

TDOA기반 위치추적시스템에서 리더 배치와 DOP의 관계

Relationship Between Readers' Arrangement and DOP in the TDOA Based Position Tracking System

강희원, 임덕원, 황동환*, 이상정
(Hee Won Kang¹, Deok Won Lim¹, Dong-Hwan Hwang¹, and Sang Jeong Lee¹)
¹Chungnam National University

Abstract: A relationship between reader arrangement and DOP is derived from the geometry matrix of the TDOA-based position tracking system. It is shown that the minimum value of the DOP is affected by the number of readers, arrangement of readers and position of the tag. The relationship is verified through computer simulations for two cases of reader arrangement.

Keywords: TDOA, DOP, position, readers arrangement

I. 서론

의료, 군수, 항만, 물류 및 제조 등의 다양한 분야에서 자산이나 사람들의 위치를 실시간으로 추적하는 실시간 위치 추적 시스템(RTLS: Real-Time Location System)의 응용이 확대되고 있다[1]. 일반적으로 RTLS는 태그(tag), 리더(reader), 호스트 컴퓨터(host computer)로 구성된다[1]. 태그는 리더에게 신호를 전송하고, 리더는 송신한 신호로부터 필요한 측정치를 생성하여 호스트 컴퓨터에게 보낸다. 호스트 컴퓨터는 측정치를 이용하여 태그의 위치를 계산한다. 위치 추적을 위하여 호스트 컴퓨터에서 사용하는 방법으로는 신호의 도달 각도를 이용하는 AOA (Angle Of Arrival), 신호의 세기를 이용하는 RSSI (Received Signal Strength Indication), 신호의 전파 도달 시간을 이용하는 TOA (Time Of Arrival)와 신호의 전파 도달 시간의 차이를 이용하는 TDOA (Time Difference Of Arrival) 등을 들 수 있다.

전파 항법으로 위치를 추적하는 경우 위치 오차는 리더들의 기하학적인 배치에 영향을 받으며 이 영향은 DOP (Dilution Of Precision)으로 정량화할 수 있다. TOA 기법을 사용하여 위치를 추적하는 시스템에 대한 기하 행렬 및 DOP에 관해서는 [2]에 잘 정리되어 있다. TDOA 기법을 사용하여 위치를 추적하는 시스템에 대한 기하 행렬 및 DOP은 Bard과 Ham [3], Shin과 Sung [4], Caffery [5]에서 서술하고 있지만 Bard과 Ham [3]과 Caffery [5]는 TDOA DOP과 위치 정확도와와의 관계만 보여주었으며, Shin과 Sung [4]은 TOA와 TDOA 위치 오차 특성만을 분석하였다. 즉 리더의 기하학적 배치와 TDOA 기법의 DOP 사이에 관계는 아직 명확히 서술하지 못하고 있다. Kong 등[6]은 TDOA 기법을

사용하여 위치를 추적하는 시스템에서 리더들의 배치에 대한 몇 가지 사례를 통해 위치오차를 보여주고 있다.

본 논문에서는 TDOA 기법을 사용하는 위치 추적 시스템의 기하 행렬로부터 리더 배치와 DOP의 관계를 유도하고, 이로부터 리더의 배치가 DOP에 영향을 미치는 것을 보였으며 두 가지 경우의 모의실험을 통해 이를 확인하였다.

본 논문의 구성은 II 장에서 TDOA 기법의 기하 행렬과 DOP을 서술하고 III 장에서는 리더 배치와 DOP과의 관계를 유도하였으며, IV 장에서는 모의실험을 통해 리더의 배치와 HDOP, VDOP, PDOP과의 관계를 확인하였다. 마지막으로 V 장에서는 결론을 제시하였다.

II. TDOA 기법의 기하 행렬과 DOP

측정오차가 위치 영역에서 증폭되는 정도를 표현하는 DOP은 오차공분산 행렬 $(H^T H)^{-1}$ 의 트레이스(Trace)로부터 구할 수 있으며, 리더의 기하학적 배치에 의하여 달라진다고 알려져 있다[3].

N개의 리더에 대하여 TDOA 측정치로부터 위치를 추정할 때, 측정치인 시간차는 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta t_i = t_i - t_1, \quad i = 2, \dots, N \quad (1)$$

여기서 t_i 는 i 번째 리더와 태그 사이의 전송 시간이고, t_1 은 첫 번째 리더, 즉 기준 리더와 태그 사이의 전송 시간이다. 측정된 시간 차이를 거리 차이로 환산하면 태그의 위치와 리더의 위치에 관한 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta R_i = \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i)^2} - \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2} \quad (2)$$

여기서 (x, y, z) 는 태그의 좌표를 나타내고, (x_i, y_i, z_i) 와 (x_1, y_1, z_1) 는 각각 i 번째 리더의 좌표와 기준 리더의 좌표를 나타낸다. (2)에서 기준점을 $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ 로 두고 선형화하면, TDOA 기법의 기하 행렬 H 는 (3)과 같이 나타낼 수 있다[3,4].

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2010. 4. 8., 수정: 2010. 6. 28., 채택확정: 2010. 12. 2.

강희원, 임덕원, 황동환, 이상정: 충남대학교 전자공학과

(kaki127@naver.com/hero0710@cslab.cnu.ac.kr/dhhwang@cnu.ac.kr/eesj@cnu.ac.kr)

※ 본 논문은 지식경제부에서 지원한 지역연계기술개발사업 “UHF 대역 무선통신을 활용한 근거리위치추적시스템 개발”(과제번호: 7004180)의 일환으로 수행되었음.

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{x2} - h_{x1} & h_{y2} - h_{y1} & h_{z2} - h_{z1} \\ h_{x3} - h_{x1} & h_{y3} - h_{y1} & h_{z3} - h_{z1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{xN} - h_{x1} & h_{yN} - h_{y1} & h_{zN} - h_{z1} \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서 $[h_{x1} \ h_{y1} \ h_{z1}]$ 는 기준 리더와 태그와의 시선각 벡터로서 각 원소는 (4)-(6)과 같다.

$$h_{x1} = \frac{\hat{x} - x_1}{\sqrt{(\hat{x} - x_1)^2 + (\hat{y} - y_1)^2 + (\hat{z} - z_1)^2}} \quad (4)$$

$$h_{y1} = \frac{\hat{y} - y_1}{\sqrt{(\hat{x} - x_1)^2 + (\hat{y} - y_1)^2 + (\hat{z} - z_1)^2}} \quad (5)$$

$$h_{z1} = \frac{\hat{z} - z_1}{\sqrt{(\hat{x} - x_1)^2 + (\hat{y} - y_1)^2 + (\hat{z} - z_1)^2}} \quad (6)$$

그리고 i 번째 리더와 태그와의 시선각 벡터 $[h_{xi} \ h_{yi} \ h_{zi}]$ 의 각 원소는 (7)-(9)와 같다.

$$h_{xi} = \frac{\hat{x} - x_i}{\sqrt{(\hat{x} - x_i)^2 + (\hat{y} - y_i)^2 + (\hat{z} - z_i)^2}} \quad (7)$$

$$h_{yi} = \frac{\hat{y} - y_i}{\sqrt{(\hat{x} - x_i)^2 + (\hat{y} - y_i)^2 + (\hat{z} - z_i)^2}} \quad (8)$$

$$h_{zi} = \frac{\hat{z} - z_i}{\sqrt{(\hat{x} - x_i)^2 + (\hat{y} - y_i)^2 + (\hat{z} - z_i)^2}} \quad (9)$$

HDOP (Horizontal DOP)은 (10)과 같고, VDOP (Vertical DOP)은 (11)과 같으며, PDOP (Position DOP)은 (12)와 같다 [3].

$$HDOP_{TDOA} \equiv \sqrt{((\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1})_{1,1} + ((\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1})_{2,2}} \quad (10)$$

$$VDOP_{TDOA} \equiv \sqrt{((\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1})_{3,3}} \quad (11)$$

$$PDOP_{TDOA} \equiv \sqrt{((\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1})_{1,1} + ((\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1})_{2,2} + ((\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1})_{3,3}} \quad (12)$$

여기서 $((\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1})_{1,1}$, $((\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1})_{2,2}$, $((\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1})_{3,3}$ 은 각각 $\mathbf{H}^T \mathbf{H}$ 행렬의 1행 1열의 성분, 2행 2열의 성분, 3행 3열의 성분을 나타낸다.

III. 리더의 배치가 TDOA DOP에 미치는 영향

(3)으로부터 오차공분산 행렬 $\mathbf{H}^T \mathbf{H}$ 을 (13)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{H}^T \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \sum_{i=2}^N (h_{xi} - h_{x1})^2 & \sum_{i=2}^N (h_{xi} - h_{x1})(h_{yi} - h_{y1}) & \sum_{i=2}^N (h_{xi} - h_{x1})(h_{zi} - h_{z1}) \\ \sum_{i=2}^N (h_{xi} - h_{x1})(h_{yi} - h_{y1}) & \sum_{i=2}^N (h_{yi} - h_{y1})^2 & \sum_{i=2}^N (h_{yi} - h_{y1})(h_{zi} - h_{z1}) \\ \sum_{i=2}^N (h_{xi} - h_{x1})(h_{zi} - h_{z1}) & \sum_{i=2}^N (h_{yi} - h_{y1})(h_{zi} - h_{z1}) & \sum_{i=2}^N (h_{zi} - h_{z1})^2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$\mathbf{H}^T \mathbf{H}$ 행렬은 양한정(Positive Definite) 대칭행렬이므로 고유값(Eigenvalue) $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 은 양의 실수이다. $\mathbf{H}^T \mathbf{H}$ 행렬의 트레이스는 고유값들의 합과 같으며, (14)와 같이 나타낼 수 있다[7].

$$\begin{aligned} \text{trace}(\mathbf{H}^T \mathbf{H}) &= \sum_{i=2}^N [(h_{xi} - h_{x1})^2 + (h_{yi} - h_{y1})^2 + (h_{zi} - h_{z1})^2] \\ &= \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \end{aligned} \quad (14)$$

이때 α_i 를 다음 (15)와 같이 둔다.

$$\alpha_i = (h_{xi} - h_{x1})^2 + (h_{yi} - h_{y1})^2 + (h_{zi} - h_{z1})^2 \quad (15)$$

따라서 (14)는 (16)과 같이 표현할 수 있다.

$$\text{trace}(\mathbf{H}^T \mathbf{H}) = \sum_{i=2}^N \alpha_i \quad (16)$$

PDOP을 고유값으로 (17)과 같이 나타낼 수 있다[7].

$$(PDOP_{TDOA}^2) = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_3} \quad (17)$$

이때 $0 < \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3$ 라면, 최대 고유값의 정의로부터 다음 부등식 (18)이 성립한다[7].

$$\begin{aligned} \lambda_3 &= \max_{\|A\|=1} [A^T (\mathbf{H}^T \mathbf{H}) A] \\ &\geq \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \frac{1}{\sqrt{3}} \right] (\mathbf{H}^T \mathbf{H}) \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \sum_{i=2}^N (\alpha_i + 2\beta_i) \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 β_i 는 (19)와 같이 둔다.

$$\begin{aligned} \beta_i &= (h_{xi} - h_{x1})(h_{yi} - h_{y1}) + (h_{yi} - h_{y1})(h_{zi} - h_{z1}) \\ &\quad + (h_{xi} - h_{x1})(h_{zi} - h_{z1}) \end{aligned} \quad (19)$$

(14)와 (16)으로부터 다음 (20)을 얻을 수 있다.

$$\lambda_1 + \lambda_2 = \left(\sum_{i=2}^N \alpha_i \right) - \lambda_3 \leq \left(\sum_{i=2}^N \alpha_i \right) - \frac{1}{3} \sum_{i=2}^N (\alpha_i + 2\beta_i) \quad (20)$$

(20)에서 $\lambda_1 = \lambda_2$ 일 때 다음 (21)을 얻을 수 있다.

$$\lambda_1 \leq \frac{1}{2} \left(\sum_{i=2}^N \alpha_i - \frac{1}{3} \sum_{i=2}^N \alpha_i - \frac{2}{3} \sum_{i=2}^N \beta_i \right) = \frac{1}{3} \sum_{i=2}^N (\alpha_i - \beta_i) \quad (21)$$

따라서 (17)과 부등식 (18), (21)으로부터 다음 부등식 (22)를 얻을 수 있다.

$$PDOP_{TDOA} \geq \min \left(\sqrt{\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_3}} \right) \quad (22)$$

여기서 $\lambda_3 = \frac{1}{3} \sum_{i=2}^N (\alpha_i + 2\beta_i)$, $\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{1}{3} \sum_{i=2}^N (\alpha_i - \beta_i)$ 일 때 (22)는 다음 (23)과 같은 최소값을 가지며, (12)에서 공분산

행렬이 특이 행렬일 때 PDOP은 무한대가 된다.

$$PDOP_{TDOA}|_{\min} = 3 \sqrt{\frac{\sum_{i=2}^N (\alpha_i + \beta_i)}{\sum_{i=2}^N (\alpha_i - \beta_i) \sum_{i=2}^N (\alpha_i + 2\beta_i)}} \quad (23)$$

(23)에서 PDOP의 최소값은 리더의 개수, α_i 와 β_i 에 영향을 받는 것을 알 수 있으며, α_i 와 β_i 는 리더의 배치와 태그의 위치에 영향을 받는 값이므로 (23)은 리더의 배치와 DOP과의 관계를 나타낸다고 볼 수 있다.

IV. 리더의 배치에 따른 DOP

PDOP을 최소로 하는 α_i 와 β_i 를 해석적으로 구하는 것이 간단하지는 않다. 400m x 400m의 공간에서 두 경우의 리더 배치에 대해 TDOA의 DOP을 살펴보았다.

첫 번째 경우의 리더 배치는 그림 1과 같이 5개의 리더로 이루어져 있고, 두 번째 경우는 그림 2와 같이 9개로 이루어져 있다. 기준 리더인 1번 리더를 (200, 200, z)에 두었으며, 실험 결과의 추세를 관찰하기 위하여 z를 25m에서 400m까지 25m 간격으로 변화 시켰다. 두 경우에 대하여 400m x 400m의 공간 내에서의 $\sum_{i=2}^N \alpha_i$ 의 평균과 $\sum_{i=2}^N \beta_i$ 의 평균을 관찰하였으며, PDOP의 평균과 (23)에서의 최소 PDOP의 평균, HDOP과 VDOP의 평균을 MATLAB을 이용하여 확인하였다.

첫 번째 경우에 대한 모의실험 결과를 그림 3에 나타내었다. 그림 3의 첫 번째 그래프로부터 기준 리더의 높이가

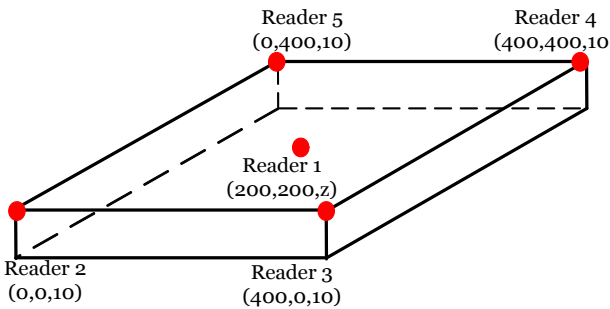


그림 1. 첫 번째 경우의 리더 배치.
Fig. 1. Reader arrangement of the first case.

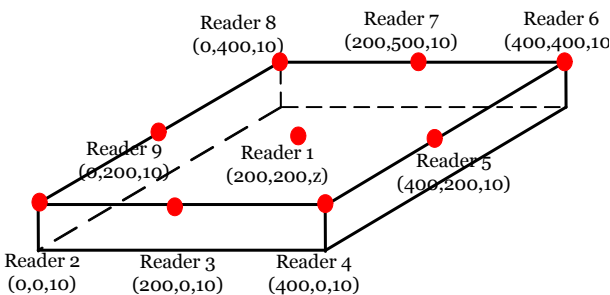


그림 2. 두 번째 경우의 리더 배치.
Fig. 2. Reader arrangement of the second case.

높아질수록 $\sum_{i=2}^N \alpha_i$ 의 평균값은 커지지만 $\sum_{i=2}^N \beta_i$ 의 평균값은 거의 변화가 없는 것을 알 수 있으며, 두 번째 그래프로부터 기준 리더의 높이가 높아질수록 PDOP은 감소하고 기준 리더의 높이가 200m 이상일 때 PDOP이 (23)으로부터 구한 최소 PDOP과 거의 일치하는 것을 확인할 수 있다. 또한 세 번째 그래프로부터 기준 리더의 높이가 높아질수록 VDOP은 감소하지만 HDOP의 변화가 없는 것도 확인할 수 있다. 두 번째 경우에 대한 모의실험 결과를 그림 4에 나타내

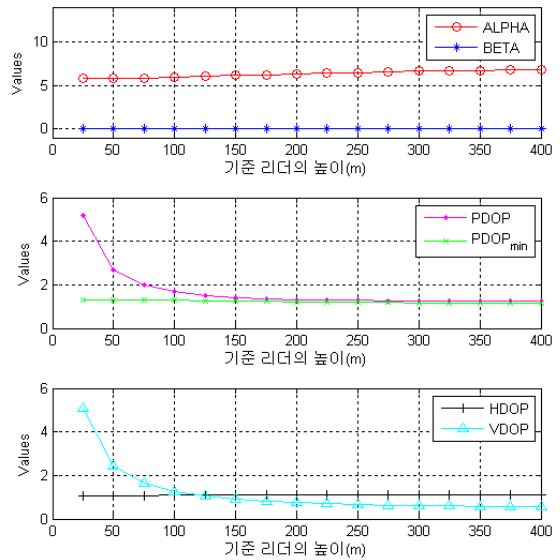


그림 3. 첫 번째 경우일 때 기준리더의 높이에 따른 α_i , β_i 와 PDOP, HDOP, VDOP의 평균.

Fig. 3. Average values of α_i , β_i , PDOP, HDOP and VDOP of the first case vs. height of the reference reader.

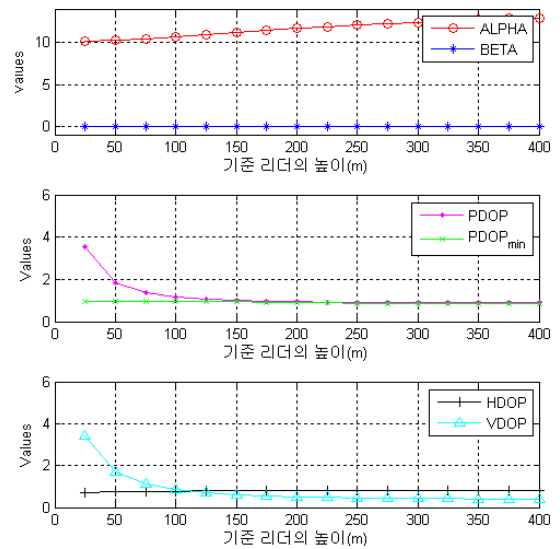


그림 4. 두 번째 경우일 때 기준리더의 높이에 따른 α_i , β_i 와 PDOP, HDOP, VDOP의 평균.

Fig. 4. Average values of α_i , β_i , PDOP, HDOP and VDOP of the second case vs. height of the reference reader.

었으며, 첫 번째 경우와 동일한 경향을 보이는 것을 알 수 있다. 첫 번째 경우에 비하여 $\sum_{i=2}^N \alpha_i$ 의 평균값은 크고 PDOP, HDOP, VDOP은 작으며, 기준 리더의 높이가 150m 일 때 최소 PDOP에 수렴하는 것을 확인할 수 있다.

그림 3과 그림 4의 결과로부터 $\sum_{i=2}^N \alpha_i$ 의 평균값이 커질 수록 PDOP이 작아졌으므로 리더의 개수가 많고, α_i 값이 클수록 즉, 기준 리더의 높이가 높거나 작업장의 크기가 작을수록 PDOP이 작아진다고 일반화할 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 TDOA기법을 사용하는 위치 추적 시스템에서 리더의 배치와 DOP의 관계를 도출하고, 두 가지 경우의 리더 배치에 대한 모의실험을 통해 리더의 개수와 기준 리더의 높이, 작업장의 크기를 조절하여 원하는 최소 PDOP을 얻을 수 있음을 확인하였다. 추후에는 PDOP의 상한값과 리더 배치와의 관계를 수학적으로 유도하고 이를 리더의 배치에 응용하는 연구를 수행할 것이다. 그리고 리더의 높이를 실제 설치하는 경우를 중심으로 성능을 평가할 것이다.

참고문헌

- [1] ISO/IEC 24730-1/2, *Information Technology - Real-time location system(RTLS)*.
- [2] E. D. Kaplan and C. J. Hegarty, (eds.), *Understanding GPS Principles and Application*, 2nd Ed., Artech House, 2006.
- [3] J. D. Bard and F. M. Ham, "Time difference of arrival dilution of precision and applications," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 47, no. 2, pp. 521-523, Feb. 1999.
- [4] D. H. Shin and T. K. Sung, "Comparisons of error characteristics between TOA and TDOA positioning," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 38, no. 1, pp. 307-311, 2002.
- [5] J. James and J. Caffery, *Wireless Location in CDMA Cellular Radio Systems*, Kluwer Academic Publishers, 2000.

- [6] H. M. Kong, T. K. Sung, and Y. M. Kwon, "Comparison of TDOA location algorithms for indoor UWB positioning," *Journal of the Institute of Electronics Engineers of Korea*, vol. 42, no. TC-1, pp. 9-16, 2005.
- [7] I. S. Kim, C. Park, and J. G. Lee, "Relationships between GDOP, condition number and the volume of tetrahedron in GPS positioning," *Proc. of the 3rd GPS Workshop*, pp. 482-487, Seoul, Korea, 1996.



강 희 원

2008년 충남대학교 전자공학과 학사 졸업. 2010년 동 대학원 석사 졸업. 관심분야는 GPS/INS.



임 덕 원

2004년 충남대학교 전자공학과 학사 졸업. 2004년~현재 동 대학원. 관심분야는 GNSS 수신기, Anti-jamming.



황 동 환

1985년 서울대학교 전기공학과 학사 졸업. 1987년 KAIST 전기 및 전자공학과 석사 졸업. 1991년 동 대학원 박사 졸업. 1996년~현재 충남대학교 전자공학과 교수. 관심분야는 INS, GPS, 통합 항법, 항법시스템



이 상 정

1979년 서울대학교 전자공학과 학사 졸업. 1981년 동 대학원 석사 졸업. 1987년 동 대학원 박사 졸업. 1988년~현재 충남대학교 전자공학과 교수. 관심분야는 강인제어, GNSS.