

부분구조합성법에 의한 왕복동식 압축기 구조 변경

김수현¹, 이정익², 이동연³, 이무연^{4*}

¹유한대학교 기계설계학과, ²인하공업전문대학 기계공학부

³영남대학교 기계공학부, ⁴자동차부품연구원 열제어연구센터

Structure Modification of the Reciprocating Compressor Using Component Mode Synthesis

Soo-Hyun Kim¹, Jeong-Ick Lee², Dong-Yeon Lee³ and Moo-Yeon Lee^{4*}

¹Department of Mechanical Design, Yuhan University

²Department of Mechanical Design, Inha Technical College

³School of Mechanical Engineering, Yeungnam University

⁴Thermal Management Research Center, KATECH

요약 본 논문은 소형 냉동 시스템에서 왕복동식 압축기는 주요한 진동원이자 소음원으로서 압축기의 외부 구조 동특성을 변경함으로써, 진동과 소음을 줄이는 방법에 관한 것이다. 구조 동특성의 변경은 유한요소 모델에 의한 해석적 방법을 적용하고, 구조 변경의 시도는 두 유한요소들 간의 모드합성법(CMS)을 적용한다. 효과적인 CMS의 적용방법을 찾아내고, 이 방법에 대하여 압축기 모델에 대한 실험적 검증을 통하여 검증하였다.

Abstract This paper discuss about structure modification method of the reciprocating compressor to reduce its vibration and noise in small refrigeration system. The structure modification is applied using analytic FE models and then applying suggested Component Mode Synthesis(CMS) algorithms. The efficient CMS algorithms to a compressor's fixed base design problem are analytically tried and verified from some experiments.

Key Words : Component Mode Synthesis (CMS), Structure Modification, Reciprocating Compressor, FE model

1. 서론

1960년도부터 자동차와 항공기 산업 분야에서 크고 복잡한 구조물의 동적 해석을 위해 부분 모드 합성법(component mode synthesis)이 개발되었다. 부분 구조 합성법은 2 개 이상의 부분 구조물을 개별적으로 분석한 후 분석된 결과를 이용하여, 합성된 전체 구조물의 동특성을 예측하고자 하는 방법이다. 부분 구조물의 모드인 정규 모드(normal mode), 강체 모드(rigid body mode), 구속 모드(constraint mode)와 부착 모드(attachment mode) 등이 부분 구조물 합성 시 고려되었고, 이러한 모드들을 이용하여 합성한 결과의 오차 보상을 위해서 잔여 유연도(residual flexibility), 부가 질량 법(mass loading technique)

이 개발되었다.

Craig와 Bampton[1]은 부분구조물의 구속 경계 조건에서 정규 모드(fixed interface normal mode)와 구속 모드(constraint mode)를 제안하고, 부분구조물 경계점에서 기하학적 적합 조건(geometrical compatibility)을 만족시키도록 일반 좌표계(generalized coordinate)를 Ritz 변환(transformation)하여 축약된 질량행렬과 강성행렬을 얻었다. Benfield와 Hruda[2]는 정적으로 불완전하고 결합력을 측정하기 어려운 단점을 극복하기 위한 자유 경계 모드와 잔여 유연도의 효용성을 언급하고, 자유 경계 모드 형상을 보다 정확하게 근사화하기 위한 해석적 방법을 제시하였다.

Dowell[3]은 Lagrange 승수를 이용하여 각 부분 구조

이 연구는 2010학년도 영남대학교 학술연구구조성비에 의한 것임.

*교신저자 : 이무연 (kume97@korea.ac.kr)

접수일 10년 10월 11일

수정일 10년 11월 08일

게재확정일 11년 01월 13일

물의 결합된 식을 유도하고, 각 부분 구조물로서 결합된 구조물의 자유진동해석을 하였다. Chen과 Cherng[4]는 유한요소 결과와 실험 결과의 모드 합성을 하고자 할 때, 구속 모드의 중요성을 강조하고, 이의 측정 시 인접한 병진 자유도(translational DOF)의 실험 정보로부터 회전 자유도(rotational DOF)를 추정하여 모드 합성을 수행하여 정확성 향상을 기하였다.

Kuang과 Tsuei[5]는 특정 주파수 대역의 비감쇠 시스템의 동특성을 정규 모드와 정규 모드에 포함되지 않은 모드에 의한 영향을 근사화하기 위해 관성과 고차 모드를 추가한 방법을 사용하여 부분 모드 합성을 수행하였다. Neibal[6]은 모드 해석 수행 시 경계 면에 부가 되는 질량은 부분 구조물의 결합 경계에서 관성을 부가하기 위한 것이며, 부가되는 질량이 강체 특성이 강할 경우 결합 경계에서의 강성 효과가 고려되지 않을 것임을 언급하였다. 또한 부가 되는 질량의 적절한 크기는 기본 구조물의 특성에 따라 결정되어야 한다고 설명하였다. Kenneth, Gwinn, Lauffer와 Miller[7]는 저주파수 측정 모드 형상의 정확성을 높이기 위해 구조물의 강성을 높이지 않고 병진 자유도와 회전 자유도의 관성 효과를 부가하기 위해 이산 질량을 사용하였다. 경계점에 부가되는 이산 질량은 대상 구조물 중 부가 구조물에 상대되는 기본 구조물(base structure)의 특성을 고려하여 결정되었다. 질량 부가 법(mass loading technique)은 기존의 잔여 유연도 보상에 의한 방법보다 실험량이 적고, 부분 모드에 결합 시의 특성을 부가시켜 주며 경계점에서의 실험 시 회전 자유도 등의 측정을 용이하게 해주는 장점이 있다. Suarez와 Matheu[8] 자유 경계 조건 하에서 유한 요소에 의한 동특성 분석을 위하여 부분 구조물의 정규 모드에 고려되지 않은 고차 모드의 영향을 고려하기 위해 힘 미분 방법(force derivative method)을 제안하였다. Engels[9] 결합 구조물의 동특성을 예측하는 데 모드 자름 오차(modal truncation error)에 의한 영향을 최소화하여 정확성을 향상시키기 위한 수치적인 방법을 제안하였다.

Zhang, Castanier와 Pierr[10]는 자유도 수가 많은 큰 부분 구조물들의 합성 시 효율적인 계산 성능을 위해 일정 간격 이상의 인접 경계 노드의 구속 모드만 계산하는 조건식을 제안하였다.

본 연구에서는 가정용 냉동 시스템에서 사용되는 왕복동식 압축기(모텔명)의 지지조건을 변경하여 효율적인 진동 재진재를 압축기의 하부 구조에 고정하는 실험을 수행하는데 있어서, 부분모드합성법을 적용한 해석 결과의 성능을 높이고자 하는 목적으로 이루어졌다. 다양한 진동 재진재를 압축기 하부에 고정하고 냉동시스템을 가동하는 실험은 각 실험에 대한 설정과 실험 과정에 상당

한 비용과 시간이 소요되므로, 유한요소 모델에 의한 사전 해석 방법을 적용하고, 이 때 사용되는 부분모드합성법에서 보다 실제와 근사한 결과를 얻기 위한 구조변경 모드선택 및 관련된 모드합성법 알고리즘을 사용하였다.

본 논문은 우선 부분모드합성법의 이론들을 비교 검토한 후, 간단한 모델에 적용되는 각 합성법의 비교분석을 통하여 압축기의 구조변경을 위한 효과적인 알고리즘을 제안하고, 이를 실험으로 검증함으로써 결말을 맺고자 한다.

2. 부분모드합성법에 의한 구조변경

모드 합성 방법은 크게 공간 모델, 모드 모델, 응답 모델로 분류된다. 공간 모델은 질량, 강성, 감쇠 행렬의 직접적인 대수 연산을 통해 공간 모델이 합성되고 합성된 후의 고유치 문제(eigen problem)를 풀어 합성된 구조물의 모드 변수를 구하게 되며, 응답 모델은 모델의 FRF 데이터로부터 합성된 FRF 정보를 얻고 이로부터 모드 변수를 추출해 낸다. 모드 모델은 해석 또는 실험에서 얻어진 모드 변수를 가지고 Ritz 이론을 통한 좌표 변환 과정을 통해 축약된 질량, 강성 행렬을 얻은 후 새로운 시스템의 고유치 문제를 풀어 합성된 구조물의 모드 변수를 구하게 된다.

부분 모드 합성법은 모드 합성 방법 중 부분 구조물의 모드 정보를 이용하여 합성을 하게 되며, 부분 구조물의 모드를 구하는 과정에서 결합 경계점을 구속 경계 조건으로 가정하는지, 자유 구속 조건으로 가정하는지의 여부에 따라 크게 구분된다. 결합 경계점을 구속 경계 조건으로 가정한 후 모드 합성을 수행하는 구속 경계 방법(fixed interface method)은 정확성은 만족스러운 반면 실험적으로 구속 경계 조건을 실현하기가 어려워 주로 해석적 방법에 의해서만 수행 가능하다는 단점이 있다. 이에 반하여, 자유 경계 방법(free interface method)은 부분 구조물의 결합 전의 모드 정보를 실험으로 구현 가능한 자유 경계 조건 하에서 구하게 된다. 하지만 자유 경계 방법은 정확성이 떨어지는 단점이 있어 여러 가지 보완책이 마련되었다[11-13].

2.1 구속경계방법

구속 경계에 의한 방법은 결합되는 부분 구조물의 결합점들을 구속한 후 부분 모드를 구하는 방법이다. 구속 경계 방법의 개념은 부분 구조물이 결합한 후에 동특성이 결합점을 구속한 것과 유사하다는 가정에서 출발한다. 구속 경계 방법 중 잘 알려져 있는 방법은 Craig와

Bampton의 방법이다. 이 방법은 구속 경계 방법과 구속 모드(constraint mode)를 함께 부분 모드로 사용하며, 실험으로 구현하기에 어려운 단점이 있다.

본 절에서 구속 경계 방법에 의한 모드 합성 과정을 유도한다. 감쇠가 없는 K 번째 부분 구조에 대하여 질량, 강성 행렬에 의한 공간 모델 식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} M_{ii} & M_{ic} \\ M_{ci} & M_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_i \\ \ddot{x}_c \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ic} \\ K_{ci} & K_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_i \\ x_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_i \\ f_c \end{Bmatrix} \quad (1)$$

식 (1)에서 첨자 i 와 c는 각각 부분 구조물의 임의의 내부 점의 자유도(DOF)와 결합면 상에 존재 하는 부분 구조물의 자유도(DOF)를 의미한다. 이 때, K 번째 부분 구조에 대하여 결합 지점의 변위를 구속하고, 결합 지점의 내력이 존재하지 않는다고 가정하면, 즉 $\{x_c\} = \{0\}, \{f_c\} = \{0\}$ 이면 식 (1)의 상부 열로부터 다음과 같이 표현된다.

$$[M_{ii}]\{\ddot{x}_i\} + [K_{ii}]\{x_i\} = \{0\} \quad (2)$$

식 (2)의 고유치 문제는 다음과 같이 정의된다.

$$([K_{ii}]_k - \omega_n^2 [M_{ii}]_k)\{\Phi_n\}_k = \{0\} \quad (3)$$

식 (3)에서 첨자 n 은 n 번째 모드 또는 고유 진동수를 의미하고, 첨자 r 은 축약된 시스템을 의미하며, 첨자 C 는 구속 모드를 의미한다. 이 식에서 부분 구조물의 구속 경계 normal 모드 $\{\Phi_n\}$ 가 구해진다. 다음으로 Craig-Bampton 방법에서 사용되는 다른 모드인 구속 모드 (constraint mode)를 얻는다.

식 (1)에서 관성에 의한 영향을 배제한 정적 상태의 평형 방정식은 식(4)와 같다.

$$\begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ic} \\ K_{ic}^T & K_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_c \\ I \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} 0 \\ F \end{bmatrix}_k \quad (4)$$

다음 식은 부분 구조의 구속 모드를 구하는 식이다. 구속 모드는 결합 경계면에 구속된 상태에서 결합 노드 점 (DOF)에 단위 변위량을 한 개씩 차례대로 주면서 얻어지는 정적 변위 형상을 의미한다. 즉 식 (4)에서 첫번째 열을 뽑아 구속 모드에 대해 정리하면 다음과 같다.

$$[\Psi_c]_k = -[K_{ii}]_k^{-1} [K_{ic}]_k \quad (5)$$

즉 $\{x_i\}, \{x_c\}$ 가 각각 부분 구조물 내의 임의의 내부점과 결합면상의 결합점일 때, 다음의 관계가 성립한다.

$$\begin{Bmatrix} x_i \\ x_c \end{Bmatrix} = -[K_{ii}]^{-1} [K_{ic}] \quad (6)$$

물리적 변위 좌표는 두 개의 모드 좌표에 의해 변환되며 변환 관계는 다음 식과 같다.

$$\begin{Bmatrix} X_i \\ X_c \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} X_i \\ X_c \end{bmatrix}_k = [T]_k \begin{Bmatrix} p_m \\ X_c \end{Bmatrix}_k \quad (7)$$

식 (7)에서 변환 행렬은 다음과 같이 두 개의 부분 모드로 구성된다.

$$[T]_k = \begin{bmatrix} \Phi_n & \Psi_c \\ 0 & I_c \end{bmatrix}_k \quad (8)$$

기존의 질량, 강성 행렬로부터 부분 모드들로 구성된 좌표 변환 과정은 다음 식과 같으며 물리적 좌표계에 비하여 축약된 차수의 축약된 질량, 강성 행렬을 얻는다.

$$[K_r] = [T]_k^T [K] [T]_k \quad [M_r] = [T]_k^T [M] [T]_k \quad (9)$$

전체 구조물은 이와 같이 각 부분 구조물의 모드를 좌표 변환 하고 공유되는 결합면 또는 결합점의 기하학적 적합 만족 조건을 통해 합성된다. 다음 식은 결합 또는 합성된 전체 구조물의 축약된 운동 방정식을 나타낸다.

$$T^T M T \{\ddot{p}\}^2 + T^T K T \{p\} = T^T \{f\} \quad (10)$$

식 (10)과 같은 합성 과정에서 유한 요소에 의한 합성 과정은 실제 결합 후의 전체 구조물의 동특성을 예측하는 데 유용하게 이용된다.

2.2 자유경계방법

자유 경계 방법은 Hou, Goldman의 연구를 시작으로 MacNeal(1971), Rubin(1974)이 수정된 방법을 제시하기 까지 구속 경계 방법에 비하여 정확성이 많이 떨어지는 단점이 있었다. 하지만 자유 경계 방법의 장점은 부분 구조물이 크고 복잡하거나 유연한 경우 구조물의 결합 경계 조건을 구속하기에는 물리적으로 실현이 어렵거나 비용이 많이 드는 등의 단점 때문에 실험적 적용의 용이함

으로 인하여 많이 시도되고 개선되어 오고 있다. 자유 경계 방법에서는 결합 지점의 감쇠가 작고, 결합 매개체가 매우 강하며(rigid) 질량이 거의 없다는 전제 하에서 출발한다. 하지만 자유 경계 방법을 적용하여 부분 모드 합성을 수행할 때에는 결합 후에 저주파수 영역에서 정적 보상을 위해 잔여 유연도(residual flexibility) 부착 모드(attachment mode)를 함께 고려하고 있다. f_i 가 결합점의 내부 힘일 때, 다음 식은 부분 구조물의 고유치 문제는 다음과 같이 표현된다.

$$KX - \omega^2 MX = f \quad (11)$$

자유 경계 조건의 부분 구조물 고유치와 정규 모드 벡터는 Ω, Φ 일 때, 정규 모드 벡터 변환에 의해 식 (11)는 다음 식과 같이 변환된다.

$$(\Omega - \omega^2 I)X = \Phi^T f \quad (12)$$

강체 운동 조건을 고려할 때, $\omega \ll 0$ 이 되고, 식 (12)은 다음 식으로 표현된다.

$$X = K^{-1} f = Gf \quad (13)$$

식 (13)에서 모드 자름 오차에 의해 선정되지 않은 고주파수의 모드 영향을 구하기 위해 고려된 모드에 의한 영향을 빼면 다음 식과 같다.

$$G^h = G - \Phi \Omega^{-1} \Phi^T \quad (14)$$

식 (14)은 잔여 유연도(residual flexibility)를 의미하고 잔여 유연도에 단위 힘을 가한 결과는 다음 식과 같이 정적 변위 형상을 나타낸다.

$$X^h = (G - \Phi \Omega^{-1} \Phi^T) f = G^h f \quad (15)$$

즉, 잔여 유연도 부착 모드는 고려되지 않은 고주파 영역의 모드에 의한 영향을 보상하기 위한 모드이다. 결국 부분 구조물의 임의의 내부 지점의 변위는 식 (15)와 자유 경계 조건 부분 구조물의 정규 모드의 합으로 표현되며 다음 식과 같다.

$$X = \Phi Z + G^h f \quad (16)$$

Craig 와 Chang[18] 그리고 Geradin과 Rixen의 연구에서는 잔여 유연도를 구하고 부분 모드 합성하는 과정에서 고유치가 0 인 강체 모드에 의해 수치적인 수렴에 문제가 발생하거나 오차가 커짐을 해결하기 위해 관성 제거 모드(inertia relief mode)를 고려하였다. 식 (16)의 첫 번째 항을 다음 식과 같이 강체 모드에 의한 항과 탄성 모드에 의한 항으로 나누어 표현한다. 이 때, 첨자 r 은 강체 모드를 의미하고 첨자 e 는 강체 모드를 의미한다.

$$X = \Phi^r Z^r + \Phi^e Z^e \quad (17)$$

식 (17)을 식 (11)의 고유치 문제에 대입하면 다음 식과 같다.

$$K(\Phi^r Z^r + \Phi^e Z^e) - \omega^2 M(\Phi^r Z^r + \Phi^e Z^e) = f \quad (18)$$

질량에 의한 정규 직교화(mass normalized orthogonality) 성질에 의해 식 (18)는 다음의 두 식들로 나뉘어진다.

$$-\omega^2 Z^r = \Phi^{rT} f \quad (19)$$

$$(\Omega - \omega^2 I)Z^e = \Phi^{eT} f \quad (20)$$

한편, 강체 모드에 작용하는 강체 힘은 다음 식과 같이 표현되고,

$$f^r = -\omega^2 M X^r = -\omega^2 M \Phi^r Z^r = M \Phi^r \Phi^{rT} f \quad (21)$$

식 (18)의 전체 힘에서 강체 모드에 의한 힘을 제거하면 다음 식과 같다.

$$f^e = f - f^r = (I - \Phi^r \Phi^{rT} M) f \quad (22)$$

식 (22)에서 관성 제거 모드는 다음 식으로 정의된다.

$$G^h = A G A^T - \Phi^e \Omega^{-1} \Phi^{eT} \quad (23)$$

위와 같은 과정을 통해 자유 경계 조건 정규 모드와 잔여 유연도 부착 모드를 적용한 부분 모드 합성을 수치적으로 안정하게 수행 가능하다. 자유 경계 방법에 의한 두 부분 구조물의 합성은 실험상으로 적용이 용이하고, 합성식의 유도 과정도 간단하다. 자유 경계 방법에 의한 부분 모드 합성은 정확성이 떨어져서 잔여 유연도로 저주파수 영역의 정적 보상을 해주는데, 이 때 부분 구조물

이 가벼울수록 그 중요성이 크다고 알려져 있다[16-18]. 즉 잔여 유연도에 의한 보상이 정확성에 기여하는 몫이 큰 것이다. 이와 관련하여 부분 구조물이 어느 정도 무게나 강성을 갖고 있는 경우에 자유 경계 방법의 개선안으로 실험적으로도 많이 이용되는 부가 질량 법(mass loading technique)에 관해 합성식을 유도해 본다.

2.2.1 부가질량법(mass loading technique)

식 (1)과 같이 부분 구조물의 질량, 강성 행렬에 의한 공간 모델을 다음과 같이 표현한다.

$$M\ddot{X} + KX = 0 \quad (24)$$

부분 모드에 의한 변환 관계를 다음 식과 같이 표현한다면,

$$X = \Phi Z \quad (25)$$

앞에서의 식 (35)와 같은 형태로 변환된다.

$$I\ddot{Z} + \Omega^2 Z = 0 \quad (26)$$

이 때, 변환 행렬의 질량 직교성에 의해 다음 식과 같은 관계가 있다.

$$I = \Phi^T M \Phi, \quad \Omega^2 = \Phi^T K \Phi \quad (27)$$

이제 부분 구조물의 자유 경계인 결합면에 임의의 질량 m 을 다음 식과 같이 부가한다.

$$(M+m)\ddot{X} + KX = 0 \quad (28)$$

식 (27)과 같은 방법으로 원래의 질량 행렬에 부가 질량 행렬이 더해진 새로운 질량 행렬의 질량 직교 모드 벡터 Ψ 를 구하여 좌표 변환하면,

$$X = \Psi Z \quad (29)$$

부가된 질량에 의한 변화된 모드 벡터에 의해 다음 식이 얻어지고,

$$\Psi^T (M+m) \Psi \ddot{Z} + \Psi^T K \Psi Z = 0 \quad (30)$$

식 (27)와 같이 다음 식들의 관계가 성립한다.

$$\Psi^T (M+m) \Psi = I \quad (31)$$

$$\Psi^T K \Psi = I - \Psi^T m \Psi \quad (32)$$

즉, 결합 시 부분 구조물이 결합점 부근에서 질량 효과가 있기 때문에 이러한 영향을 부분 구조물을 결합시키기 위해 부가된 질량의 영향을 제거하고 식 (22)와 같이 합성된 식을 얻을 수 있다.

$$(I - \Psi^T m \Psi) \ddot{Z} + \Omega^2 Z = 0 \quad (33)$$

2.3 복합경계방법

부분 모드 합성법은 경계 조건에 의해 두 개의 흐름으로 나뉘어져 연구되어 왔다. 하지만, 근래에는 정확성 면에서 우월한 구속 경계 방법과 실험 측정에 의한 적용이 용이한 자유 경계 방법을 함께 이용하는 방법들이 연구되었다. 실험 기반으로 질량, 강성 행렬을 구성하는 방법을 제안한 Humar와 Soucy[15]에 의한 임의의 경계 조건 하에서 측정된 실험에 기반한 복합 경계 방법 연구와 Morgan, Pierre 와 Hulbert[13-14]의 자유 경계 조건 하에서 측정된 부분 모드를 이용하여 행렬 변환 과정을 거쳐 Craig-Bampton 질량, 강성 행렬로 변환 시키는 방법을 제안한 연구가 있다. 본 절에서는 임의의 경계 조건에서 측정된 부분 모드를 이용한 복합 경계 방법에 대해 식을 유도한다. 식 (10)에 부착 모드(attachment mode)를 추가한 형태를 적용하면, 식 (34)과 같고,

$$\begin{pmatrix} x_i \\ x_c \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_k & \Gamma_a & \Psi_c \\ 0 & 0 & I_c \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_k \\ p_a \\ x_c \end{pmatrix} \quad (34)$$

식 (9)와 같이 $X = T p$ 의 변환 행렬에 의한 변환 결과는 다음 식들과 같다.

$$\bar{k} = T^T \cdot k \cdot T, \quad \bar{m} = T^T \cdot m \cdot T \quad (35)$$

$$\bar{k} = \begin{bmatrix} \Lambda_{kk} & 0 & 0 \\ 0 & G_{aa} & 0 \\ 0 & 0 & k^* \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$\bar{m} = \begin{bmatrix} I_k & 0 & \Phi_k^T (m_i \Psi_c + m_c) \\ 0 & G_{aa} & \Phi_{da}^T (m_i \Psi_c + m_c) \\ (\Psi_c^T m_i + m_{ci}) \Phi_k & (\Psi_c^T m_i + m_{ci}) \Phi_{da} & \Psi_c^T m_i \Psi_c + \Psi_c^T m_c + m_{ci} \Psi_c + m_{cc} \end{bmatrix} \quad (37)$$

식 (36)에서

$$k^* = k_{cc} - k_{ci}k_{ii}^{-1}k_{ic} \quad (38)$$

의 관계가 있으며, 구속 경계 조건을 부여하는 등가 강성이다.

식 (36)와 (37)에서 $\omega_{kk}, \Phi_k, G_{da}, \Psi_c, k^*$ 은 모두 실험으로 얻을 수 있는 값이다. 부분 구조물 결합점의 물리적 변위는 다음과 같은 Ritz 변환 관계를 만족한다.

$$x_c = \Phi_{ak}p_k + \Gamma_{aa}p_a + \Psi_{ar}p_r + \Psi_{ac}p_c \quad (39)$$

두 부분 구조물 A, B를 결합점을 기점으로 합성시키기 위해 변환 행렬 S를 도입하면, 다음과 같고,

$$p = S \cdot q \quad (40)$$

식 (40)에서 p 와 q 는 다음과 같다.

$$p = \begin{bmatrix} p_k^A & p_a^A & p_r^A & p_c^A & p_k^B & p_a^B & p_r^B & p_c^B \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$q = \begin{bmatrix} p_k^A & p_a^A & p_r^A & p_c^A & p_k^B & p_r^B \end{bmatrix} \quad (42)$$

결국 합성된 질량, 강성 행렬은 다음과 같다.

$$K = S^T \cdot \begin{bmatrix} k^A & 0 \\ 0 & k^B \end{bmatrix} \cdot S \quad (43)$$

$$M = S^T \cdot \begin{bmatrix} m^A & 0 \\ 0 & m^B \end{bmatrix} \cdot S \quad (44)$$

식 (43)의 합성 질량, 강성 행렬을 식 (11)의 형태로 표현하면,

$$(K - \Omega^2 M)X = F \quad (45)$$

식 (45)이 되고, 주파수 응답 행렬을 다음 식과 같이 구성할 수 있다.

$$HF = X \quad (46)$$

$$\begin{bmatrix} H_{ii} & H_{ic} \\ H_{ci} & H_{cc} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} F_i \\ F_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_i \\ X_c \end{pmatrix} \quad (47)$$

구속 경계 조건 $X_c = 0$ 을 도입하면, 식 (47)의 위 행은 다음 식과 같이 표현된다.

$$(H_{ii} - H_{ic}H_{cc}^{-1}H_{ci})F_i = X_i \quad (48)$$

$$H^* \cdot F_i = X_i \quad (49)$$

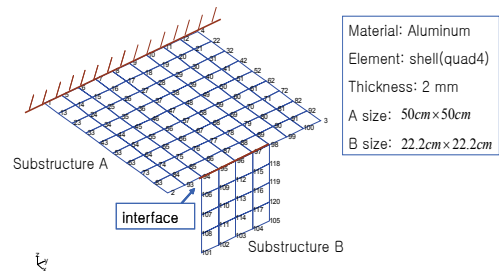
식 (49)의 H^* 로부터 구속 경계 조건의 모드 변수들을 추출해 낼 수 있다. 이는 임의의 강성을 갖는 경계 조건 상황에서 실험을 해도, 식 (44)의 변환 관계를 이용함으로써 구속 경계 조건의 실험 결과를 얻을 수 있음을 의미한다.

3. 부분모드합성법의 적용

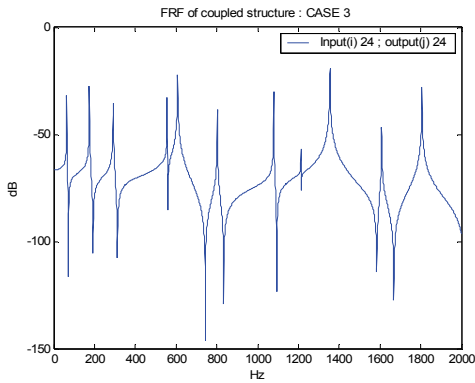
3.1 평판구조물의 구조변경

두 평판의 합성 문제에 기존의 연구되었던 부분 모드 합성법을 적용하여 서로간의 차이점과 장단점을 분석하기 위하여 Fig. 1과 같은 문제를 설정하였다.

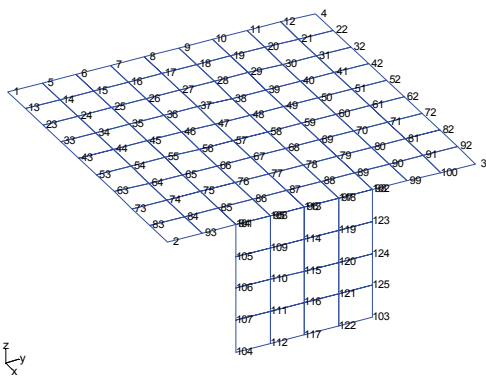
Fig. 1에서 부분 구조물 A와 B가 결합점들을 기점으로 서로 결합되었으며, 모두 같은 재료 물성값과 셸 요소를 사용하였고, 두께도 같다. 하지만, 특이할 점은 부분 구조물 B가 A에 비하여 1/5 정도로 작은 크기이며, 음의 z 방향으로 결합되어 있다는 점이다. FEM 에 의해 생성된 결합 구조물의 24번 노드 지점에서의 노드 점 주파수 응답 함수(point FRF)의 결과를 도시하였다. Fig. 2의 FRF 결과는 부분 모드 합성에 의한 각 경우의 엄밀해로 비교되며, Fig. 3은 부분 모드 합성을 수행하기 위한 부분 구조물의 결합 모델을 보여준다. 부분 모드 합성의 방법은 기존에 연구되었던 방법을 기준으로 네 가지 방법으로 수행되었다. 우선 첫 번째 합성 방법은 구속 경계 부분 구조 합성법인 Craig-Bampton의 방법을 사용한 것이다. 두 번째 방법은 MacNeal과 Rubin의 방법으로 잘 알려져 있는 자유 경계 부분 구조 합성법이다.



[그림 1] FEM에 의해 합성된 구조물의 개념도

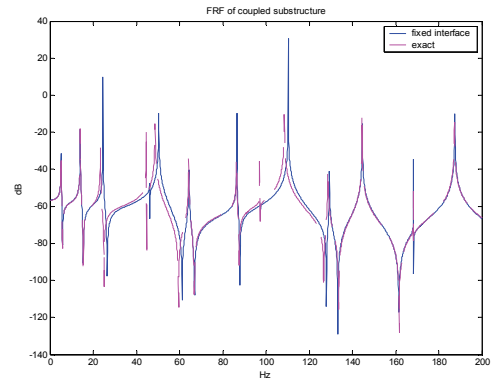


[그림 2] FEM 전체 구조물의 FRF (24번 노드)



[그림 3] 부분 모드 합성에 의한 부분 구조물 A, B의 결합 모델

자유 경계 조건 하에서의 정규 모드와 잔여 유연도에 의한 보상이 이루어졌다. 세 번째로는 실험적으로 가장 유용하다고 알려져 있는 질량 부가 법을 이용하였다. 이렇게 기본적인 세 가지 방법을 예제를 바꿔보고, 참여 모드 수를 변경하면서 수행해 보았지만, 뚜렷한 정확성의 변화는 발견하지 못했다. 마지막으로 수행해 본 방법은 다소 시행착오 방법이라고 할 수 있는 복합 경계에 의한 모드 합성 방법이다. 이 방법에서 상대적으로 큰 부분 구조물 A에는 구속 경계 조건을 도입하고, 상대적으로 작은 부분 구조물 B에는 자유 경계 조건을 도입하였다. 본 시뮬레이션에서는 여타의 방법에 비하여 가장 좋은 정확성을 보여주었는데, 이는 물리적으로 결합 후의 동특성을 가장 잘 반영하는 부분 구조물의 경계 조건으로 이해된다.

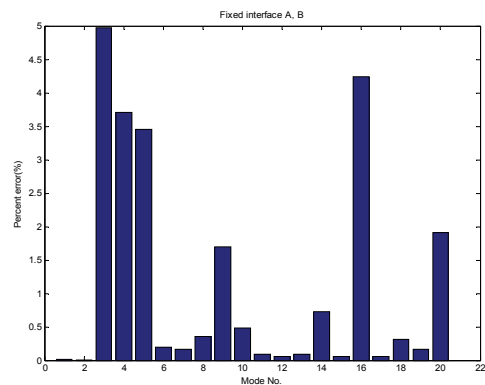


[그림 4] 구속 경계 모드 합성법을 적용한 결과의 FRF 비교

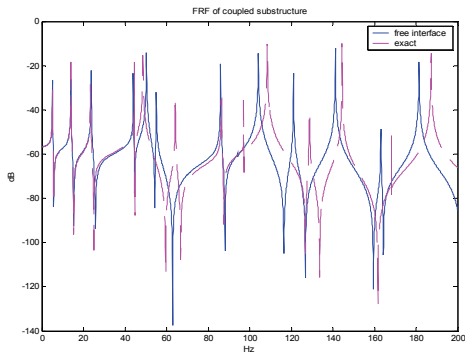
Fig. 4부터 Fig. 11까지는 각 경우에 대하여 24번 노드 점의 FRF를 FEM에 의한 결과와 비교하는 그림이며, 이어지는 그림은 각 모드에 대한 퍼센트 오차를 보여주는 것이다. 마지막으로 Table 1은 각 경우의 고유 주파수를 10번째까지 나타낸 것이다.

3.2 압축기 하부 고정지지부의 구조변경

가정용 냉동 시스템에 사용되는 왕복동식 압축기는 냉장고의 가동시에 주요 진동원이자 소음원이다. 압축기의 내부에는 회전모터에 의해 냉매가 압축되는데, 회전과 냉매와의 압축작용 과정에서 진동이 발생되고, 압축기의 하부 다리 구조가 냉장고 기관실 내부의 고정판에 연결부 재진재를 통하여 고정된다.

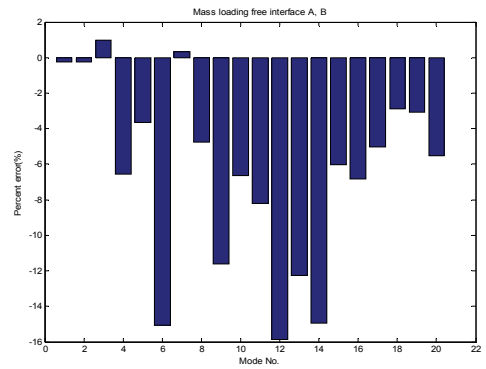


[그림 5] 구속 경계 모드 합성법을 적용한 결과의 퍼센트 오차 비교

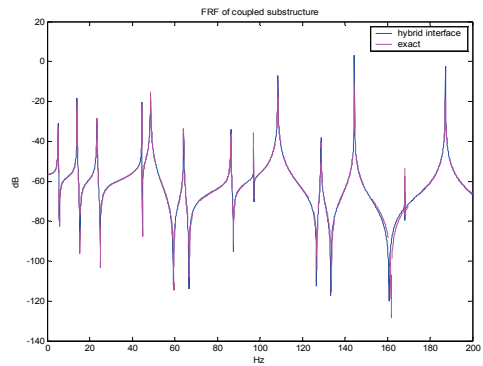


[그림 6] 자유 경계 모드 합성법을 적용한 결과의 FRF 비교

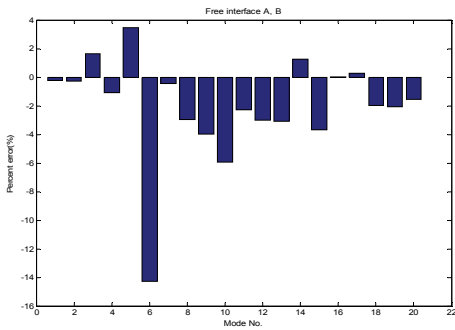
이 때, 압축기의 자유지지 경계조건 상에서 쉘의 형상 및 두께 등 구조변경이 이루어져 왔지만, 고정관과 재진재의 연결부를 고려한 연구는 주로 실험적으로만 이루어지고 있다.



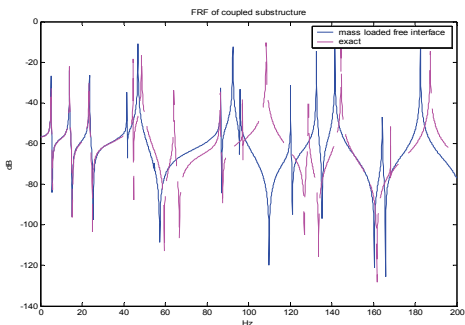
[그림 9] 질량 부가 모드 합성법을 적용한 결과의 퍼센트 오차 비교



[그림 10] 복합 경계 모드 합성법을 적용한 결과의 FRF 비교

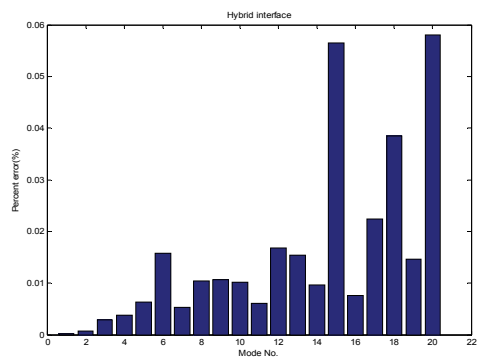


[그림 7] 자유 경계 모드 합성법을 적용한 결과의 퍼센트 오차 비교



[그림 8] 질량 부가 모드 합성법을 적용한 결과의 FRF 비교

위의 기본적인 예에 대한 검증과 제안한 부분구조합성법 알고리즘 방법을 본 압축기의 재진재 결합에 해석적으로 시도해본 결과는 Fig. 12와 같다.



[그림 11] 복합 경계 모드 합성법을 적용한 결과의 퍼센트 오차 비교

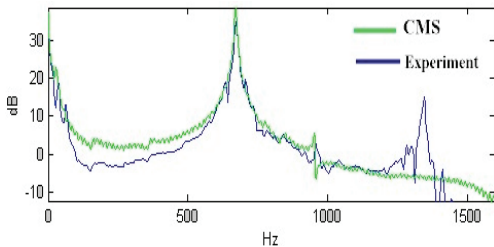
[표 1] 각 결과의 고유 진동수(Hz)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	5.13	14.01	23.34	44.51	48.64	64.23	86.35	97.11	108.46	128.75
2	5.12	13.97	23.72	44.02	50.33	55.07	85.98	94.24	104.16	121.08
3	5.13	14.01	24.50	46.16	50.33	64.36	86.50	97.45	110.30	129.37
4	5.13	14.01	23.34	44.51	48.65	64.24	86.36	97.12	108.47	128.76
5	5.11	13.98	23.57	41.58	46.88	54.56	86.64	92.47	95.88	120.21
6	5.12	13.96	23.29	41.30	46.66	54.48	85.71	92.19	94.61	120.13

(1: exact, 2: fixed+fixed, 3: free+free, 4: hybrid, 5: 0.01%mass loading, 6: 0.1% mass loading)



[그림 12] 압축기 모델(좌) 과 재진고무요소(우)



[그림 13] CMS 예측결과와 실제 실험결과 비교

Fig. 12는 압축기의 하부를 고무 재진요소로 고정한 모델을 나타낸 것이다. Fig. 13은 위 Fig. 12에서의 모드 해석결과와 두 유한요소모델의 부분구조합성법 알고리즘을 적용한 결과를 나타낸 것이다. 주요 주파수 영역대에서 비교적 정확한 결과를 얻을 수 있으며, 위에서 제시한 부분구조합성법의 적용 알고리즘이 효과적으로 작용하였음을 확인할 수 있다. 이러한 기본적인 해석적 방법을 추후 복잡한 구조변경의 시도 문제에 다양하게 적용할 예정이다. 또한 이러한 접근방법은 왕복동식 압축기를 사용하는 소형 냉동시스템의 진동 및 소음을 저감하는데 효과적으로 이용될 수 있을 것으로 기대된다[15].

3. 결론

합성되는 두 물체의 재료, 물리적 특성과 크기, 외형의 복잡성 등, 상대적인 차이에 따라 부분 모드 합성 방법을 다르게 적용해야 정확성의 향상을 기대할 수 있다. 시물

레이션에서 설정된 두 구조물 중 A 부분구조물은 B 부분 구조물에 비해 상대적으로 크고 flexible 하므로 모드 합성 시 fixed interface 방법을 적용하고 B 부분 구조물에는 자유 경계 방법을 적용하여, 가장 정확한 결과를 얻었다. 이는 두 물체의 결합 후의 상호관계에 의한 물리적 현상으로 이해된다. 분석 대상 구조물이 크고 복잡하거나 유연할 때, 실험 측정에 의해 모드 변수를 얻어야 하는 조건에서 유용하게 이용되는 mass loading 방법을 시뮬레이션 상으로 적용하였다. 그 결과 interface 의 노드점에 점 질량을 부가한 것은 저주파수 영역에서 정확성이 좋은 편이었지만, 그 이상의 주파수 영역에서는 정확하지 못했다. 이러한 기본 모델에 대한 해석을 토대로 가정용 냉장고에 일반적으로 쓰이는 소형 왕복동 압축기 모델의 기저부가 재진재 고무요소로 연결되어 있는 모델에 대하여 압축기와 재진재의 연결 합성 방법을 각각 fixed 와 free 모드 방법으로 적용하고, 이를 실험으로 직접 비교해본 결과 5% 이하의 정확한 성능을 예측할 수 있었다.

참고문헌

- [1] R. R. Craig, C. Mervyn, and C. C. Bampton, "Coupling of Substructures for Dynamic Analysis", *AIAA* Vol. 6, No. 7, 1968.
- [2] Benfield, and Hrudu, "Vibration Analysis of Substructures by Component Mode Substitution", *AIAA*, Vol. 9, No. 7, pp. 1255-1251, 1971.
- [3] E. H. Dowell, "Free Vibrations of an Arbitrary Structure in terms of Component Mode", *Journal of Applied Mechanics*, september, 1972.
- [4] W. H. Chen, and J. S. Cherng, "Modal Synthesis via Combined Experimental and Finite Element Techniques with Consideration of Rotational Effects", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 103, No. 1, 1985.
- [5] J. H. Kuang, and Y. G. Tsuei, "A More General Method of Substructure Mode Synthesis for Dynamic Analysis", *AIAA*, 1985.
- [6] N. Neibal, "Experimental System Identification for Experimental/analytical Correction and Modeling", *ASME*, Vo. 167, 1985.
- [7] Kenneth W. Gwinn, James P. Lauffer, A. Keith, Miller, "Component Mode Synthesis using Experimental Modes Enhanced by Mass Loading", *IMAC*, 1992.
- [8] L. E. Suarez, and E. E. Matheu, "A Modal Synthesis

Technique Based on the Force Derivative Method”, *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 114, 1992.

- [9] R. C. Engels, “Convergence Improvement for Component Mode Synthesis,” *AIAA*, Vol. 30, No. 2, 1992.
- [10] G. Z. Matthew, P. Castanier, and C. Pierr, “Efficient Component Mode Synthesis with a New Interface Reduction Method”, *IMAC*, 2001
- [11] K. F. Alvin, L. D. Peterson, and K. C. Park, “Minimal Order Experimental Component Mode Synthesis: New results and challenges”, *AIAA*, Vol. 33, No. 8, 1995.
- [12] K. Wyckaert, K. Q. Xu, and P. Mas, “The Virtues of Static and Dynamic Compensations for FRF based Substructuring”, *IMAC*, 1996.
- [13] J. A. Morgan, C. Pierre, and G. M. Hulbert, “Calculation of Component Mode Synthesis Matrices from Measured Frequency Response Function, Part1:Theory”, *Journal of Vibration and Acoustics*, ASME, Vol. 120, 1998.
- [14] J. A. Morgan, C. Pierre, and G. M. Hulbert, “Calculation of Component Mode Synthesis Matrices from Measured Frequency Response function, Part2: Application”, *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 120, 1998.
- [15] S. H. Kim, D. Y. Lee, and M. Y. Lee, “Analysis and Suppression Plan for Structure and Flow induced Noise in a Small Refrigeration System”, *Trans. of the KAIS*, In Press.

김수현(Soo-Hyun Kim)

[정회원]



- 2001년 2월 : 고려대학교 기계공학부 (공학석사)
- 2005년 8월 : 한국과학기술원 기계공학부 (공학박사수료)
- 2009년 2월 : 목원대학교 IT학과 (공학박사)
- 2010년 3월 ~ 현재 : 유한대학교 기계설계학과 강의전담교수

<관심분야>

수술로봇, 휴머노이드 로봇

이정익(Lee, Jeong-Ick)

[정회원]



- 1991년 2월 : 한양대학교 공과대학 기계공학과 (공학사)
- 1993년 2월 : 한양대학교 공과대학 정밀기계공학과 (공학석사)
- 1999년 8월 : 한양대학교 공과대학 정밀기계공학과 (공학박사)
- 1993년 1월 ~ 1999년 12월 : (주)대우전자 중앙연구소 (선임연구원)
- 2000년 3월 ~ 2007년 2월 : 용인송담대. 자동차기계설계전공 (교수)
- 2007년 3월 ~ 현재 : 인하공전. 기계공학부. 기계설계과 (교수)

<관심분야>

CAD/CAM/CAE, 공장자동화, 생산자동화, 사출금형, 유비쿼터스, MEMS, BIOMECHANICS

이동연(Dong-Yeon Lee)

[정회원]



- 1999년 2월 : 한국과학기술원 기계공학부 (공학석사)
- 2007년 2월 : 한국과학기술원 기계공학부 (공학박사)
- 2007년 3월 ~ 2008년 8월 : 한국전기연구원 선임연구원
- 2008년 9월 ~ 현재 : 영남대학교 기계공학부 교수

<관심분야>

Nano-mechatronics, Nano-design, Scanning-Probe Microscope

이무연(Lee, Moo-Yeon)

[정회원]



- 2003년 2월 : 고려대학교 기계공학부 (공학석사)
- 2003년 3월 ~ 2007년 2월 : 만도공조 및 엘지전자 연구소 주임연구원
- 2010년 2월 : 고려대학교 기계공학부 (공학박사)
- 2010년 3월 ~ 12월 : 고려대학교 기계공학과 연구교수
- 2011년 2월 1일~ 현재 : 자동차 부품연구원 열제어연구센터 선임연구원

<관심분야>

열및 물질전달, 냉동 공조, 생체유체, 신재생에너지 변환시스템