

연속 시스템 모델링을 위한 칼만 필터링 기반 신경회로망 학습에 대한 기술 동향

신경회로망 기술은 다양한 공학적 및 과학적 문제에 적용되어 왔으며 복잡한 동특성을 갖는 시스템의 모델링에 특히 효율적인 것으로 알려져 있다. 신경회로망 학습은 신경회로망의 가중치 및 바이어스로서 주어지는 파라미터 벡터의 요소를 주어진 목적함수를 최소화하는 최적의 값으로 추정하는 연산과정을 의미한다. 따라서 신경회로망 파라미터 학습은 전체 시스템의 성능을 직접적으로 좌우하는 매우 중요한 단계라 할 수 있으며 일반적으로 파라미터의 수정규칙 알고리즘을 도출한다. 이러한 수정규칙은 주로 최적화 기법을 적용하며 경사함수(gradient function)를 포함한다. 최근에는 이러한 경사함수를 포함하지 않는 학습 알고리즘이 많이 개발되고 있으며 특히 칼만 필터링 이론을 접목한 미분 신경회로망의 학습 알고리즘이 최근에 발표되었다.

■ 조현철
(울산과학기술대)

I. 서론

인공 신경회로망은 인간의 정보 전달 매커니즘을 수학적 모델로 구현하여 공학 및 과학기술에 적용하는 소프트(soft) 연산 알고리즘의 일종이다. 주로 신호처리, 제어시스템, 영상 및 음성 인식 등과 같은 다양한 분야에 적용되고 있으며 실제 성공적인 적용 결과들이 발표되고 있다. 현재까지 다양한 인공 신경회로망 모델이 연구되어 왔으며 주어진 공학적 문제에 따라 모델의 선택이 결정되어진다.

신경회로망의 가장 중요한 특징은 학습(learning) 기능으로서, 이는 주어진 입출력 데이터 집합을 통해 물리계의 동특성을 매핑(mapping) 할 수 있는 연산기법을 의미한다. 다시 말해, 신경회로망 학습이란 시스템으로부터 주어진 입출력 패턴에 대하여 최적화 기법을 통해 목적함수를 만족하는 최적의 신경회로망 파라미터를 탐색하는 과정을 일컫는다. 이러한 최적화 기법으로는 주로 Newton 기법이나 최급강하(steepest descent) 최적화 등을 이용하여 주어진 시스템에 적합한 알고리즘을 도출한다. 하지만 이러한 최적화 기반 학습 알고리즘에는 일반적으로 경사(gradient) 함수가 포함되어 있으므로 학습 과정 중에 파라미

터의 국부 해(local solution)를 가질 수 있어 최적의 신경회로망 학습이 어려울 수도 있으며 이는 전체 시스템 성능을 저하시키는 결과를 초래한다. 최근에는 이러한 경사함수를 포함하지 않는 신경회로망 학습 알고리즘에 대한 연구가 활발히 진행 중에 있으며 그 대표적인 기술이 기존의 칼만 필터 이론을 신경회로망 학습 알고리즘의 도출에 적용하는 것이다.

II. 연구 동향

Li는 기존의 오차역전파(backpropagation) 학습 알고리즘과 칼만 필터를 적용한 신경회로망 학습기법 간의 성능을 학습 데이터 패턴에 따른 차이점을 분석하였으며[1], Takenga 등은 경사함수 기반 최적화, 일반 칼만 필터, decouple 칼만 필터 구조를 각각 신경회로망 학습에 적용하여 학습 성능을 서로 비교 분석하였다[2]. Wang 등은 다양한 활성화 함수에 대하여 다층 신경회로망의 확장된 칼만 필터 기법을 적용하여 XOR 패턴 분류, 패리티(parity) 발생, 숫자인식, piecewise 선형 함수의 근사화(approximation) 등과 같은 문제에 적용하였다[3]. 또한 unscented 칼만 필터[4]를 이용하여 신경회로망의 온라인 학습과 비선형

상태 추정 알고리즘을 제안한 논문이 각각 발표되었다[5,6]. 적용분야에 대해서도 칼만 필터 기반 신경회로망은 다양한 분야에 응용이 되었으며, Choi 등은 simultaneous localization & map building(SLAM) 문제에 적용하였으며[7], Kramer 등은 여러 형태의 패턴을 갖는 대상물의 추적 알고리즘을 개발하는데 효율적으로 적용하였다[8]. 최근에는 순환형(recurrent) 신경회로망 모델에 칼만 필터 기법을 적용한 사례가 많이 늘고 있다. Rubio 등은 순환형 신경회로망의 강인성을 위하여 칼만 필터 이론을 적용하였으며[9], Choi 등은 시변 통신 채널의 equalizer을 개발하기 위하여 순환형 신경회로망을 구성하였으며 unscented 칼만 필터링 알고리즘을 학습에 도입하였다[10]. 또한 Coelho 등은 고속 학습 시간을 위하여 칼만 필터 기반 complex real time recurrent learning (RTRL)을 제안하였으며[11], Múrikitani 등은 ensemble 칼만 필터 구조를 이용한 순환형 신경회로망의 적응형 학습 알고리즘을 제안하였다[12]. 보다 최근에는 Wang 등이 이러한 순환형 신경회로망에 확장형 칼만 필터 알고리즘을 적용하였을 때 그 수렴특성을 분석하였다[13]. 또한 이러한 학습의 수렴성을 개선하기 위하여 R 및 Q 적응형 학습 기법을 제안하였으며, 여기서 R과 Q는 칼만 필터 알고리즘에서 관측 노이즈 및 프로세서 노이즈의 공분산 행렬을 각각 의미한다. 최근에는 칼만-버쉬 필터 이론을 동적(dynamic) 신경회로망 모델의 일종인 미분 신경망의 학습 알고리즘에 적용하여 효율적인 시스템의 최적화 기술을 도출하였다. 이제까지의 연구동향을 통해 기존의 경도 함수를 배제한 신경회로망 파라미터 학습 알고리즘을 도출하여 수렴성(convergence) 및 안정성(stability)에 보다 효율적인 결과를 보이고 있는 것을 알 수 있다.

III. 다층 신경회로망 및 학습

현재까지 다양한 신경회로망 모델이 제시되었으며 그 중 가장 널리 사용되고 있는 모델은 3층 구조의 퍼셉트론 신경회로망으로서 그림 1과 같다. 이러한 신경회로망의 출력신호는 다음과 같다.

$$y = \phi(V(Wx + b) + \beta) \quad (1)$$

여기서 $x \in R^n$ 은 입력벡터, $y \in R^m$ 은 출력벡터를 나타내며, $W \in R^{h \times n}$ 와 $V \in R^{m \times h}$ 은 가중치 행렬, $b \in R^h$ 와 $\beta \in R^m$ 는 바이어스 벡터를 각각 나타내며, $\phi: R^h \rightarrow R^m$ 는 비선형 활성화 함수를 나타낸다. 신경회로망의 파라미터 학습은 주어진 목

적함수를 만족하도록 (1)의 가중치 행렬 요소와 바이어스 벡터 요소를 최적의 값으로 결정하는 과정이다. 이 때 기존의 최적화 기법을 적용하여 이러한 신경회로망 파라미터에 대한 수정규칙을 도출하여야 한다. 예를 들어 신경회로망 파라미터 벡터를

$$\theta = [w \quad v \quad b \quad \beta]^T \in R^{(h \times n) + (m \times h) + h + m} \quad (2)$$

와 같이 다시 표현하면 여기서 $w = col\{W\}$, $v = col\{V\}$ 이며, 주어진 목적함수 J 를 최소화하는 최적의 신경회로망 파라미터 벡터 θ^* 를 결정하는 것으로서 수학적으로 다음과 같이 표현된다.

$$\theta^* = \min J \quad (3)$$

여러 가지 최적화 기법을 이용하여 (3)에 대한 해를 구할 수 있으며 최급강화 최적화 기법을 이용할 경우 (3)의 파라미터의 수정규칙은 다음과 같이 주어진다.

$$\theta(k+1) = \theta(k) - \eta \frac{\partial J}{\partial \theta} \quad (4)$$

여기서 η 는 0과 1사이의 값으로서 학습 파라미터를 나타낸다. (4)의 우변의 편미분 항은 해석적 방법론을 통해 미분식을 연산하여야 한다. 이러한 경사함수는 앞서 언급한 바와 같이 복잡한 시스템의 경우 그 해를 구하기가 어렵기 때문에 수치적 또는 근사적 해를 이용하여 연산을 할 수 있다. 하지만 이러한 경우 정밀한 학습 결과를 기대하기 어렵기 때문에 최근에는 칼만 필터

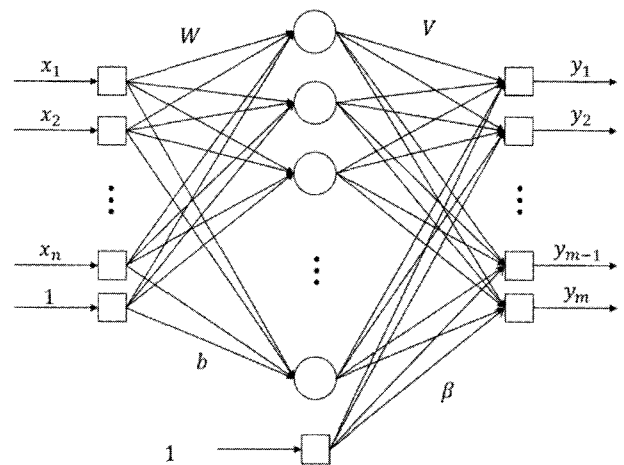


그림 1. 다층 퍼셉트론 신경회로망 모델.
Fig. 1. Multi-layer perceptron neural networks model.

이론 등을 적용하여 신경회로망 파라미터 수정 알고리즘을 도출하고 있다.

IV. 칼만-버쉬 필터 알고리즘

잘 알려진 바와 같이 칼만 필터는 확률 시스템의 상태벡터를 추정하는 연산기법이며, 신경회로망 학습에 적용될 경우 신경회로망 파라미터를 시스템의 상태로 간주하여 재귀형(recursive) 구조의 파라미터 추정 규칙을 도출한다. 최근에는 칼만-버쉬 필터 이론을 적용한 미분 신경회로망의 파라미터 학습 알고리즘이 제시되었으며 이에 대한 내용을 살펴보기로 한다.

칼만-버쉬 필터링은 연속시간 시스템의 상태추정을 위해 적용되며 플랜트의 출력에 대한 추정오차를 감소함으로써 상태를 추정하는 방식으로 행해진다[14]. 본 절은 기존의 잘 알려진 칼만-버쉬 필터링을 간략히 서술한다. 우선 다음과 같은 비선형 미분방정식으로 표현되는 연속시간 시스템 모델을 고려한다.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, u, w, t) \\ y(t) = h(x, \delta, t) \end{cases} \quad (5)$$

여기서 $x \in R^n$ 은 시스템 상태벡터, $u \in R^m$ 은 입력벡터, $w \in R^s$ 은 상태 외란벡터, $y \in R^l$ 은 출력벡터, 그리고 $\delta \in R^l$ 은 출력 외란벡터를 나타내며, $f: R^n \rightarrow R^n$ 및 $h: R^n \rightarrow R^l$ 은 비선형 상태 및 출력 함수를 각각 나타낸다. 칼만-버쉬 필터링 이론에 의하면 (5)의 시스템에 대한 필터의 상태 추정 방정식은 다음과 같다.

$$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), u, t) + K(t)(y(t) - h(\hat{x}, t)) \quad (6)$$

여기서 필터의 이득 행렬 $K(t)$ 와 공분산 행렬 $P(t)$ 에 대한 방정식은 각각

$$K(t) = P(t)H^T(t)R^{-1}(t) \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \dot{P}(t) = & F(t)P(t) + P(t)F^T(t) + L(t)Q(t)L^T(t) \\ & - P(t)H^T(t)R^{-1}(t)H(t)P(t) \end{aligned} \quad (8)$$

와 같으며 여기서 R 와 Q 은 확률벡터 w 와 δ 의 공분산(covariance) 행렬로서 각각 $R = E(\delta\delta^T)$ 와 $Q = E(w w^T)$ 로 정의되며 행렬 P 의 초기상태 조건은 실제 시스템의 초기값과 추

정치 초기값 간의 편차에 대한 공분산으로 주어지며 $P(0) = E\{[x(0) - \hat{x}(0)][x(0) - \hat{x}(0)]^T\}$ 와 같으며 그 외의 행렬은 각각 다음과 같이 연산된다.

$$F(t) = \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right]_{x=\hat{x}}^T \in R^{n \times n} \quad (9-1)$$

$$L(t) = \left[\frac{\partial f}{\partial w} \right]^T \in R^{n \times s} \quad (9-2)$$

$$H(t) = \left[\frac{\partial h}{\partial x} \right]_{x=\hat{x}}^T \in R^{l \times n} \quad (9-3)$$

(9)의 자코비안(Jacobian) 행렬은 해당 벡터에 대하여 비선형 상태 함수 f 와 출력 함수 h 를 편미분하여 구해진다.

V. 미분 신경회로망

일반적으로 미분 신경회로망은 연속 시스템 모델로 표현되면 시스템 상태가 미분변수로 표현되는 신경회로망을 일컫는다[15]. 일반적인 미분 신경회로망의 모델은 그림 2와 같으며 상태 및 출력벡터에 대한 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{cases} \dot{\sigma}(t) = \phi(G\sigma(t) + Pu(t) + V\beta) \\ \zeta(t) = \Gamma\sigma(t) + \delta(t) \end{cases} \quad (10)$$

여기서 $\sigma \in R^N$ 은 신경회로망 상태벡터, $\beta \in R^q$ 은 바이어스

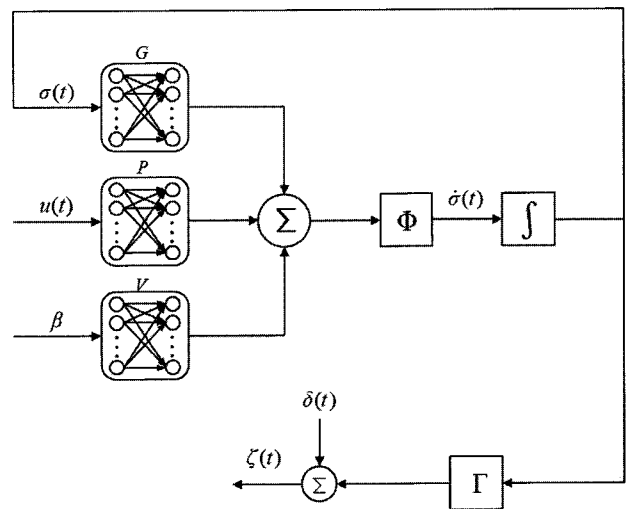


그림 2. 미분 신경회로망 모델.
Fig. 2. A differential neural networks model.

벡터, $\zeta \in R^l$ 은 신경회로망 출력벡터를 나타내며 $\delta \in R^l$ 은 확률 섭동벡터로 간주되며 $G \in R^{N \times N}$, $P \in R^{N \times m}$, $V \in R^{N \times q}$ 은 신경회로망의 파라미터 행렬, $\Gamma \in R^{l \times N}$ 은 출력 행렬을 각각 나타낸다. 신경회로망 학습은 (10)에서 신경회로망의 파라미터로 주어지는 각 행렬 G , P , V 의 요소들을 최적화 기법을 통해 주어진 목적함수를 만족하는 최적의 값으로 결정하는 것을 말한다. 다시 말해, 주어진 플랜트의 입출력 신호의 매핑(mapping)을 통해 동일한 입력에 대하여 동일한 출력신호를 산출하는 기능을 가져야 한다.

Ⅶ. 칼만-버쉬 필터링 기반 미분 신경회로망 학습

칼만-버쉬 필터링 기법을 이용한 미분 신경회로망의 학습 알고리즘을 도출하기 위하여, 신경회로망의 상태 및 파라미터 벡터를 포함하는 augment 형태의 새로운 상태벡터를 다음과 같다[16].

$$\sigma_a(t) = [\sigma \quad \theta]^T \tag{11}$$

여기서 벡터 θ 는 (10)의 신경회로망의 모든 파라미터 요소들을 포함하기 위하여 다음과 같이 주어지며

$$\theta = [g \quad p \quad v]^T \in R^{N(N+m+q)} \tag{12}$$

여기서 $g = col(G) \in R^{N^2}$, $p = col(P) \in R^{Nm}$, $v = col(V) \in R^{Nq}$ 를 각각 나타낸다. (10)을 바탕으로 (11)에 대한 상태 및 출력방정식을 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_a(t) = \phi_a(\sigma_a, u, \beta, t) \\ \zeta(t) = \Gamma_a(t)\sigma_a(t) + \delta(t) \end{cases} \tag{13}$$

여기서 $\Gamma_a = [\Gamma \quad 0] \in R^{l \times N(N+m+q)}$ 이다. (13)은 신경회로망의 원 상태 벡터와 파라미터 벡터를 함수 ϕ 와 ψ 에 대하여 서로 분리하여 표현할 수 있으며 다음과 같다.

$$\begin{cases} \dot{\sigma}(t) = \phi(\sigma, \theta, u, \beta, t) \\ \dot{\theta}(t) = \psi(\theta, t) \end{cases} \tag{14}$$

마찬가지로 칼만-버쉬 필터링 이론에 의해 (13)에 대한 상태 추

정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\dot{\hat{\sigma}}_a(t) = \phi_a(\hat{\sigma}_a, u, \beta, t) + K_a(t)[y(t) - \Gamma_a \hat{\sigma}_a(t)] \tag{15}$$

이 추정식은 실제 시스템의 입출력 매핑과 동시에 신경회로망의 파라미터를 실시간으로 추정하는 연산 메커니즘을 갖는다. 또한 이득 행렬 $K_a(t)$ 및 공분산 행렬 $P(t)$ 에 대한 방정식은 각각 다음과 같다.

$$K_a(t) = P_a(t)\Gamma_a^T(t)R_a^{-1}(t) \tag{16}$$

$$\begin{aligned} \dot{P}_a(t) = & F_a(t)P_a(t) + P_a(t)F_a^T(t) + L_a(t)Q_a(t)L_a^T(t) \\ & - P_a(t)\Gamma_a^T(t)R_a^{-1}(t)\Gamma_a(t)P_a(t) \end{aligned} \tag{17}$$

여기서 $R_a = \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$ 및 $Q_a = E(\beta\beta^T)$ 이며 일반적으로 신경회로망의 바이어스는 1이므로 Q_a 는 q 행 q 열의 단위행렬로서 $Q_a = I_a$ 로 표현된다. 최종적으로 (17)에서 자코비안 행렬은 각각 다음과 같다.

$$F_a = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_a}{\partial \sigma_a} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} & \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \psi}{\partial \sigma} & \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} & \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \\ 0 & \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \end{bmatrix} \tag{18-1}$$

$$L_a = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_a}{\partial \beta} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial \beta} & \frac{\partial \psi}{\partial \beta} \end{bmatrix} \tag{18-2}$$

그림 3은 이러한 미분 신경회로망의 학습과정에 대한 개념도를 보여준다.

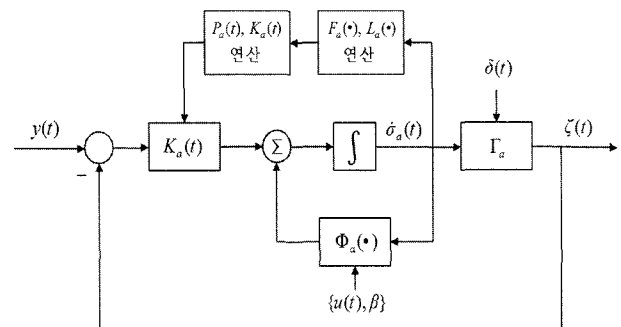


그림 3. 미분 신경회로망의 학습알고리즘 개념도.
Fig. 3. A schematic diagram of the differential neural network learning algorithm.

VII. 결론

인공 신경회로망은 인간의 두뇌에서 이루어지고 있는 정보 처리 메커니즘을 수학적 모델로 구현한 공학적 기술로서 현재 까지도 활발한 연구가 진행되고 있다. 신경회로망에 대한 연구는 크게 다음과 같이 분류될 수 있다[17].

- 1) 새로운 신경회로망 모델 개발
- 2) 효율적인 학습 알고리즘 개발
- 3) 신경회로망의 응용기술 확대

이러한 연구내용들은 더욱더 복잡하고 불확실성 요소를 많이 포함하고 있는 최근의 물리 시스템에 대한 성능을 극대화하고 예기치 않는 시스템 고장 등에 대하여 적극적으로 대처하여 기술적 및 경제적 손실을 최소화하는데 목적이 있다 할 수 있다.

참고문헌

- [1] S. Li, "Comparative analysis of backpropagation and extended Kalman filter in pattern and batch forms for training neural networks," *Int. Joint Conf. on Neural Networks*, Washington, DC, pp. 144-149, 2001.
- [2] C. M. Takenga, K. R. Anne, K. Kyamakya, and J. C. Chedjou, "Comparison of gradient descent method, Kalman filtering and decoupled Kalman in training neural networks used for fingerprint-based positioning," *Proc. of the IEEE Vehicular Technology Conf.*, pp. 4146-4150, 2004.
- [3] K.-W. Wong, C.-S. Leung, and S.-J. Chang, "Use of periodic and monotonic activation functions in multilayer feedforward neural networks trained by extended Kalman filter algorithm," *IEEE Proc.-Vis. Image Signal Process*, vol. 149, no. 4, pp. 217-224, 2002.
- [4] S. J. Julier and J. K. Uhlmann, "Unscented filtering and nonlinear estimation," *Proc. of the IEEE*, vol. 92, no. 3, pp. 401-422, 2004.
- [5] B. Todorovic, M. Stankovic, and C. Moraga, "On-line learning in recurrent neural networks using nonlinear Kalman filters," *Proc. of the IEEE Int. Symposium on signal Processing & Information technology*, pp. 802-805, 2003.
- [6] R. Zhan and J. Wan, "Neural network-aided adaptive unscented Kalman filter for nonlinear state estimation," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 13, no. 7, pp. 445-448, 2006.
- [7] M. Choi, R. Sakhivel, and W. K. Chung, "Neural network-aided extended Kalman filter for SLAM problem," *IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation*, Roma, Italy, pp. 1686-1690, 2007.
- [8] K. A. Kramer and S. C. Stubberud, "Tracking of multiple target types with a single neural extended Kalman filter," *Int. J. of Intelligent Systems*, vol. 25, pp. 440-459, 2010.
- [9] W. Yu and J. de J. Rubio, "Recurrent neural networks training with stable risk-sensitive Kalman filter algorithm," *Proc. of Int. Joint Conf. on Neural Networks*, Montreal, Canada, pp. 700-705, 2005.
- [10] J. Choi, A. C. Lima, and S. Haykin, "Kalman filter-trained recurrent neural equalizers for time-varying channels," *IEEE Trans. on Communications*, vol. 53, no. 3, pp. 472-480, 2005.
- [11] P. H. G. Coelho and L. B. Neto, "Complex RTRL neural networks fast Kalman training," *Int. Conf. in Intelligent Systems Design & Applications*, pp. 573-577, 2007.
- [12] D. T. Mirikitani and N. Nikolaev, "Dynamic modeling with ensemble Kalman filter trained recurrent neural networks," *Int. Conf. on Machine Learning & Applications*, pp. 843-848, 2008.
- [13] X. Wang and Y. Huang, "Convergence study in extended Kalman filter-based training of recurrent neural networks," *IEEE Trans. on Neural Networks*, vol. 22, no. 4, pp. 588-600, 2011.
- [14] J. M. Mendel, *Lessons in Estimation Theory for Signal Processing, Communications and Control*, New Jersey, Prentice Hall, 1995.
- [15] A. S. Poznyak, E. N. Sanchez, and W. Yu, *Differential Neural Networks for Robust Nonlinear Control*, New Jersey, World Science, 2001.
- [16] 조현철, 이진우, 이영진, 이권순, "칼만 필터 알고리즘을 이용한 유비쿼터스 센서 기반 임베디드 로봇시스템의 온라인 동적 모델링," *제어로봇시스템학회 논문지*, 제14권 제8호, pp. 779-784, 2008년.
- [17] S. Haykin, *Neural Networks and Learning Machines*, New Jersey, Prentice Hall, 2009.

저자약력



조현철

- 1997년 2월 부경대학교 제어계측공학과 졸업(공학사).
- 1999년 2월 동아대학교 전기공학과 졸업(공학석사).
- 2006년 8월 미국 네바다 주립 대학교 전기공학과 졸업(Ph.D.).
- 2006년 9월~2009년 2월 동아대학교 전기공학과 포닥연구원.
- 2009년 3월~현재 울산과학기술대학교 전기전자학부 조교수.
- 관심분야 : 자동제어 및 응용, 신경회로망, 신재생 발전 시스템.