \right) \ddot{\phi} = F_\phi \quad (25)$$

이다. 여기에 식 (19-21)을 적용하고 제어입력 u_1, u_2

$$u_1 = v_r + v_l \quad (26)$$

$$u_2 = v_r - v_l \quad (27)$$

로 두고 정리하면

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{Den} \left[\{-2\beta LMR - 2\beta J_\psi - 2(f_w + \beta)L^2 M\} \dot{\theta} + \{2\beta LMR + 2\beta J_\psi + 2\beta L^2 M\} \dot{\psi} + \{-RgL^2 M^2 + 2J_m g L M n^2\} \psi + \{\alpha LMR + \alpha J_\psi + \alpha L^2 M\} u_1 \right] \quad (28)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{Den} \left[-\{-4J_w \beta - 4R^2 m \beta + 4\beta J_m n^2 - 2MR^2 \beta - 4J_m n^2 \beta - 2\beta LMR\} \dot{\theta} - \{4J_w \beta + 4R^2 m \beta + 2\beta MR^2 + 2\beta LMR\} \dot{\psi} + \{LgM^2 R^2 + 2LgmMR^2 + 2J_m LgMn^2 + 2J_w LgM\} \psi - \{2J_w \alpha + 2R^2 m \alpha + MR^2 \alpha + LMR \alpha\} u_1 \right] \quad (29)$$

$$\ddot{\phi} = -\frac{1}{(mR^2 W^2 + 2J_\phi R^2 + J_m W^2 n^2)} \times \{W^2 \beta \dot{\phi} + RW \alpha u_2\} \quad (30)$$

이다. 여기서 Den 은

$$Den = (2J_\psi J_w + 2J_w L^2 M + J_\psi MR^2 + 2J_m J_\psi n^2 + 4J_m J_w n^2 + 2J_\psi R^2 m - L^2 M^2 R^2 + 2J_m L^2 M n^2 + 2J_m MR^2 n^2 + 2L^2 MR^2 m + 4J_m R^2 m n^2 + 4J_m LMR n^2) \quad (31)$$

이다. 밸런싱 로봇을 연구한 기존의 연구[5]에서는 요 상태에 대한 제어기와 나머지 상태에 대한 제어기를 별도로 설계하기 위해 상태방정식을 분리했지만, 본 논문에서는 전체 상태에 대해 LQR[12] 방법을 이용하여 제어기를 설계한다. 식 (28-30)을 상태방정식의 형태

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \\ \ddot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & A_{43} & A_{44} & 0 & A_{46} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{55} & 0 \\ 0 & 0 & A_{63} & A_{64} & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \phi \\ \psi \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ B_{41} & 0 \\ 0 & B_{52} \\ B_{61} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (32)$$

로 표현하면, 행렬의 각 요소들은

$$A_{43} = \frac{1}{Den} \{-RgL^2 M^2 + 2J_m g L M n^2\} \quad (33)$$

$$A_{44} = \frac{1}{Den} \{-2\beta LMR - 2\beta J_\psi - 2\beta L^2 M\} \quad (34)$$

$$A_{46} = \frac{1}{Den} \{2\beta LMR + 2\beta J_\psi + 2\beta L^2 M\} \quad (35)$$

$$A_{55} = -\frac{W^2 \beta}{(mR^2 W^2 + 2J_\phi R^2 + J_m W^2 n^2 + J_w W^2)} \quad (36)$$

$$A_{63} = \frac{1}{Den} \{LgM^2 R^2 + 2LgmMR^2 + 2J_m LgMn^2 + 2J_w LgM\} \quad (37)$$

$$A_{64} = -\frac{1}{Den} \{-4J_w \beta - 4R^2 m \beta + 4\beta J_m n^2 - 2MR^2 \beta - 4J_m n^2 \beta - 2\beta LMR\} \quad (38)$$

$$A_{66} = -\frac{1}{Den} \{4J_w \beta + 4R^2 m \beta + 2\beta MR^2 + 2\beta LMR\} \quad (39)$$

$$B_{41} = \frac{1}{Den} \{\alpha LMR + \alpha J_\psi + \alpha L^2 M\} \quad (40)$$

$$B_{52} = -\frac{RW \alpha}{(mR^2 W^2 + 2J_\phi R^2 + J_m W^2 n^2 + J_w W^2)} \quad (41)$$

$$B_{61} = -\frac{1}{Den} \{2J_w \alpha + 2R^2 m \alpha + MR^2 \alpha + LMR \alpha\} \quad (42)$$

이다.

III. 상태 측정

이 장에서는 밸런싱 로봇의 안정화 제어기 설계를 위해 로봇의 각 상태를 측정하는 방법을 다룬다. 특히 로봇이 기울어지는 각도를 측정하는 방법으로 자이로 센서와 가속도 센서를 이용한 각도 추정 필터를 최소자승법을 이용해서 설계한다.

1. 관성 센서를 이용한 각도 검출

관성 센서를 이용해서 각도를 추정하는 방법에서 많이 사용되는 센서는 각속도를 측정하는 자이로 센서와 직선 가속도 성분을 검출하는 가속도 센서이다. 자이로 센서만으로 각도를 검출하는 것은 특히 소형 MEMS형 자이로의 경우 각속도의 오차가 누적되는 현상을 가지고, 가속도 센서로 각도를 검출하는 방법은 가속도 센서의 중심이 측정하고자 하는 물체의 회전 중심과 일치하지 않으면 각도 검출에 오차가 발생한다.

이를 해소하기 위한 많은 방법 중에 두 센서를 병합해서 사용하는 방법이 있다. 그 중 본 논문에서는 그림 2의 보정 필터를 사용한다. 그림 2의 방법은 주파수 응답 특성이 다른 두 센서(자이로, 가속도)의 장점을 조합하는 것으로 이를 수식으로 표현하면 필터의 출력 θ_f 는

$$\theta_f = \frac{1}{s} \left[\dot{\theta}_g - \left(K_p + \frac{1}{s} K_i \right) (\theta_f - \theta_c) \right] \quad (43)$$

이고, $\dot{\theta}_g$ 는 자이로 센서에서 얻은 각속도, θ_c 는 가속도 센서에서 얻은 각도이다. 식 (43)을 전개하면

$$\theta_f = \frac{s^2}{s^2 + K_p s + K_i} \left[\frac{1}{s} \dot{\theta}_g \right] + \frac{K_p s + K_i}{s^2 + K_p s + K_i} \theta_c \quad (44)$$

이다. 식 (43)을 통해 그림 2는 자이로 센서의 각속도를 적분하여 얻은 각도에는 고역통과필터를, 가속도센서에서 얻은 각도에는 저역통과필터를 각각 설계했다는 것을 알 수 있다. 이제 식 (43)의 필터계수(K_p , K_i)를 확립하는 실험이 필요하다.

2. 최소자승법을 이용한 보정 필터 설계

식 (43)으로 표현되는 그림 2의 필터계수를 확립하기 위해 그림 3의 실험장비를 사용한다. 그림 3의 장비는 회전형 진자 시스템으로 진자(pendulum)와 암(arm)의 연결부위에는 자이로 센서(InvenSense 사의 IDG300)와 가속도센서(Freescale사의 MMA7260QT)가 부착되어 있으며, 비교를 위해 회전형 엔코더(Autonics사의 E30S500)를 장착하였다. 데이터 수집 및 필터 구현을 위해 DSP-2812를 프로세서로 사용한다.

식 (43)에서 필터 결과인 θ_f 를 참값에 가장 근접한 엔코더에서 얻은 각 θ_e 이라 하고 미분하면

$$\dot{\theta}_e = \dot{\theta}_g - \left(K_p + \frac{1}{s} K_i \right) (\theta_e - \theta_c) \quad (45)$$

이고, 이를 정리하면

$$\left(\theta_e - \theta_c \quad \frac{1}{s} (\theta_e - \theta_c) \right) \begin{bmatrix} K_p \\ K_i \end{bmatrix} = \dot{\theta}_g - \dot{\theta}_e \quad (46)$$

이다. 여기서 필터계수를 구하기 위해 그림 3의 암과 진자를 동시에 흔드는 실험을 수행하고 전체 실험 데이터를

$$\theta_e = \begin{bmatrix} \theta_e(1) \\ \theta_e(2) \\ \vdots \\ \theta_e(k) \end{bmatrix}, \theta_c = \begin{bmatrix} \theta_c(1) \\ \theta_c(2) \\ \vdots \\ \theta_c(k) \end{bmatrix}, \dot{\theta}_g = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_g(1) \\ \dot{\theta}_g(2) \\ \vdots \\ \dot{\theta}_g(k) \end{bmatrix} \quad (47)$$

로 두고, 식 (46)을 다시 표현하면

$$\left[\theta_e - \theta_c \quad \frac{1}{s} (\theta_e - \theta_c) \right] \begin{bmatrix} K_p \\ K_i \end{bmatrix} = [\dot{\theta}_g - \dot{\theta}_e] \quad (48)$$

이다. 이를 최소자승법을 이용하여 필터 계수 K_p 와 K_i 를 구하면

$$\begin{bmatrix} K_p \\ K_i \end{bmatrix} = (A^T A)^{-1} A^T B \quad (49)$$

이고, 여기서 A , B 는

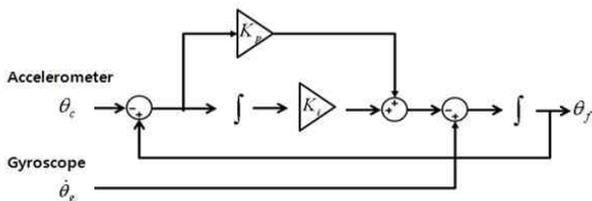


그림 2. 자세추정 필터[11].

Fig. 2. Conventional attitude estimator[11].

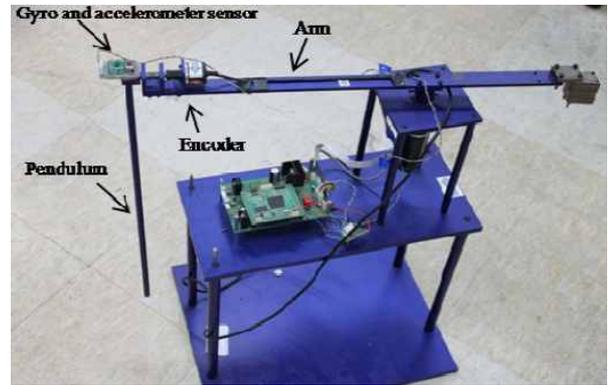


그림 3. 회전형 진자 시스템.

Fig. 3. Rotary type pendulum system.

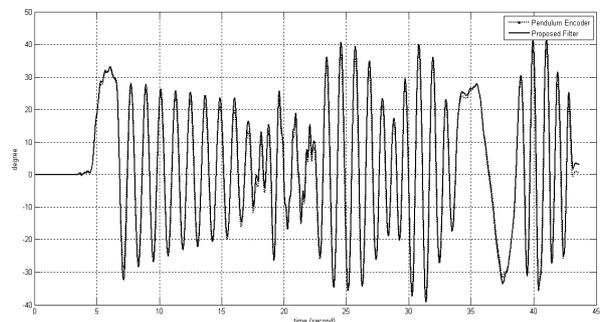


그림 4. 자세추정 필터 결과 설계를 위한 실험 결과.

Fig. 4. The test result for designing attitude filter.

$$A = \begin{bmatrix} \theta_e - \theta_c & \frac{1}{s} (\theta_e - \theta_c) \end{bmatrix}, B = [\dot{\theta}_g - \dot{\theta}_e] \quad (50)$$

이다. 식 (50)에 실험으로 얻은 엔코더(θ_e), 가속도 센서(θ_c), 자이로 센서($\dot{\theta}_g$)의 결과를 적용하면

$$K_p = 0.1664, K_i = 0.0089 \quad (51)$$

이다. 그림 4는 식 (51)의 필터 계수를 그림 2의 보정필터에 적용한 결과이다.

3. 각 상태 측정

밸런싱 로봇을 제어하기 위해 측정해야 하는 상태는 로봇의 이동거리를 의미하는 θ , 로봇의 기울어지는 각도 ψ 와 로봇의 요-방향의 회전한 각도 ϕ 와 그 상태(θ, ψ, ϕ)의 각 속도이다.

먼저 로봇이 기울어지는 각도인 ψ 는 그림 2의 자세 보정 필터를 사용한다. 이 필터는 자이로 센서와 가속도 센서를 이용해서 현재의 각도를 추정하며, 본 논문에서는 최소자승법을 이용해서 식 (43)의 보정필터 계수를 식 (51)에 나타내었다. 그리고, 로봇의 기울어지는 각속도 $\dot{\psi}$ 는 자이로 센서에서 구한다.

로봇의 이동거리를 의미하는 각도 θ 는 식 (1)에서 표현했듯이 두 바퀴의 회전각도의 평균으로 생각한다. 이 때, 두 바퀴의 회전각도는 로봇 몸체의 기울어진 각도 ψ 와 모터에 내장된 엔코더에서 읽은 각도의 차이로 계산해야한다. 그리고 로봇의 이동속도인 $\dot{\theta}$ 를 차분하여 얻는다.

밸런싱 로봇의 요-방향의 회전각도 ϕ 는 그림 1에서 두 바퀴의 회전 각도(θ_r, θ_l)를 이용해서 삼각비를 이용하면

$$\phi = \frac{R}{W}(\theta_r - \theta_l) \quad (52)$$

임을 쉽게 알 수 있다. 요-방향의 각속도는 ϕ 를 차분하여 계산한다.

IV. 선형제어기 설계

본 장에서는 II 장에서 구한 밸런싱 로봇의 선형동역학 모델을 이용해서 선형제어기를 설계하고 실제 실험 결과를 제시한다. 그 전에 표 1에서 실제 본 논문이 다루는 밸런싱 로봇의 파라미터이다. 표 1에서 J_ψ, J_ϕ, J_w 는 그림 5의 로봇 형태에 대해 간단히 추정하였고, f_m 은 1차계 시스템으로 표현할 수 있는 모터의 특성을 이용해서 측정하였다. 그리고 나머지 파라미터는 측정하거나 해당 제품의 데이터 시트에서 제공되는 수치를 사용하였다.

1. LQR 제어기 설계

대표적인 선형제어기 설계기법인 LQR [12] 기법을 사용하기 위해, 표 1의 파라미터를 식 (32)에 대입하고, 가중치 행렬 Q, R 을

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (53)$$

로 두고, MATLAB의 LQR 툴박스를 이용해 구한 제어게인 K 는

$$K = \begin{bmatrix} -3.16 & 0 & -293.37 & -10.49 & 0 & -49.10 \\ 0 & -3.16 & 0 & 0 & -0.01 & 0 \end{bmatrix} \quad (54)$$

표 1. 밸런싱 로봇의 파라미터.

Table 1. Parameters of balancing robot.

기호	파라미터	수치
g	중력가속도	9.8 m/s^2
m	바퀴의 질량	0.169 kg
n	모터의 기어비	50
R	바퀴의 반지름	0.06 m
L	로봇 무게 중심까지의 거리	0.267 m
W	로봇의 폭	0.22 m
D	로봇의 너비	0.22 m
M	로봇 몸체의 질량	2.240 kg
J_ψ	로봇의 이너셔 (pitch)	0.0353 kg m^2
J_ϕ	로봇의 이너셔 (yaw)	0.0181 kg m^2
J_w	바퀴의 이너셔	0.0003 kg m^2
J_m	모터 축의 이너셔	0.00001 kg m^2
f_m	모터의 마찰 계수	1.7747
K_t	모터의 토크 상수	0.5763 Nm/A
R_m	모터 저항	$28.2 \text{ } \Omega$
K_b	역기전력 상수	5.9 Vsec/rad

이다. 여기서 제어입력은

$$U = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = -KX, \quad X = [e_\theta \ e_\phi \ \psi \ \dot{\theta} \ \dot{\phi} \ \dot{\psi}]^T \quad (55)$$

이고, θ 의 기준신호 θ_r 와 ϕ 의 기준신호 ϕ_r 에 대한 에러는

$$e_\theta = \theta - \theta_r \quad (56)$$

$$e_\phi = \phi - \phi_r \quad (57)$$

이다.

2. 실험 결과

그림 5는 본 논문이 대상으로 하는 밸런싱 로봇이다. 그림 5에서 “1”은 그림 2의 자세 추정 필터를 구현하기 위한 자이로 센서(InvenSense사의 IDG300)와 가속도 센서(Freescale사의 MMA7260QT)가 위치하며, “2”는 밸런싱 로봇의 제어와 데이터 모니터링을 위한 DSP-2812 보드와 DC 모터 드라이버 (LMD18200T)가 장착되어 있다. 밸런싱 로봇을 구동하는 DC 모터는 D&J사의 RB35GM-12 TYPE(1/50)이다.

식 (56)의 θ 의 기준 신호 θ_r 을 그림 6의 점선과 같이 적절한 시간에 4rad 으로 회전하도록 설정한다. 주어진 기준 신호에 대한 로봇 바퀴의 회전각도인 θ 의 결과가 그림 6의 실선으로 나타나있다. 이 때, 로봇의 기울어진 각도 ψ 가 그림 7에 나타나있다. θ_r 이 변한 4초에서 로봇이 상대적으로 크게 흔들리지만 곧 안정화가 되는 것을 확인할 수 있다.

식 (57)의 로봇의 요-방향의 기준신호 ϕ_r 을 그림 8의 점선과 같이 인가했을 때, 로봇의 요-방향으로의 움직임이 역시 기준신호를 따라 추적하고 있음을 그림 8의 실선으로 나타내었다. 그래프로 나타내지는 않았지만 실험에서, 식 (54)의 제어게인을 식 (55)에 적용하여 계산한 제어입력(u_1, u_2)을 식 (26)과 (27)을 역으로 이용하여 계산한 실제 양쪽 모터에 인가한 전압(v_r, v_l)은 $\pm 10 \text{ V}$ 이내에서 인가되고 있었다.

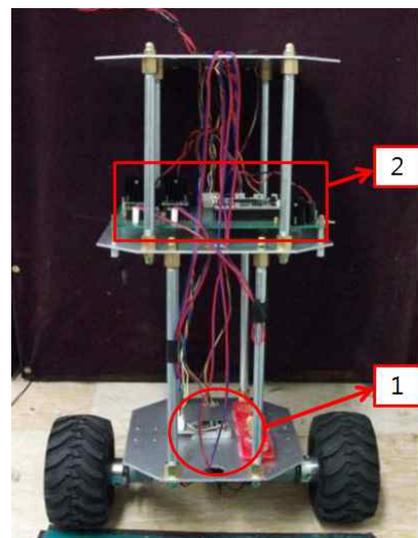


그림 5. 밸런싱 로봇.

Fig. 5. The balancing robot.

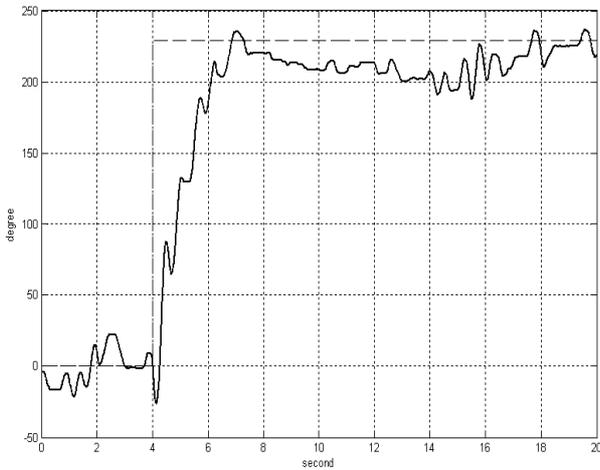


그림 6. 바퀴의 회전각도 트래킹.

Fig. 6. Tracking for rotational angle of wheels.

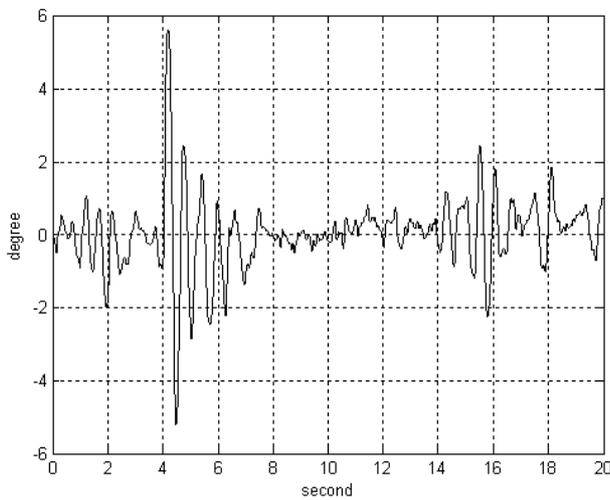


그림 7. 그림 6의 테스트에서 로봇의 각도.

Fig. 7. The angle of robot in Fig. 6.

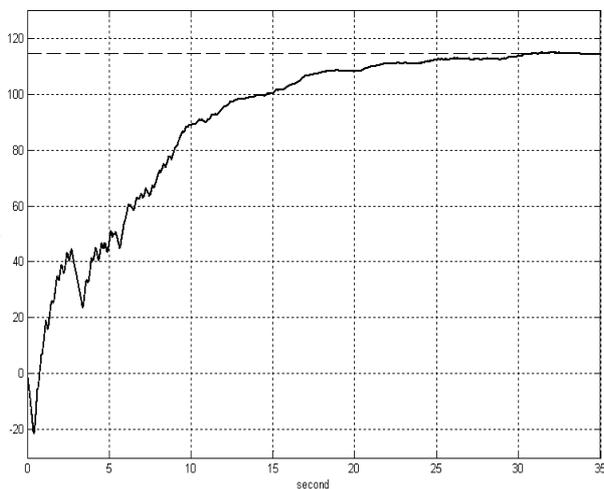


그림 8. 요-방향 트래킹.

Fig. 8. Yaw tracking.

V. 결론

본 논문은 밸런싱 로봇의 안정화에 관한 연구를 수행하였다. 요-방향의 움직임을 포함한 동역학을 유도하고, 선형제어기를 설계하였다. 로봇의 기울어지는 각도를 측정하기 위해 관성 센서를 사용하였다. 관성 센서를 이용한 각도 측정에서 자이로 센서와 가속도 센서를 병합하는 방법을 사용하였는데, 이때 좀 더 좋은 성능을 얻기 위해 최소자승법을 이용해 설계하였다. 실제 제작된 밸런싱 로봇을 이용해 좋은 제어성능을 가짐을 보였고, 더불어 특정 위치로 이동하는 기준 신호에 대한 결과를 보였다. 추가로 구동되는 동영상은 웹페이지[13]에 게시하였다.

참고문헌

- [1] Segway korea, <http://www.segway-korea.com>.
- [2] H. G Ha and J. M Lee, "A Control of mobile inverted pendulum using single accelerometer," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, vol. 16, no. 5, pp. 440-445, 2010.
- [3] J. H. Kim, G. H. Ha, and E. Y. Cho, "Controller design of balancing using IMU sensors," *ICROS Annual Conference 2010*, Chuncheon, Korea, pp.453-548, May 2010.
- [4] J. -M. Yun, J. -K. Lee, and J. -M. Lee, "An efficient horizontal maintenance technique for the mobile inverted pendulum," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, vol. 13, no. 7, pp. 656-663, 2007.
- [5] Technical report of LEGO Mindstorm, <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/19147>
- [6] Wikipedia's pendulum page, http://en.wikipedia.org/wiki/Inverted_pendulum.
- [7] V. Krishnan, "Measurement of angular velocity and linear acceleration using linear accelerometers," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 280, no. 4, pp. 307-315, 1965.
- [8] C. W. Kang, Y. M. Yoo, and C. G. Park, "Performance improvement of attitude estimation using modified euler angle based Kalman Filter," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, vol. 14, no. 9, pp. 881-885, 2008.
- [9] D. Gaylor and E. Lightsey, "GPS/INS Kalman filter design for spacecraft operating in the proximity of International Space Station," *Proc. of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, 2003.
- [10] H. J. Luinge and P. H. Veltink, "Measuring orientation of human body segments using miniature gyroscope and accelerometers," *Medical & Biological Engineering & Computing*, vol. 43, pp. 273-282, 2005.
- [11] S. H. Hong, "Fuzzy logic based closed-loop strapdown attitude system for unmanned aerial vehicle (UAV),"

Sensors and Actuators, A, 107, pp. 109-118, 2003.

[12] R. C. Dorf, R. H. Bishop, *Modern Control System 10th Edition: Optimal Control System*, Person Education, Inc.,

2005.

[13] Youtube, <http://www.youtube.com/watch?v=8GPhC5ZctvI>.



민형기

2002년 창원대학교 제어계측공학과 졸업. 2004년 동 대학원 석사. 2004년~현재 창원대학교 제어계측공학과 박사과정 이수중. 관심분야는 모델링 및 현대제어기법.



김지훈

2009년 창원대학교 제어계측공학과 졸업. 2009년~현재 창원대학교 제어계측공학과 석사과정 이수중. 관심분야는 모델링 및 현대제어기법.



윤주한

2008년 창원대학교 제어계측공학과 졸업. 2008년~현재 창원대학교 제어계측공학과 석사과정 이수중. 관심분야는 모델링 및 현대제어기법.



정은태

1991년 경북대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1993년 동 대학원 전자공학과 졸업(공학석사). 1996년 동 대학원 전자공학과 졸업(공학박사). 1997년~현재 창원대학교 공과대학 제어계측공학과 교수. 관심분야는 건설제어, 시간지연시스템의 안정화, T-S 퍼지 모델링 및 제어, 관성항법센서 등.

권성하

제어·자동화·시스템공학 논문지 제4권 제2호 참조.