

## 측정에러가 있는 적분기 시스템에서의 상태 궤환 제어기 설계 및 분석

### Design and Analysis of a State Feedback Controller for a Chain of Integrators System under Measurement Noise

윤재승, 최호림\*

(Jae-Seung Youn<sup>1</sup> and Ho-Lim Choi<sup>1</sup>)

<sup>1</sup>Dong-A University

**Abstract:** In this paper, we propose a fault-tolerant controller for compensating measurement noise of feedback sensor. Because control systems operate via feedback sensor's signal, the measurement noise in sensor's signal results in performance degradation or even system failure. Therefore, control systems often demand on compensating measurement noise. Our controller is equipped with a compensator in order to reject or reduce the effect of measurement noise in feedback information. Our proposed method is verified via simulation and experiment for a Ball and Beam system.

**Keywords:** measurement noise, compensator, chain of integrators, input-output linearization, ball and beam system

#### I. 서론

제어 시스템은 센서를 통한 데이터의 측정값을 기준으로 동작하므로 센서 신호의 measurement noise(측정에러)는 피드백 신호를 왜곡시키고 이로 인하여 제어 시스템의 제어입력 또한 왜곡시킴으로써 전체 시스템에 큰 고장을 야기시킨다. 따라서 이러한 측정에러에 대한 적절한 보상이 요구된다[1-3]. 이러한 측정에러의 보상에 대한 연구는 [1]에서 최적화 기법을 적용한 PID 제어기를 통하여 필터링 하였으나 구체적인 분석을 하지 않았으며, [3]에서 제한된 범위의 측정에러를 보상하는 등 많은 노력이 시도되었다.

본 논문에서는 센서의 고장으로 feedback(궤환) 신호에 포함되는 AC 측정에러를 가정하고[4], chain of integrators 시스템(적분기 시스템)에 적용하여 이를 보상하는 보상기와 보상기의 추가로 인하여 발생하는 패널티를 줄이기 위하여 switching control(스위칭 제어기법)을 적용하여 선형시스템에서의 센서의 측정에러를 보상하는 제어기를 제안한다. Ball and Beam 시스템을 입-출력 궤환 선형화 기법을 사용하여 선형화하고 제안된 제어기법을 이에 적용하여 시뮬레이션 및 실험으로 유효성을 검증하였다.

#### II. AC 측정에러를 보상하는 보상기

1차 적분기 시스템에 센서의 고장으로 인하여 신호에 AC 측정에러가 포함되는 것을 가정하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u & \dot{\bar{x}} &= u \\ u &= -kx \Rightarrow u &= -k\bar{x} \\ y &= x & y &= \bar{x} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $\bar{x} = x + d(t)$  는 AC 측정에러가 포함된 신호이고,  $d(t) = \alpha \sin \omega t$  는 AC 측정에러를 나타낸 것이다.

AC 측정에러가 포함될 경우 시스템의 응답을 확인하기 위하여 라플라스 변환을 적용하면 다음과 같다.

$$X(s) = \frac{1}{s+k} x(0) - \frac{\alpha k \omega}{(s^2 + \omega^2)(s+k)} \quad (2)$$

여기서  $k > 0$  일 때 극점의 실수부가 음수인 항은 final value theorem을 통하여 0으로 수렴하게 되고 final value theorem을 적용할 수 없는 (3)이 남게 된다[5,6].

$$\frac{A}{s+j\omega} + \frac{B}{s-j\omega} = \frac{A(s-j\omega) + B(s+j\omega)}{s^2 + \omega^2} \quad (3)$$

이때  $A, B$  는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A &= -\frac{\alpha k \omega}{(s-j\omega)(s+k)} \Big|_{s=-j\omega} = \frac{\alpha k}{2(\omega + jk)} \\ B &= -\frac{\alpha k \omega}{(s+j\omega)(s+k)} \Big|_{s=j\omega} = \frac{\alpha k}{2(\omega - jk)} \end{aligned}$$

(3)에서  $A/(s+j\omega), B/(s-j\omega)$  는 극점이 0 점에 있는 진동하는 값이고 (3)의 크기 즉,  $A(s-j\omega) + B(s+j\omega)$  는 AC 측정에러로 인하여 발생한 성분으로 다음과 같다.

$$A(s-j\omega) + B(s+j\omega) = \alpha k \frac{\omega s - k\omega}{\omega^2 + k^2} \quad (4)$$

따라서  $\omega$  가 작은 값을 가질수록 (4)는 큰 값을 갖게 되고 정상상태에서의 AC 측정에러의 영향이 커짐을 알 수 있다. 그러므로 필터계수  $a$  의 조절을 통하여  $\omega$  보다 상대적으로 낮은 차단 주파수를 갖는 (5)와 같은 저역통과 필터를 보상기로 추가함으로써 AC 측정에러의 영향을 감소시킬 수 있다.

\* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2010. 3. 31., 수정: 2010. 7. 5., 채택확정: 2010. 8. 2.

윤재승, 최호림: 동아대학교 전기공학과

(renyts@hanmail.net/hlchoi@dau.ac.kr)

\* 본 논문은 동아대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구되었음.

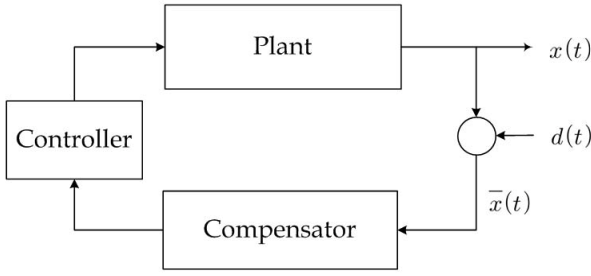


그림 1. 보상기와 AC 측정에러가 포함된 시스템.  
Fig. 1. The system is included with compensator and AC measurement noise.

$$\frac{1}{a}e^{-\frac{1}{a}} \Rightarrow \frac{1}{as+1} \quad (5)$$

AC 측정에러를 보상하기 위하여 보상기를 포함시킬 때 시스템은 그림 1과 같다.

**III. AC 측정에러와 보상기가 포함된 n차 시스템**

n 차 적분기 시스템에서  $x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n$  는 정상적인 궤환 신호를 갖고  $x_i$  의 궤환 신호에 AC 측정에러가 발생함을 가정하고 이를 보상하기 위한 보상기를 추가하면 (6)과 같으며 여기서  $1 \leq i \leq n$  이다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= x_n \\ \dot{x}_n &= u \\ u &= -k_1x_1 - k_2x_2 - \dots - k_{i-1}x_{i-1} \\ &\quad -k_i(x_i + \alpha \sin \omega t) * \frac{1}{a}e^{-\frac{1}{a}} \\ &\quad -k_{i+1}x_{i+1} - \dots - k_nx_n \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (6)$$

(6)에 라플라스 변환을 적용하여 정리하면 (7)과 같다.

$$\begin{aligned} X_1(s) &= \frac{\delta_{ni,1}(s)}{\delta_{ni}(s)}x_1(0) + \frac{\delta_{ni,2}(s)}{\delta_{ni}(s)}x_2(0) + \dots \\ &\quad + \frac{\delta_{ni,n}(s)}{\delta_{ni}(s)}x_n(0) - \frac{\alpha k_i \omega}{(s^2 + \omega^2)\delta_{ni}(s)} \end{aligned} \quad (7)$$

(7)에서  $\delta_{ni}(s)$  는 AC 측정에러와 보상기가 없을때의 특성방정식  $\Delta(s) = s^n + k_n s^{n-1} + k_{n-1} s^{n-2} + \dots + k_2 s + k_1$  에서  $k_i$  항을 제외한 모든 항에  $(as+1)$  을 곱한 형태로 (8)과 같이 나타낼 수 있으며  $\delta_{ni,1}(s), \dots, \delta_{ni,n}(s)$  는 (9)와 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\delta_{ni}(s)}{as+1} &= s^n + k_n s^{n-1} + \dots + k_{i+1} s^i + \frac{k_i}{as+1} s^{i-1} \\ &\quad + k_{i-1} s^{i-2} + \dots + k_2 s + k_1 \\ \delta_{ni}(s) &= as^{n+1} + (1 + ak_n)s^n + (k_n + ak_{n-1})s^{n-1} \\ &\quad + \dots + (k_{i+2} + ak_{i+1})s^{i+1} + k_{i+1}s^i \\ &\quad + (k_i + ak_{i-1})s^{i-1} + \dots + (k_2 + ak_1)s + k_1 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \delta_{ni,1}(s) &= \frac{\delta_{ni}(s) - k_1(as+1)}{s} \\ \delta_{ni,2}(s) &= \frac{\delta_{ni,1}(s) - k_2(as+1)}{s} \\ &\vdots \\ \delta_{ni,i-1}(s) &= \frac{\delta_{ni,i-2}(s) - k_{i-1}(as+1)}{s} \\ \delta_{ni,i}(s) &= \frac{\delta_{ni,i-1}(s) - k_i}{s} \\ \delta_{ni,i+1}(s) &= \frac{\delta_{ni,i}(s) - k_{i+1}(as+1)}{s} \\ &\vdots \\ \delta_{ni,n}(s) &= \frac{\delta_{ni,n-1}(s) - k_n(as+1)}{s} = as+1 \end{aligned} \quad (9)$$

$\delta_{ni}(s)$  가 Hurwitz polynomial일 때 (7)에서 극점의 실수부가 음수인  $\delta_{ni}(s)$  의 항은 final value theorem을 통하여 0 으로 수렴하게 되고 그렇지 않은 (10)이 남게 된다.

$$\frac{A}{s+j\omega} + \frac{B}{s-j\omega} = \frac{A(s-j\omega) + B(s+j\omega)}{s^2 + \omega^2} \quad (10)$$

여기서 A, B는 다음과 같고

$$\begin{aligned} A &= \frac{k_i \alpha}{2(\beta_{ni}(\omega) + j\gamma_{ni}(\omega))}, \quad B = \frac{k_i \alpha}{2(\beta_{ni}(\omega) - j\gamma_{ni}(\omega))} \\ \beta_{ni}(\omega) &= \text{Im}(\delta_{ni}(s)|_{s=j\omega}), \quad \gamma_{ni}(\omega) = \text{Re}(\delta_{ni}(s)|_{s=j\omega}) \end{aligned}$$

이다. 따라서 AC 측정에러의 영향을 억제하기 위하여 (10)의 크기 즉,  $A(s-j\omega) + B(s+j\omega)$  를 최소화 시켜야 한다.

$$\begin{aligned} &A(s-j\omega) + B(s+j\omega) \\ &= k_i \alpha \frac{\beta_{ni}(\omega)s - \gamma_{ni}(\omega)\omega}{\beta_{ni}(\omega)^2 + \gamma_{ni}(\omega)^2} \\ &= k_i \alpha \left( \frac{\beta_{ni}(\omega)s}{\beta_{ni}(\omega)^2 + \gamma_{ni}(\omega)^2} - \frac{\gamma_{ni}(\omega)\omega}{\beta_{ni}(\omega)^2 + \gamma_{ni}(\omega)^2} \right) \quad (11) \\ &\leq k_i \alpha \left( \frac{s}{|\beta_{ni}(\omega)|} + \frac{\omega}{|\gamma_{ni}(\omega)|} \right) \end{aligned}$$

이때  $|\beta_{ni}(\omega)| > 1, |\gamma_{ni}(\omega)| > 1$  로 가정하면  $|\beta_{ni}(\omega)|/k_i, |\gamma_{ni}(\omega)|/k_i$  가 큰 값을 가질때 AC 측정에러의 영향을 최소화 시킬 수 있다.  $|\beta_{ni}(\omega)|/k_i, |\gamma_{ni}(\omega)|/k_i$  를  $\omega$  에 대하여 정리하면 (12)와 같다.

$$\begin{aligned} \frac{|\beta_{ni}(\omega)|}{k_i} &= \left( \frac{1}{k_i} + \frac{ak_n}{k_i} \right) \omega^n - \left( \frac{k_{n-1}}{k_i} + \frac{ak_{n-2}}{k_i} \right) \omega^{n-2} \\ &\quad + \dots - \frac{k_{i+1}}{k_i} \omega^i + \dots + \left( \frac{k_2}{k_i} + \frac{ak_1}{k_i} \right) \omega \\ \frac{|\gamma_{ni}(\omega)|}{k_i} &= \frac{a}{k_i} \omega^{n+1} - \left( \frac{k_n}{k_i} + \frac{ak_{n-1}}{k_i} \right) \omega^{n-1} + \dots \\ &\quad + \left( \frac{k_{i+2}}{k_i} + \frac{ak_{i+1}}{k_i} \right) \omega^{i+1} - \left( \frac{k_i}{k_i} + \frac{ak_{i-1}}{k_i} \right) \omega^{i-1} \\ &\quad + \dots + \frac{k_1}{k_i} \end{aligned} \quad (12)$$

따라서  $|\beta_{ni}(\omega)|/k_i$ ,  $|\gamma_{ni}(\omega)|/k_i$  가 큰 값을 갖기 위해서는  $\omega$  의 고차항의 계수인  $a$  는 큰 값,  $k_i$  는 작은 값이 되어야 한다.

**IV. Ball and Beam 시스템의 적용**

그림 2는 시뮬레이션 및 실험에 사용된 QUANSER사의 BB01(Ball and Beam)과 SRV02(DC Servo motor)로 제어입력인 SRV02의 입력전압을 조절하여 모터의 각을 변화시키고 다시 모터의 작은 빔의 각을 변화시킴으로써 공의 위치를 제어하는 시스템이다.

1. Ball and Beam 시스템의 입-출력 궤환 선형화

[7]에서 Ball and Beam 시스템의 동역학 방정식은 (13)과 같다.

$$\begin{aligned} \ddot{r} &= K_{bb} \sin \theta \\ \ddot{\theta} &= -\frac{1}{\tau} \dot{\theta} + \frac{K}{\tau} u \end{aligned} \quad (13)$$

(13)에서  $r$ 은 공의 위치,  $\theta$ 는 SRV02의 부하 각,  $K_{bb}$ 는 BB01의 모델 이득,  $K$ 는 SRV02의 정상상태 이득,  $\tau$ 는 SRV02의 시정수,  $u$ 는 SRV02의 입력 전압이다. 주어진 동역학 방정식을 상태방정식으로 표현하기 위하여 (14)와 같이 정의 한다.

$$\begin{aligned} r &= x_1, & \dot{r} &= \dot{x}_1 = x_2, & \ddot{r} &= \dot{x}_2 \\ \theta &= x_3, & \dot{\theta} &= \dot{x}_3 = x_4, & \ddot{\theta} &= \dot{x}_4 \end{aligned} \quad (14)$$

동역학 방정식 (13)에 (14)를 적용하면 (15)와 같이 상태 방정식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= K_{bb} \sin x_3 \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= -\frac{1}{\tau} x_4 + \frac{K}{\tau} u \end{aligned} \quad (15)$$

Ball and Beam 시스템의 상태방정식 (15)는 입-출력 궤환 선형화기법(input-output linearization method)를 사용하여 선형화하기 위한 조건[8-10]을 만족하고 이를 적용시키기 위하여 (16)과 같이 정의 한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} x_2 \\ K_{bb} \sin x_3 \\ x_4 \\ -\frac{1}{\tau} x_4 \end{bmatrix}}_{f(x)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K}{\tau} \end{bmatrix}}_{g(x)} u, \quad y = \underbrace{x_1}_{h(x)} \quad (16)$$

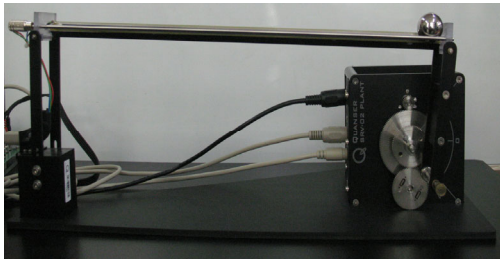


그림 2. Ball and Beam 시스템.  
Fig. 2. Ball and Beam system.

(16)에서  $\xi = \phi(x) = [\phi_1(x), \dots, \phi_4(x)]^T \in R^4$ ,  $\xi_1 = h(x) = \phi_1(x)$ 로 정의하고 입-출력 궤환 선형화 기법을 적용시키면 (17)과 같이 선형화된 형태로 정리 할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= \underbrace{x_2}_{\xi_2 = \phi_2(x)} \\ \dot{\xi}_2 &= \underbrace{K_{bb} \sin x_3}_{\xi_3 = \phi_3(x)} \\ \dot{\xi}_3 &= \underbrace{K_{bb} x_4 \cos x_3}_{\xi_4 = \phi_4(x)} \\ \dot{\xi}_4 &= \underbrace{-\frac{1}{\tau} x_4 K_{bb} \cos x_3 - x_4^2 K_{bb} \sin x_3}_{b(x)} + \underbrace{\frac{1}{\tau} K K_{bb} \cos x_3}_{a(x) \neq 0} u \\ y &= \xi_1 \end{aligned} \quad (17)$$

(17)에서  $v(x, u) = b(x) + a(x)u$ 이다.

2. 위치센서의 AC 측정에러와 보상기가 포함된 Ball and Beam 시스템

선형화된 Ball and Beam 시스템 (17)에서 제어 입력  $v = -k\xi$  일때 위치센서의 고장으로  $\xi_1$ 의 AC 측정에러와 이를 보상하기 위한 보상기를 추가하고  $\xi_2, \xi_3, \xi_4$ 는 정상적인 궤환 신호를 가정하면 (18)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= \xi_2 \\ \dot{\xi}_2 &= \xi_3 \\ \dot{\xi}_3 &= \xi_4 \\ \dot{\xi}_4 &= -k_1(\xi_1 + \alpha \sin \omega t) * \frac{1}{a} e^{-\frac{t}{a}} - k_2 \xi_2 - k_3 \xi_3 - k_4 \xi_4 \\ y &= \xi_1 \end{aligned} \quad (18)$$

(8)에 선형화된 Ball and Beam 시스템 (18)을 적용하면 특성방정식  $\delta_{41}(s)$ 는 (19)와 같다.

$$\delta_{41}(s) = a \left( s^5 + \frac{1+ak_4}{a} s^4 + \frac{k_4+ak_3}{a} s^3 + \frac{k_3+ak_2}{a} s^2 + \frac{k_3}{a} s + \frac{k_1}{a} \right) \quad (19)$$

(19)에서  $\delta_{41}(s)$ 가 Hurwitz polynomial일 때 AC 측정에러의 영향을 억제하기 위하여 극점이 0 점에 있는 진동하는 항의 크기  $A(s-j\omega) + B(s+j\omega)$ 를 최소화 시켜야 하고 (11)에 따라  $|\beta_{41}(\omega)|/k_1$ ,  $|\gamma_{41}(\omega)|/k_1$ 가 큰 값을 가질 때 AC 측정에러의 영향을 최소화 시킬 수 있다.  $|\beta_{41}(\omega)|/k_1$ ,  $|\gamma_{41}(\omega)|/k_1$ 를  $\omega$ 에 대하여 정리하면 (12)에 따라 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{|\beta_{41}(\omega)|}{k_1} &= \frac{a}{k_1} \omega^5 - \left( \frac{k_4}{k_1} + \frac{ak_3}{k_1} \right) \omega^3 + \frac{k_2}{k_1} \omega \\ \frac{|\gamma_{41}(\omega)|}{k_1} &= \left( \frac{1}{k_1} + \frac{ak_4}{k_1} \right) \omega^4 - \left( \frac{k_3}{k_1} + \frac{ak_2}{k_1} \right) \omega^2 - 1 \end{aligned}$$

그러므로 AC 측정에러의 영향을 줄이기 위하여  $k_1, k_2, k_3$ 는 작은 값으로 설계하여야 하고  $a, k_4$ 는 큰 값으로 설계 하여야 하며  $\omega$ 의 최고차 항의 계수인  $a, k_1$ 에 가장 민감함을 알 수 있다.

**Remark 1:** Ball and Beam 시스템에 측정에러가 포함될 때 입-출력 제한 선형화기법의 적용이 가능하면 제안된 기법을 적용하여 측정에러의 영향을 줄일 수 있다.

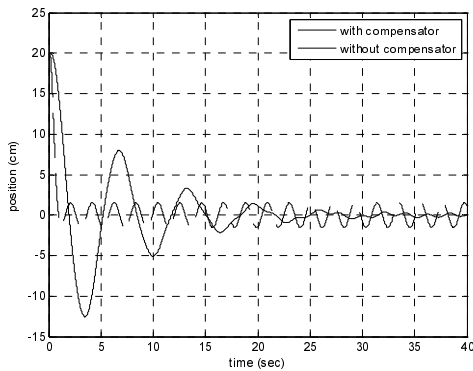
- (i)  $(x_1, x_2)$ 의 측정에러:  $x_1, x_2$  각각에 측정에러가 포함될 경우 입-출력 제한 선형화기법을 적용할 수 있으며  $x_1$ 에 포함될 경우  $a$ 는 큰 값으로,  $k_1$ 을 작은 값으로 설계하고  $x_2$ 에 포함될 경우  $a$ 는 큰 값으로,  $k_2$ 를 작은 값으로 설계하여 각각의 AC 측정에러의 영향을 줄일 수 있다.
- (ii)  $(x_3, x_4)$ 의 측정에러:  $x_3, x_4$ 에 측정에러가 포함될 경우  $a(x)$ ,  $b(x)$ 의 정확한 값을 찾을 수 없어 입-출력 제한 선형화기법을 적용할 수 없으며 제안된 기법 또한 적용할 수 없다.

**V. Ball and Beam 시스템을 통한 시뮬레이션**

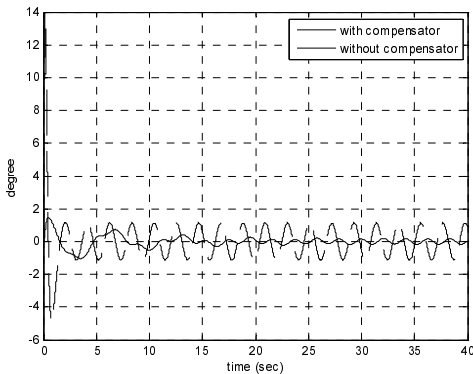
시뮬레이션에서 Ball and Beam system의 초기치는  $x_1(0) = 20cm$ ,  $x_3(0) = 0^\circ$  이고 AC 측정에러는  $\alpha = 2cm$ ,  $\omega = 3rad/s$ 이다. Ball and Beam system의 극점이  $-3.5 \pm j2.5$ ,  $-15$ ,  $-15$ 일 때  $a > 0$ 이면  $\delta_{a1}(s)$ 는 Hurwitz polynomial이 된다. 이때를 기준으로 보상기의 효과를 확인 하기 위하여  $a = 1, 0$ 으로 시뮬레이션 한 결과는 그림 3과 같다.

그림 3은 보상기의 추가를 통하여 정상상태에서의 AC 측정에러를 효과적으로 줄일 수 있음을 확인할 수 있다.

그림 4는 보상기 계수  $a$ 의 변화에 따른 시스템의 응답을 확인하기 위한 시뮬레이션이다. 보상기 계수  $a$ 의 증가로 정

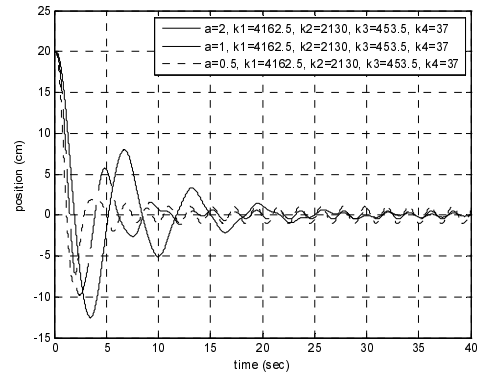


(a) Position of ball( $x_1$ )

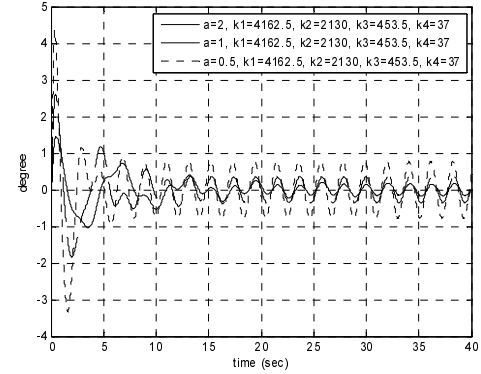


(b) Angle of motor( $x_3$ )

그림 3. 시뮬레이션 결과: 보상기의 효과.  
Fig. 3. Simulation result: effect of compensator.

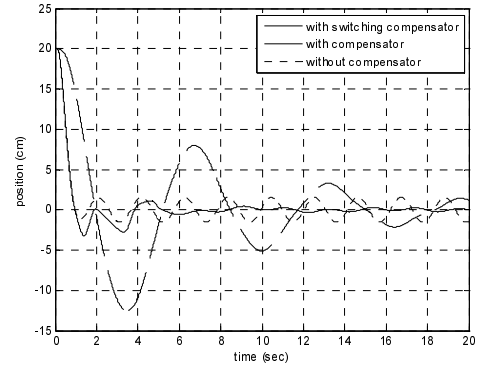


(a) Position of ball( $x_1$ )

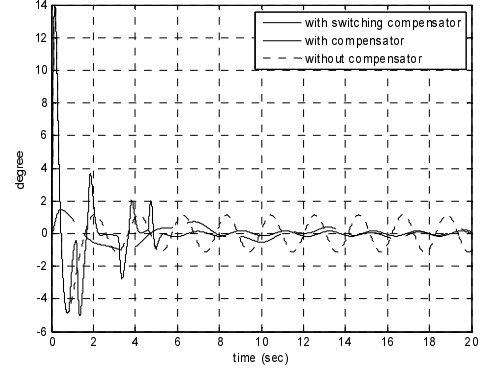


(b) Angle of motor( $x_3$ )

그림 4. 시뮬레이션 결과: 보상기 계수  $a$ 의 변화.  
Fig. 4. Simulation result: change of compensator coefficient  $a$ .



(a) Position of ball( $x_1$ )



(b) Angle of motor( $x_3$ )

그림 5. 시뮬레이션 결과:  $a$ 의 스위칭 제어기법의 적용.  
Fig. 5. Simulation result: application of switching control of  $a$ .

상상태에서의 AC 측정에러를 줄일 수 있지만 정착시간의 증가와  $x_1$ 의 damping이 감소하였다. 따라서 보상기가 없을때의 빠른 정착시간 및 damping의 특성과 보상기의 추가로 얻을 수 있는 정상상태 특성을 모두 갖기 위하여 보상기 계수  $a$ 의 스위칭 제어기법을 적용한다.

그림 5는 보상기 계수  $a$ 를 스위칭한 시뮬레이션이다. 그

결과  $\begin{cases} a=0 & \text{if } \|x_1\| > 0.030 \\ a=2 & \text{if } \|x_1\| \leq 0.030 \end{cases}$ 의 스위칭 제어기법이 가장

좋은 성능을 보였고  $x_1$ 에서 AC 측정에러의 영향을 줄일 수 있을 뿐만 아니라 정착시간이 줄어들고 damping이 증가하였다.

**VI. Ball and Beam 시스템을 통한 실험**

센서의 AC 측정에러를 보상하는 고장허용 제어기를 검증하기 위하여 그림 2인 QUANSER사의 BB01, SRV02를 이용하였으며 AC 측정에러로 피드백 신호에  $0.05\sin 3t$ 를 포함하여 실험하였다. 제어 시스템의 극점이  $-2 \pm j, -7, -7$ 일때 보상기가 없을 경우 실험 결과는 그림 6과 같다.

그림 6에서 제어기는 AC 측정에러를 극복하지 못하고 공의 위치 및 모터의 각에 AC 측정에러의 영향이 나타남을 확인할 수 있다. 따라서 이를 극복하기 위하여  $a=1$ 로 보상기를 추가한 실험 결과는 그림 7과 같다.

그림 7에서 Ball and Beam 시스템은 보상기의 추가를 통하여 정상상태에서의 AC 측정에러를 극복함을 확인할 수 있지만 보상기의 추가는 정착시간의 증가라는 패널티가 발생하였다. 이러한 패널티를 줄이기 위하여 스위칭 제어기법을 적용시킨 결과는 그림 8과 같다.

그림 8은  $\begin{cases} a=0 & \text{if } \|x_1\| > 0.05 \\ a=1 & \text{if } \|x_1\| \leq 0.05 \end{cases}$ 의 스위칭 제어기법의 적용으로 정상상태에서의 AC 측정에러를 극복하였을 뿐만 아니라 그림 7보다 빠른 정착시간을 가짐을 확인할 수 있다.

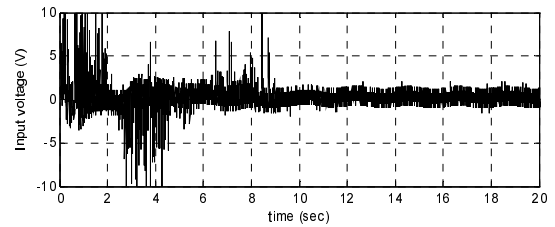
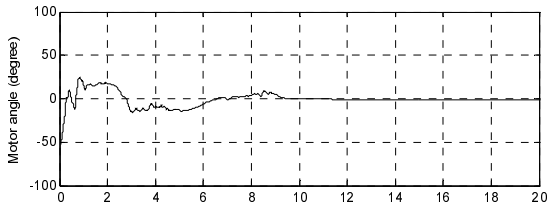
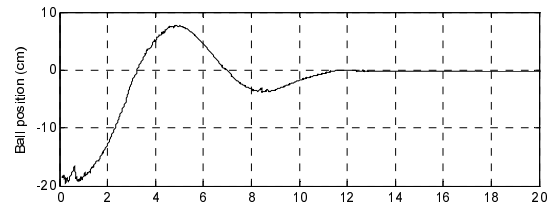


그림 7. 실험 결과: 보상기의 효과.

Fig. 7. Experiment result: effect of compensator.

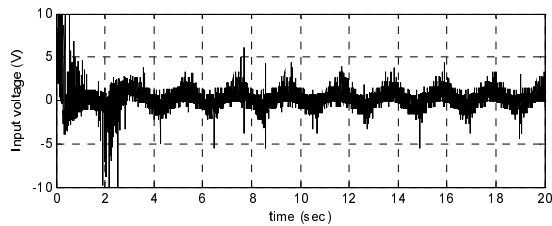
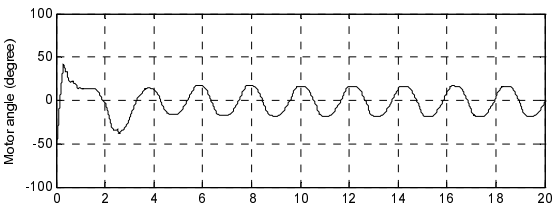
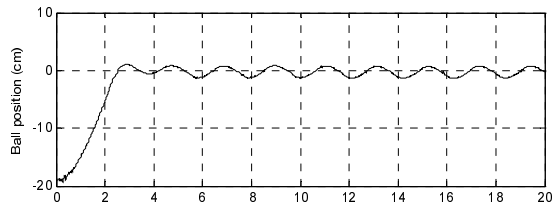


그림 6. 실험 결과: AC 측정에러의 영향.

Fig. 6. Experiment result: influence of AC measurement noise.

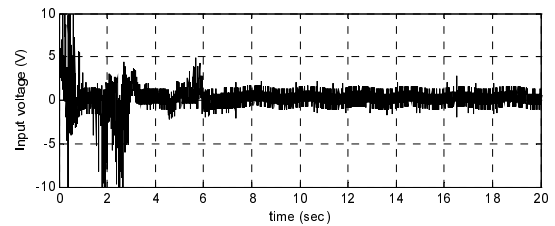
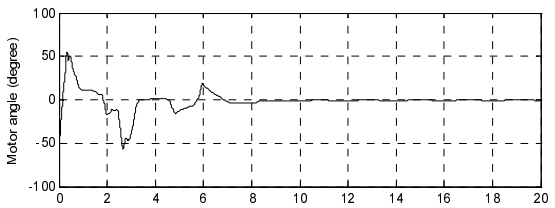
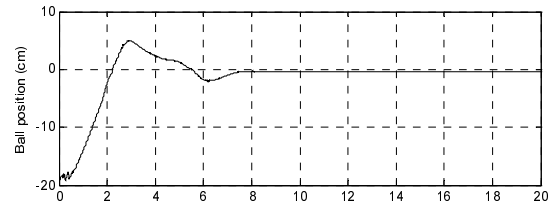


그림 8. 실험 결과:  $a$ 의 스위칭 제어기법의 적용.

Fig. 8. Experiment result: application of switching control of  $a$ .

## VII. 결론

본 논문에서는 센서의 고장으로 AC 측정에러를 가정하였으며 측정에러로 정현파인  $\alpha \sin \omega t$  를 포함시켜 구현하였다. 라플라스 변환을 통하여 AC 측정에러와 보상기를 적용 및 해석하고 Ball and Beam 시스템을 통하여 시뮬레이션 및 실험으로 유효성을 검증하였다. 제안된 제어기법은 AC 측정에러를 보상하기 위한 보상기로 1차 저역통과필터를 포함하였고 제어이득의 변화와 보상기의 추가로 발생하는 페널티를 줄이기 위하여 스위칭 제어기법을 적용하였다. 제어기의 성능을 검증하기 위하여 Ball and Beam 시스템에 입-출력 궤환 선형화기법을 이용하여 선형화하고 제안된 제어기법을 적용하여 정상상태에서의 AC 측정에러를 효과적으로 줄일 수 있음을 확인하였다.

## 참고문헌

- [1] H. Panagopoulos, K. J. Astrom, and T. Hagglund, "Design of PID controllers based on constrained optimization," *IEE Proceedings of Control Theory Applications*, vol. 149, no 1, pp. 32-40, 2002.
- [2] T. B. Sekara and M. R. Matausek, "Optimization of PID controller based on maximization of the proportional gain under constraints on robustness and sensitivity to measurement noise," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 54, no 1, pp. 184-189, Jan. 2009.
- [3] Z. Chen, "A remark on sensor disturbance rejection of nonlinear systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 54, no. 9, pp. 2206-2210, Sep. 2009.
- [4] J.-S. Youn and H.-L. Choi, "Fault-tolerant controller design for

ball and beam system," 한국자동제어학술회의 논문집, 부산, 한국, pp. 416-419, 2009.

- [5] C.-T. Chen, *Linear System Theory and Design*, 3rd Ed., Oxford University Press Inc., 1999.
- [6] S. J. Joo and J. H. Seo, "Design and analysis of the nonlinear feedback linearizing control for an electromagnetic suspension system," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 6, no. 1, pp. 135-144, 1997.
- [7] Quanser, Ball and beam user manuals, 2008.
- [8] A. Isidori, *Nonlinear Output Regulation Problem: Theory and applications*, 2nd Ed., New York, Springer-Verlag, 1999.
- [9] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, 3rd Ed., Prentice Hall Inc., 2002.
- [10] J. Hauser, S. Sastry, and P. Kokotovic, "Nonlinear control via approximate input-output linearization: The ball and beam example," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 37, no. 3, pp. 392-398, 1992.



윤재승

2009년 동아대학교 전기공학과 졸업.  
2009년~현재 동아대학교 대학원 전기공학과 석사과정 재학중. 관심분야는 제어이론, 비선형 시스템 제어.

## 최호림

제어 · 로봇 · 시스템학회 논문지 제15권 제4호 참조.