

상수 공정 시간을 갖는 라인 생산 시스템에서 DBR과 CONWIP의 성능 비교 분석

이호창¹ · 서동원^{1†}

Comparison of DBR with CONWIP in a Production Line with Constant Processing Times

Hochang Lee · Dong-Won Seo

ABSTRACT

We compared a DBR(drum-buffer-rope) system with a CONWIP(constant work-in-process) system in a production line with constant processing times. Based on the observation that a WIP-controlled line production system such as DBR and CONWIP is equivalent to a m-node tandem queue with finite buffer, we applied a max-plus algebra based solution method for the tandem queue to evaluate the performance of two systems. Numerical examples with 6 workstations were also used to demonstrate the proposed analysis. The mathematical analyses support that CONWIP outperforms DBR in terms of expected waiting time and WIP. Unlike the CONWIP case, sequencing workstations in a DBR affects the performance of the system. Delaying a bottleneck station in a DBR reduces expected waiting time.

Key words : CONWIP, DBR, tandem queue, max-plus linear system

요약

이 연구는 상수 공정 시간을 갖는 라인생산시스템에서 CONWIP과 DBR이 각각 max-plus 선형시스템의 특수형태임을 밝히고 max-plus 대수에 기반한 안정대기시간 연구결과를 이용하여 CONWIP와 DBR의 성능을 비교 분석하였다. CONWIP의 경우, 생산시스템 내의 체류시간은 DBR의 경우보다 항상 짧다는 사실이 수학적으로 구명되었고 예제를 통해 계산, 비교되었다. 한편 두 경우에서 모두, 애로공정 이후 노드에서의 대기시간은 유한버퍼의 크기와 공정의 순서에 무관함을 확인하였다. CONWIP에서는 시스템 내 평균 대기시간 또는 체류시간이 공정의 순서에 무관하지만, DBR에서는 애로공정이 뒤로 갈수록 감소함을 확인하였다.

주요어 : CONWIP, DBR, tandem queue, max-plus 선형 시스템

1. 서론

MRP(material requirement planning)는 사전에 정해

진 생산 계획에 따라 상위의 작업 공정이 끝나면 재공품이 자동적으로 하위 공정으로 이동하여 작업을 시작하거나 대기하는 밀기(push) 방식의 생산계획 및 통제전략(production planning and control strategy: PPCS)이다. 이러한 밀기 방식의 PPCS에서는 생산제어가 공정의 흐름을 따라 일방적으로 전달되므로 하위 공정의 생산환경이나 완제품의 수요환경이 급변하면 리드타임이나 재공품(work-in-process:WIP)을 포함한 재고량이 통제할 수 없이 증가하는 현상을 보일 수 있다. 이에 비해 간반(kanban)으로 대표되는 끌기(pull) 방식의 PPCS는 각 공정의 진행 여부가 후속 공정으로부터의 신호, 즉 간반에

* 이 논문은 2012년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. 2012R1A1A2009405)

접수일(2012년 10월 12일), 심사일(1차 : 2012년 12월 7일), 게재 확정일(2012년 12월 11일)

¹⁾ 경희대학교 경영대학 경영학부, 경영연구원

주 저 자 : 이호창

교신저자 : 서동원

E-mail: dwseo@khu.ac.kr

의해 결정되므로 WIP의 크기를 임의로 조정함으로써 동적인 생산제어가 가능하여 불확실한 수요환경에 능동적으로 대처할 수 있는 장점이 있다.

최근에 이와 같은 순수(pure) 밀기 방식의 MRP나 순수 끌기 방식의 간반 이외에 CONWIP(constant work-in-process)과 DBR(drum-buffer-rope) 등과 같은 혼합 제어 방식이 효과적 PPCS의 대안으로 활용되고 있다. CONWIP은 Spearman et al.^[26]에 의해 최초로 제안된 이후, MRP나 간반과 같은 순수 제어 방식에 비해 그 성능 및 적용성에 장점이 부각되면서 많은 연구자의 분석 대상이 되어왔다. CONWIP는 생산시스템 내 개별공정에 관계없이 시스템 전체에 제한된 양의 WIP 만을 허용하여 최종공정에서 완제품이 출하될 때만 최초 공정에 같은 양의 원재료가 투입된다. 즉 최종 공정이 최초 공정의 시작을 허락하는 끌기 방식의 생산 통제 전략이다. 한편 모든 공정 간 끌기에 의해 생산이 제어되는 간반 시스템과는 달리, CONWIP에서는 최초 공정과 최종 공정 사이에 있는 중간 공정 간에는 선행공정이 끝나면 자동적으로 후행공정으로 이어지는 밀기 방식으로 생산이 진행된다. 이러한 밀기/끌기(push/pull) 혼합 방식의 CONWIP은 일반적으로 간반에 비해 다품종 및 불확실한 셋업타임 등 다양한 생산 환경에 그 적용성이 높고 리드타임과 재고량 측면에서 우수하다고 알려져 있다(Spearman et al.^[26], Spearman and Zazanis^[27]).

한편 밀기/끌기 혼합 방식 중 하나인 DBR(drum-buffer-rope)은 전체 생산시스템 내 애로 공정(bottleneck process)을 기준삼아 생산의 속도를 제어하는 생산통제 전략이다. Goldratt이 제안한 TOC(theory of constraint)의 아이디어가 생산계획 분야에 응용된 DBR은 Goldratt and Cox^[12], Goldratt and Fox^[13], Schragenheim and Ronen^[25], Spencer and Cox^[28] 등의 연구를 통해 그 실행 모형이 구체화되었다. 드럼(drum)은 생산 시스템 내 애로 공정을 말한다. 다른 공정들은 이 애로공정의 드럼소리(drum beat)에 박자를 맞추어 자신의 생산속도를 조절함으로써 시스템 내에 과도한 WIP이 축적되는 것을 방지한다. 애로공정에 위치한 제약버퍼(constraint buffer)는 선행공정의 불확실성 때문에 공정물량이 부족해서 애로공정이 멈추거나 지연되는 최악의 상황을 방지한다. 로프(rope)는 애로공정이 최초공정을 끌어(pull) 생산시스템에 원재료의 투입을 제어함으로써 적정 규모의 WIP 또는 버퍼를 유지하면서 애로공정의 드럼 박자에 맞추어 생산이 진행되도록 한다. 로프의 길이가 너무 짧으면 WIP는 줄지만 애로공정이 지연될 수 있으므로 전체 생산시스템의

성능을 저해할 수 있다. 애로공정이 최초공정을 견인하지만 그 사이의 중간공정들 간에는 CONWIP과 동일하게 밀기 식으로 공정이 진행된다. 마찬가지로 애로공정 이후의 공정 간에도 밀기 식으로 공정이 진행된다. 따라서 애로공정이 최종공정이면 DBR은 CONWIP과 동일하다.

본 연구는 Duenyas et al.^[10]의 연구에서와 동일한 상수 공정시간을 갖는 라인 생산 시스템에서 DBR과 CONWIP의 성능을 비교 분석한다. Gilland^[11], Koh and Bulfin^[17], Jodlbauer and Huber^[16]가 이 두 가지 PPCS의 성능을 비교 분석한 바 있으나 시뮬레이션 모형을 이용했거나 세계의 공정을 갖는 소규모 수학적 모형에 국한하였다. 이 연구는 그 범위로 볼 때 간반과 CONWIP의 성능을 비교한 Lee and Seo^[19]의 연구를 DBR로 확장한 것이다. CONWIP과 DBR은 둘 다 밀기/끌기 혼합 시스템으로 시스템 내부의 WIP의 크기를 조절함으로써 생산을 제어한다. CONWIP이 시스템 전체에서 유통되는 한정된 개수의 간반이 최종공정을 마친 후 최초공정을 견인하여 생산을 촉발하는데 반해, DBR은 시스템의 일부분 즉 최초공정과 애로공정 사이에 유통되는 간반이 애로공정 후 최초공정을 견인함으로써 애로공정의 속도에 맞추어 전체 생산 시스템의 생산율을 조정한다. 여기서 각 작업장이 상수 공정 시간을 가지며 일렬로 연결되어있다고 가정하면 CONWIP은 전체 시스템이 공유하는 유한버퍼를, DBR은 부분 시스템이 공유하는 유한 버퍼를 갖는 일렬 대기행렬(tandem queue) 시스템으로 볼 수 있다. 또한 최초공정의 작업 중지과 개시를 알리는 작업의 견인은 직접 후행(immediately following) 노드의 버퍼가 차 있을 때 선행 노드에서 작업을 진행하지 않는 일렬 대기행렬의 통신차단규칙(communication blocking policy)으로 그 표현이 가능하다. 따라서 본 연구의 분석 대상인 CONWIP과 DBR은 통신차단규칙 하에서 상수 공정시간을 갖는 유한버퍼 일렬 대기행렬 시스템(finite buffer tandem queues with constant service time under communication blocking policy)과 동일하다고 볼 수 있다.

유한버퍼 일렬대기행렬의 안정상태 분포(steady-state distribution)는 무한버퍼의 경우와는 달리 노드 간 차단현상 때문에 각 노드별 곱셈형태로 나타내지지 않는다. 따라서 대기행렬의 근사적 분석을 위해서 주로 시뮬레이션이나 분해 근사법(decomposition approximation)이 제한적으로 이용되어 왔다. 한편 CONWIP의 경우 통신차단 규칙 하에서 최종공정이 최초공정을 견인하는 현상을 Gilland^[13]가 폐쇄 대기행렬 시스템(closed queuing system)으로 모형화하여 생산율과 평균 WIP을 추정하기도 하였

으나 중간공정이 최초공정을 견인하는 DBR에는 적용되지 못했다. 본 연구에서는 시물레이션이나 근사해법 대신에 max-plus 대수를 이용하여 유한버퍼 일렬 대기행렬 시스템으로 모형화된 CONWIP과 DBR의 성능을 비교 분석한다. Max-plus 대수는 대기행렬 시스템의 성능 특성치가 '최대값(maximum)'과 '합(addition)', 두 개 연산자만의 선형식으로 표현 가능한 시스템인 max-plus 선형시스템(linear system)을 대상으로 한다. 통신시스템 또는 제조시스템에서 흔히 볼 수 있는 다양한 형태의 확률적 시스템, 유한 또는 무한버퍼를 갖고 다양한 차단규칙(blocking policies)을 따르는 일렬 대기행렬(tandem queues)시스템, 분리/접합형(fork-and-join) 또는 조립형(assembly) 대기행렬 시스템이 max-plus 선형시스템에 포함됨은 널리 알려져 있는 사실이다(Baccelli et al.^[3], Heidergott^[15]).

2장에서는 CONWIP과 DBR에 관한 기존 연구를 요약하고 3장에서는 비교 분석의 대상인 CONWIP과 DBR을 유한버퍼 일렬 대기행렬 시스템으로 모형화 한다. 4장에서는 이들 두 라인 생산시스템의 분석을 위해 max-plus 선형시스템에 관한 기존 연구 결과를 제시하고 이를 이용하여 각각의 시스템에 대해 안정 대기시간의 특성치를 도출한다. 5장에서는 예제를 통해 4장에서 도출한 max-plus 선형시스템, 즉 일렬 대기행렬모형을 이용한 분석방법의 타당성을 입증하고 제한된 예제의 계산 결과를 통해 CONWIP과 DBR의 성능을 비교한다.

2. 기존 연구

CONWIP의 경우에 주어진 생산을 제약조건 하에서 WIP를 최소화하도록 최적의 카드 수를 결정하는 문제에 관한 연구로는 Spearman et al.^[26], Spearman and Zazanis^[27], Gstettner and Kuhn^[14] 등이 대표적이다. Spearman et al.^[26]과 Spearman and Zazanis^[27]의 연구 결과에 의하면 CONWIP 시스템이 종래의 밀어내기 시스템보다 산출율과 WIP 측면에서 우수하며, 간반 시스템과 비교했을 때 다품종과 긴 셋업타임을 갖는 복잡한 생산시스템의 경우 그 적용성이 뛰어나고 WIP의 크기도 작다. Muckstadt and Tayur^[21,22], Bonvik et al.^[7], Jodlbauer and Huber^[16] 등의 연구도 Spearman의 주장과 일치하는 분석결과를 제시하였다.

그러나 이들의 연구결과와는 정반대로 Gstettner and Kuhn^[14]는 시물레이션 분석을 통해 동일한 산출율을 가정했을 때 CONWIP보다 간반의 WIP 크기가 작다는 사실을 주장했다. 그들은 Spearman과 공동연구자들이 두

시스템에서 동일한 카드(간반)의 개수를 가정했을 때 CONWIP 시스템이 간반 시스템보다 WIP의 크기가 작다고 주장하였으나 실제로 카드의 개수와 WIP 크기는 일치하지 않으며(일반적으로 $WIP < \text{카드수}$) 또한 간반 시스템에서 작업장마다 배분된 카드개수의 분포에 따라 간반 시스템의 생산율은 크게 영향을 받는다는 사실을 지적하였다. 따라서 동일한 생산율을 갖는 두 시스템의 최소 WIP 크기를 서로 비교하면 오히려 간반 시스템이 CONWIP 시스템보다 WIP 측면에서 더 우수하다는 정반대의 결론을 내렸다. 한편 서로 다른 시스템 간 비교 연구로는 Roderick et al.^[24]가 납기와 사이클타임 측면에서 CONWIP을 MRP와 비교했고 Chang and Yih^[8]은 시물레이션을 통해 CONWIP을 변형된 MRP와 비교했다.

DBR의 버퍼크기에 관한 연구로는 Radovitsky^[23], Louw and Page^[20]와 Ye and Han^[29]이 대표적이다. Radovitsky^[23]는 애로공정을 M/M/1/K 대기행렬로 단순 모형화하고 순이익을 최대화하는 최적의 제약버퍼 크기를 각종 비용모수, 서비스율 및 버퍼로의 반제품 유입율의 함수로 표현하였다. Louw and Page^[20]는 다품종 생산시스템 내 제약버퍼와 함께 조립버퍼(assembly buffer)와 출하버퍼(shipping buffer)의 최적 크기를 구하기 위해 각 공정을 G/G/m 대기행렬로 모형화하였다. Ye and Han^[29]은 제약버퍼와 조립버퍼의 크기를 결정하기위해 전체 공정의 흐름을 기존의 공정중심(process view's bill of routing)이 아닌 기계중심의 공정경로(machine view's bill of routing)로 재구성함으로써 분석 모형을 크게 단순화하였다.

서로 다른 시스템 간 비교연구로는 Cook^[9]이 시물레이션을 통해서 MRP, JIT와 TOC 시스템을 분석한 결과 TOC의 성능이 다른 두 시스템보다 우수하다고 결론지었다. 본 연구와 직접적인 연관이 있는 DBR과 CONWIP의 비교연구로는 Gilland^[11], Koh and Bulfin^[17]와 Jodlbauer and Huber^[16]를 들 수 있다. Gilland^[11]는 인텔의 웨이퍼 가공, 조립 및 검사 시스템을 대상으로 시물레이션 분석을 통해 DBR과 CONWIP의 성능을 비교하였다. 그 결과 DBR이 CONWIP에 비해 동일한 생산율에서 WIP의 크기가 약 15% 감소함을 보였다. 애로공정이 최초공정에 가까워질수록 이러한 CONWIP 대비 DBR 성능의 우수성이 뚜렷하지만, 예상한 바와 같이 애로공정이 뒤로 이동하여 최종공정에 가까워지면 CONWIP 대비 DBR의 장점은 없어진다. 애로공정이 복수인 경우에도 이상의 성능 비교분석 결과가 유효하다. 한편 Koh and Bulfin^[17]은 3개의 공정을 갖는 라인 생산시스템을 대상으로 DBR과 CONWIP에 대해서 마코프 모형을 이용한 안정상태확률

(steady state probability)를 도출하고 생산시스템의 성능을 각각 측정하였다. 그 결과 Gilland^[11]의 연구에서와 마찬가지로 DBR이 CONWIP보다 우수하며 동일한 WIP의 경우 CONWIP 대비 최대 2.81%의 생산률이 높다고 주장하였다. Jodlbauer and Huber^[16]는 시뮬레이션 분석을 통해 서비스 수준(service level)과 WIP 측면에서 네 가지의 PPCS, 즉 MRP, 간반, CONWIP과 DBR의 성능을 비교하였다. 동일한 WIP에서의 서비스 수준으로 보면 CONWIP, MRP, DBR, 간반의 순으로 성능이 측정되어 이전의 연구 결과와 다소 차이가 있음을 주장하였다. 또한 기계고장, 셋업타임, 수요변동성 등 생산환경의 변화에 따른 생산시스템의 강건성(robustness) 측면에서는 CONWIP이 가장 우수하고, 안전재고, 간반 수, 버퍼 수 등 각 PPCS의 모수 변화에 따른 안정성(stability) 척도에서는 MRP가 가장 우수한 것으로 연구되었다.

3. CONWIP 라인 생산 시스템과 DBR 라인 생산 시스템

Figure 1은 m 개의 작업대(노드)가 일렬로 배치된 CONWIP 라인 생산 시스템을 나타낸다. 이 시스템은 모든 노드($i = 2, \dots, m$)가 하나의 유한버퍼를 공유하는 일렬 대기행렬 시스템과 동일하다.

노드 i 에서의 공정시간은 σ^i 로 확정적이고 공정의 진행은 FIFO를 따르며 재공품 불량이나 기계고장 등 불확실 요소는 없다. 원재료는 가상 노드 1의 무한버퍼($K_1 = \infty$)에 충분히 저장되어 있으며 노드 1의 공정시간이 $\sigma^1 = 0$ 이므로 실제로 노드 2부터 시작되는 라인 생산 시스템에서 원재료를 견인할 때는 언제나 원재료의 품질이 발생하지 않는 원재료의 무한공급을 가정한다. 공동의 유한버퍼가 차기 전까지는 노드 1의 원재료가 노드 2로 자동적으로 투입되며 재공품의 개수가 K 가 되면 유한버퍼에 의한 통신차단(communication blocking 또는 blocking before service)이 일어남으로써 원재료의 투입이 멈추게 된다.

실제 최초 생산 공정인 노드 2와 최종 생산 공정인 노

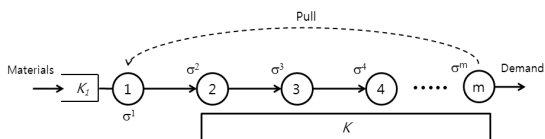


Fig. 1. CONWIP line production system

드 m 사이에 총 $K(\geq m)$ 개의 간반이 특정 노드와 무관하게 폐쇄적으로 순환되며, 노드 m 에서 최종 공정이 완료되면 완제품에서 분리된 간반이 최초 노드 1로 이송되어 원재료를 생산 라인의 노드 2로 견인함으로써 새로운 생산을 시작하게 된다. 또한 노드 2와 노드 m 중에는 노드 간 차단과 견인이 일어나지 않고 선행 공정이 끝나면 밀기식 생산 방식에 의해 재공품이 다음 공정으로 자동적으로 이송된다. 오직 최종 노드 m 이 최초 노드 1을 견인하는 밀기/끌기 혼합방식이다.

Figure 2는 m 개의 작업대(노드)가 일렬로 배치된 DBR 라인 생산 시스템을 나타낸다. 이 시스템은 일부의 노드($i = 2, 3, 4$)가 하나의 유한버퍼를 공유하는 일렬 대기행렬 시스템과 동일하다.

가상 노드 1의 공정과 무한 버퍼에 관한 가정은 CONWIP의 경우와 동일하다. 최초공정과 애로공정(본 예에서는 노드 2를 최초공정, 노드 4를 애로공정으로 가정)사이의 공정들이 공유하는 유한 버퍼의 크기가 K 로 한정되어 이 버퍼가 다 채워지게 되면 통신차단에 의해 생산 시스템에 원재료의 유입이 차단된다. 최초공정과 애로공정사이에는 K 개의 간반이 폐쇄적으로 순환되며 애로공정을 마친 재공품의 간반은 노드 1로 이송되어 원재료를 최초공정인 노드 2로 견인함으로써 새로운 생산을 시작한다. 유한버퍼 내 WIP는 주로 애로공정 직전에 형성되는 것이 보통인데 이는 만일의 경우 선행 공정이 지체됨으로써 애로공정이 멈추거나 지체되는 최악의 상황을 방지하는 역할을 함으로써 애로공정을 보호한다. 이 유한버퍼는 Ye and Han^[29]의 제약버퍼(constraint buffer)나 Jodlbauer and Huber^[16]의 CCR 버퍼(capacity-constrained resource buffer)와 동일하다. 본 연구에서는 조립(assembly) 공정이 없는 라인 생산시스템을 가정하고 있으므로 조립공정을 보호하기 위해 별도로 필요한 조립버퍼(assembly buffer, Ye and Han^[29])는 고려하지 않는다.

한편 수요의 발생은 두 가지로 구분하여 생각할 수 있는데, 하나는 포화수요(saturated demand)로서 소비자로부터의 수요율이 무한하여 마지막 공정이 끝나는 대로 완제품이 공장 내에 저장되지 않고 외부로 출하되는 것을

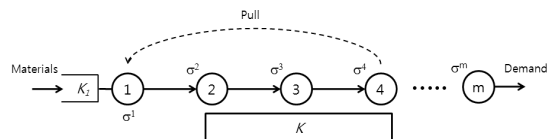


Fig. 2. DBR line production system

가정한다. 한편 불포화수요(non-saturated demand)의 경우에는 수요가 유한하고 확률적으로 발생하여 마지막 공정이 끝난 후, 완제품이 공장 내 유한크기의 버퍼, 즉 출하버퍼(shipping buffer, Ye and Han^[29])에 저장되는 것을 가정한다. 이때 완제품의 재고량이 창고의 크기를 상회하면 마지막 공정에 신호를 보내서 그 공정의 진행을 중지시키므로 생산라인의 마지막 공정과 제품출하 작업장 사이에도 차단이 발생하게 된다. DBR의 경우 최종공정 다음에 위치한 이 출하버퍼는 완제품 납기를 맞추어 서비스율을 높임으로써 소비자를 보호하는 역할을 한다. 이를 모형화하기 위해서는 소비자 수요 발생에 따라 제품출하를 담당하는 가상의 노드를 마지막에 추가하고 그 노드의 공정시간 분포를 수요분포로 간주한다. 그러나 이 경우 마지막 노드의 서비스 시간이 상수가 아니므로 본 연구에서 가정한 일렬 대기행렬에 관한 기존 연구의 성능특성치에 관한 표현식을 이용할 수 없게 된다. 본 연구에서는 포화수요를 가정함으로써 출하버퍼를 고려하지 않는다.

4. Max-plus 선형 시스템으로 본 CONWIP과 DBR

3장에서 살펴 본 바와 같이 CONWIP과 DBR이 유한 버퍼를 갖는 일렬 대기행렬로 모형화 될 수는 있지만 각 노드에서의 안정 대기시간에 관한 계산식을 명시적(closed form)으로 표현하는 것이 불가능 하다고 알려져 왔다. 최근 일련의 연구를 통하여 이러한 일렬 대기행렬 시스템이 max-plus 선형시스템의 특수 형태라는 사실에 주목하면서 max-plus 대수를 이용한 시스템의 성능분석법이 과거 근사해법의 대안으로 떠오르게 되었다. 따라서 본 장에서는 max-plus 선형시스템의 안정대기 시간에 관한 기존 연구 결과를 요약하고 이에 따라 CONWIP과 DBR의 안정 대기시간에 관한 계산식을 도출한다.

4.1 Max-plus 선형 시스템의 안정 대기시간

개방형 max-plus 선형 시스템의 노드 i 에서 n 번째 서비스 시작시점 X_n^i 와 $n+1$ 번째 서비스 시작시점 X_{n+1}^i 간의 관계를 임의벡터(random vector) 수열 $\{X_n\}$ 과 max-plus 대수를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$X_{n+1} = A_n \otimes X_n \oplus B_{n+1} \otimes T_{n+1} \quad (1)$$

식 (1)에서 max-plus 대수 연산자인 \otimes (o-times)와 \oplus (o-plus)는 각각 합(addition)과 최대치(maximization)를 의미한다. $\{A_n\}$ 와 $\{B_n\}$ 는 안정 임의행렬이고, 이 행렬은 서비스시간 확률변수들의 선형 함수를 원소로 갖는다. 예를 들어 max-plus 선형 시스템이 α 개의 노드로 구성되어 있다면, 임의행렬 A 는 $\alpha \times \alpha$ 이고, 임의행렬 B 는 $\alpha \times 1$ 인 행렬이다. $\{T_n\}$ 은 실수 값을 갖는 증가수열이며, 도착과정 분포에 따른 (절대)도착시간을 의미한다. P^0 를 재생도착과정의 Palm probability로 정의하고, 시스템은 초기에 비어있는 상태로 시작한다고 가정하자. 그리고 T_0 를 도착과정의 최소 비어시점으로, $T_n(n < 0)$ 을 음의영역에서 n 번째 도착시점으로 두면 $P^0(T_0) = 1$ 이 되고 각 도착시점들은 다음과 같이 정의된다.

$$\dots < T_{-n} < T_{-(n-1)} < \dots < T_{-2} < T_{-1} < 0 < T_0 \quad (2)$$

따라서 $\{X_n\}$ 는 시스템의 n 번째 도착고객이 노드 i 에서 서비스 시작시점까지의 절대시간을 나타낸다. 시스템의 n 번째 도착고객이 도착시점부터 노드 i 에서 서비스 시작시점까지 시스템에 머문 시간을 대기시간 $W_n^i = X_n^i - T_n$ 로 정의할 수 있다. 일반적으로 노드의 수가 2보다 큰 경우에 대기시간 임의벡터 $\{W_n\}$ 의 간결한 표현식을 구하는 것은 매우 어렵다. 단일 노드인 경우에는 대기시간 임의벡터 $\{W_n\}$ 는 잘 알려진 Lindley의 식과 일치한다.

Baccelli and Schmidt^[4]는 일정 조건하에서 포아송 도착과정을 갖는 max-plus 선형시스템의 안정대기시간이 다음과 같이 벡터의 재차방정식(recurrence equation)의 형태로 표현될 수 있음을 보였다.

$$W = D_0 \oplus \bigoplus_{k=1}^{\infty} C(T_{-k}) \otimes D_k \quad (3)$$

식 (3)에서 $D_0 = B_0$ 이고, 모든 $k \geq 1$ 에 대해 임의벡터 D_k 는 다음과 같이 정의된다.

$$D_k = \left(\bigotimes_{n=1}^k A_{-n} \right) \otimes B_{-k} \quad (4)$$

또한 식 (3)에서 $C(x)$ 는 행렬의 대각원소들이 $-x$ 인 대각행렬(diagonal matrix)이다. 임의벡터 D_k 의 i 번째 원소인 D_k^i 는 개방형 max-plus 선형 시스템에 상응하는 task

graph에서 처음 노드에서 i 번째 노드까지의 주공정시간 (critical path time)을 말하여, 서비스 시간 확률변수의 선형함수로 표현된다. 임의행렬 A_n 의 각 원소는 비음 (non-negative)이거나 $-\infty$ 이고, 모든 대각 원소는 모두 비음임을 가정한다.

더 나아가, Baccelli et al.^[4,6]는 max-plus 선형 시스템에서 일시대기시간과 안정대기시간의 특성치가 다음과 같이 포아송 도착과정의 모수에 대한 테일러 시리즈 전개 식으로 표현 가능함을 보였다. 그들의 결과에 의하면 모든 $x(x \geq 0)$ 에 대해 비음이고, 적분가능하고, 유한(bounded)인 함수 $G(x)$ 가 $m+1$ 차까지 미분가능하다면, 노드 i 에 서의 시스템 안정대기시간의 특성치 $G(W^i)$ 는 다음과 같다.

$$E[G(W^i)] = \sum_{k=0}^m \lambda^k E[q_{k+1}(D_0^i, D_1^i, \dots, D_k^i)] + O(\lambda^{m+1}) \quad (5)$$

여기서 함수 $G(\cdot)$ 와 다항함수 $q_k(\dots)$ 는 Baccelli et al.^[4,6]에 정의된 것과 같다.

일반적으로 일시대기시간과 달리 특정서비스 시간분포를 갖는 경우 외에는 안정대기시간에 대한 간결한 표현식은 구할 수 없다. 따라서 Ayhan and Seo^[1,2], Baccelli et al.^[4,6]는 안정대기시간의 특성치에 대한 분석을 위해 상수 서비스시간을 갖는 max-plus 선형 시스템이 다음과 같이 임의벡터 D_m^i 가 ultimately periodic한 형태를 만족함을 가정하였다.

$$D_m^i = \begin{cases} \eta_m^i & \text{for } m = 0, \dots, \xi_i - 1 \\ \eta_{\xi_i}^i + (m - \xi_i)a_i & \text{for } m \geq \xi_i \end{cases} \quad (6)$$

상수 서비스시간을 갖는 모든 대기행렬 망이 식 (3)의 형태를 만족하지는 못하지만, 잘 알려진 대부분의 시스템이 이러한 가정을 만족한다. 식 (6)에서 $\eta_m^i(m = 0, 1, \dots, \xi_i)$ 는 상수, $0 \leq \eta_0^i \leq \eta_1^i \leq \dots \leq \eta_{\xi_i}^i$ 이고, a_i 는 실수이고, ξ_i 는 비음인 정수이다. 또한 여기서 η_m^i , a_i 와 ξ_i 는 망의 관심 노드 i 에 따라 결정되는 값들이다. 식 (3)과 (4)는 임의의 재생도착과정을 갖는 max-plus 선형 시스템에서의 안정대기시간에 유효하다. 하지만, 기존 연구결과를 활용하여 성능 특성치의 정확한 값을 계산하기 위해 본 연구에서는 포아송 도착과정을 가정한다.

분석 절차를 요약하면 다음과 같다. 분석대상이 되는

max-plus 시스템이 일반 서비스시간을 갖는 경우는 식 (1)을 이용하여 식 (4)의 임의벡터 D_k 에 대한 표현식을 도출한 후, 식 (5)를 이용하여 다양한 시스템 성능 특성치를 구한다. 특히 상수 서비스시간이고 도출한 임의벡터 D_k 가 식 (6)과 같이 ultimately periodic한 조건을 만족하는 경우는 기존 연구결과인 고차평균, Laplace 변환, 꼬리 확률과 같은 안정대기시간의 성능 특성치에 대한 간결한 표현식을 이용하여 정확한 값을 계산할 수 있다(Ayhan and Seo^[1,2] 참조).

4.2 CONWIP 시스템의 안정 대기시간

CONWIP 시스템에서 처음 노드인 노드 1에서 노드 2로의 이동시에만 유한 크기($K \geq m$)의 버퍼에 따른 차단 현상이 발생하며, 일단 노드 2로 진입한 재공품은 노드 2부터 노드 m 까지의 모든 공정을 완료할 때까지 단일서버 FIFO 서비스 규칙을 갖는 무한버퍼 시스템과 같이 노드 사이를 이동하게 된다. 이것은 통신차단규칙에 따라 각 공정의 시작이 다음 노드에 여유버퍼가 있는 경우에만 허용되기 때문이다. 따라서 노드 $i(i = 2, 3, \dots, m)$ 에서의 $n+1$ 번째 공정시작시간은 노드 $i-1$ 의 $n+1$ 번째 공정 완료시간과 노드 i 의 n 번째 공정완료시간에만 영향을 받는다. 하지만, 노드 1의 $n+1$ 번째 공정시작시간은 $n+1$ 번째 도착시간과 노드 2의 n 번째 공정완료시간, 그리고 노드 m 의 $n-K+1$ 번째 공정완료시간에 영향을 받는다. 따라서 max-plus 대수를 이용하면 각 노드의 서비스 시작 시점 X_{n+1}^i 은 다음과 같이 표현된다.

즉 노드 1에 대해서는

$$X_{n+1}^1 = \sigma_{n+1}^0 \otimes X_{n+1}^0 \oplus \sigma_n^1 \otimes X_n^1 \oplus \sigma_{n-K+1}^m \otimes X_{n-K+1}^m$$

이고, 노드 $i(i = 2, \dots, m)$ 에 대해서는

$$X_{n+1}^i = \sigma_{n+1}^{i-1} \otimes X_{n+1}^{i-1} \oplus \sigma_n^i \otimes X_n^i$$

가 된다. 여기서 σ_n^0 은 $n-1$ 번째 도착과 n 번째 도착사이의 도착간격을 말하며, $k < 0$ 일 때 $X_k^i = -\infty$ 로 가정한다.

위의 표현식으로부터 CONWIP 시스템에 대한 임의행렬 A 와 B 를 구한 후, 상수 공정시간 가정을 이용하여 정리하면 다음과 같은 임의벡터 D_n 의 표현식을 도출할 수 있다(식 (4) 참조).

노드 $i(i = 1, \dots, m-1)$ 에 대해서는

$$D_n^i = \sum_{j=1}^{i-1} \sigma^j + \max \{n\sigma^1, \dots, n\sigma^i\} \text{ for } 0 \leq n < K \quad (7)$$

$$D_n^i = \sum_{j=1}^{i-1} \sigma^j + \max \left\{ n\sigma^1, \dots, n\sigma^i, \sum_{j=1}^m \sigma^j + (n-K) \max \{ \sigma^1, \dots, \sigma^m \} \right\}$$

for $K \leq n < \infty$ (8)

이고, 노드 m 에 대해서는

$$D_n^m = \sum_{j=1}^{m-1} \sigma^j + \max \{n\sigma^1, \dots, n\sigma^m\} \text{ for all } n \geq 0 \quad (9)$$

가 된다. CONWIP 시스템에서 노드 i 에 대한 D_n^i 는 상수 공정시간 $\sigma^i (i = 1, \dots, m)$ 과 유한버퍼 크기 K 의 함수이며 마지막 노드의 D_n^m 은 유한버퍼의 크기와 무관함을 알 수 있다. 또한 $n \geq K$ 인 경우 모든 노드의 $D_n^i (i = 1, 2, \dots, m)$ 가 시스템 내 최대 공정시간(bottleneck process)의 함수임을 알 수 있다. 이는 크기 K 인 유한버퍼를 처음 노드를 제외한 나머지 모든 노드에서 공동으로 사용하기 때문에 노드 2로의 진입을 차단하는 차단현상은 시스템 공정시간의 최댓값에 영향을 받게 됨을 의미한다.

Remark 1 애로공정을 노드 $b (b = 1, \dots, m)$ 로 두면, 즉 $\sigma^b = \max \{ \sigma^1, \sigma^2, \dots, \sigma^m \}$ 이면 노드 $i (i = b, \dots, m)$ 에 대해 식 (7)와 (8)은 다음과 같이 다시 간결하게 표현되며 결국 식 (9)와 같아지며 다음 식 (10)과 같이 표현된다. 노드 $i (i = b, \dots, m)$ 에 대해

$$D_n^i = \sum_{j=1}^{i-1} \sigma^j + n\sigma^b \text{ for } n \geq 0 \quad (10)$$

Proof: 식 (7)과 (9)의 경우는 애로공정의 정의로부터 쉽게 얻을 수 있다. 식 (8)의 경우 $K \geq m$ 의 가정과 $\sigma^1 + \sigma^2 + \dots + \sigma^m \leq m\sigma^b$ 로부터 $n\sigma^b \geq m\sigma^b + (n-K)\sigma^b$ 가 되며, 따라서 식 (8)은 다음과 같아진다.

$$\begin{aligned} D_n^i &= \sum_{j=1}^{i-1} \sigma^j + \max \left\{ n\sigma^1, \dots, n\sigma^i, \sum_{j=1}^m \sigma^j + (n-K) \max \{ \sigma^1, \dots, \sigma^m \} \right\} \\ &= \sum_{j=1}^{i-1} \sigma^j + \max \left\{ n\sigma^b, \sum_{j=1}^m \sigma^j + (n-K)\sigma^b \right\} \\ &= \sum_{j=1}^{i-1} \sigma^j + n\sigma^b. \end{aligned}$$

Remark 2 CONWIP 시스템에서 유한버퍼 K 를 $m-1$ 개의 노드가 공유하지만, 애로공정 이후의 공정에서의 대기시간은 유한크기의 버퍼 K 와 무관함을 Remark 1을 통해 확인할 수 있다.

4.3 DBR 시스템의 안정 대기시간

DBR 시스템에서 재공품의 이동은 CONWIP 시스템과 같다. 즉 노드 1에서 노드 2로의 이동시에만 유한 크기 ($K \geq b$)의 버퍼의 영향을 받아 통신차단규칙에 따라 차단현상이 발생하며, 일단 노드 2로 진입한 재공품은 노드 2부터 노드 m 까지의 모든 공정을 완료할 때까지 무한버퍼 시스템과 같이 차단현상 없이 노드 사이를 이동하게 된다. 단 애로공정(노드 $b, b = 2, \dots, m$)에서의 재공품의 공정이 완료된 후 회수된 간반은 노드 1로 이동하여 다음 재공품의 흐름을 통제한다. 애로공정 이후의 노드에서는 공정시작을 위한 대기가 발생하지 않으므로 버퍼의 크기는 DBR 시스템의 재공품 재고의 흐름에 영향을 미치지 않는다. 이는 CONWIP 시스템의 경우에도 마찬가지이며, 재공품 재고의 양을 시스템의 어느 부분에서 통제하고 간반의 회수가 이루어지는 가가 두 시스템의 차이이다.

노드 $i (i = 2, 3, \dots, m)$ 에서의 $n+1$ 번째 공정시작시간은 노드 $i-1$ 의 $n+1$ 번째 공정완료시간과 노드 i 의 n 번째 공정완료시간에만 영향을 받는다. 하지만, 노드 1의 $n+1$ 번째 공정시작시간은 $n+1$ 번째 도착시간과 노드 2의 n 번째 공정완료시간, 그리고 노드 b (애로공정)의 $n-K+1$ 번째 공정완료시간에 영향을 받는다. 따라서 max-plus 대수를 이용하면 각 노드의 서비스 시작시점 X_{n+1}^i 은 다음과 같이 표현된다.

노드 1에 대해서는

$$X_{n+1}^1 = \sigma_{n+1}^0 \otimes X_{n+1}^0 \oplus \sigma_n^1 \otimes X_n^1 \oplus \sigma_{n-K+1}^b \otimes X_{n-K+1}^b$$

이고, 노드 $i (i = 2, \dots, m)$ 에 대해서는

$$X_{n+1}^i = \sigma_{n+1}^{i-1} \otimes X_{n+1}^{i-1} \oplus \sigma_n^i \otimes X_n^i$$

가 된다. CONWIP 시스템과 마찬가지로 σ_n^0 은 $n-1$ 번째 도착과 n 번째 도착사이의 도착간격을 말하며, $k < 0$ 이면 $X_k^i = -\infty$ 로 가정한다.

위의 표현식으로부터 DBR 시스템에 대한 임의행렬 A 와 B 를 구한 후, 상수 공정시간 가정을 이용하여 정리하면 다음과 같은 임의벡터 D_n 의 표현식을 도출할 수 있다.

노드 $i(i = 1, \dots, b-1)$ 에 대해서는

$$D_n^i = \sum_{j=1}^{i-1} \sigma^j + \max \{n\sigma^1, \dots, n\sigma^i\} \text{ for } 0 \leq n < K \quad (11)$$

$$D_n^i = \sum_{j=1}^{i-1} \sigma^j + \max \left\{ n\sigma^1, \dots, n\sigma^i, \left\{ \sum_{j=1}^b \sigma^j + (n-K) \max \{ \sigma^1, \dots, \sigma^b \} \right\} \right\} \text{ for } K \leq n < \infty \quad (12)$$

이고, 노드 $i(i = b, \dots, m)$ 에 대해서는

$$D_n^i = \sum_{j=1}^{i-1} \sigma^j + \max \{n\sigma^1, \dots, n\sigma^i\} \text{ for all } n \geq 0 \quad (13)$$

가 된다.

애로공정의 정의($\sigma^b = \max \{ \sigma^1, \sigma^2, \dots, \sigma^m \}$)를 이용하면 식 (13)은 다음과 같이 간략히 표현된다. 즉 노드 $i(i = b, \dots, m)$ 에 대해서

$$D_n^i = \sum_{j=1}^{i-1} \sigma^j + n\sigma^b \text{ for } n \geq 0 \quad (14)$$

Remark 3 식 (10)과 (14)로부터 첫 노드에서 애로공정 및 그 하위 노드 $i(i = b, \dots, m)$ 까지의 대기시간은 CONWIP과 DBR의 경우에 동일하며, 유한버퍼 $K(K \geq b)$ 의 크기와 무관함을 확인할 수 있다 (Remark 2 참조). 또한 식 (8)과 (12)로부터 노드 $i(i = 1, \dots, b-1)$ 에서의 임의벡터 D_n^i 은 CONWIP 시스템이 DBR 시스템보다 같거나 큼을 알 수 있다. 이는 첫 노드부터 애로공정 전까지의 대기시간 관점에서 DBR 시스템이 CONWIP 시스템보다 우수함을 의미한다.

5. CONWIP 시스템과 DBR 시스템의 성능 비교 분석

본 장에서는 분석 목적과 모형의 특성을 잘 보여주는 제한된 예제를 통해서 CONWIP과 DBR의 성능을 비교 분석한다. 노드 i 의 대기시간에 관한 꼬리확률(tail probability) 함수로 표현된 서비스 품질(QoS) 조건에서 품질 수준을 나타내는 모수를 동일한 값으로 가정하더라도 공정순서가 바뀌면 각 시스템에서 필요한 최소 간반 수가 변하게 된다. 따라서 5.1에서는 우선 주어진 서비스 품질수준과

공정순서 하에서, 간반 수를 최소화하는 최적화 문제를 통해 CONWIP과 DBR의 최소 필요 간반 수를 결정함으로써 두 시스템의 경제성을 비교한다. 또한 5.3에서는 5.1에서 결정된 최소 필요 간반을 갖는 두 시스템의 대기시간과 WIP을 각각 계산함으로써 고정된 공정순서 하에서 주어진 품질수준을 만족시키는 CONWIP과 DBR의 최적 성능을 비교한다. 한편 5.4에서는 공정 순서의 변화에 따른 DBR의 성능 변화를 WIP과 공정 대기시간의 측면에서 분석한다(CONWIP에 관한 동일한 비교 분석은 Lee and Seo^[19] 참조).

5.1 최적 버퍼 크기 비교

CONWIP 시스템과 DBR 시스템에서 주어진 서비스 품질을 만족하는 공유 간반의 최소 개수(K^*)를 결정하는 문제는 아래와 같은 최적화 문제로 모형화 된다. 두 시스템 모두 m 개의 노드로 구성되어있지만 애로공정 이후 노드에서의 대기시간은 유한버퍼의 크기 K 와 무관하기 때문에 처음 노드부터 애로공정(노드 b)의 바로 앞 노드(노드 $b-1$)까지만 고려하여 버퍼의 크기를 결정하면 된다.

<최적화 문제-CONWIP>

$$\begin{aligned} \min & K \\ \text{s.t.} & \Pr(W^i > \tau_i) \leq \beta_i, \quad i = 1, \dots, b-1 \\ & K \geq m \end{aligned}$$

<최적화 문제-DBR>

$$\begin{aligned} \min & K \\ \text{s.t.} & \Pr(W^i > \tau_i) \leq \beta_i, \quad i = 1, \dots, b-1 \\ & K \geq b \end{aligned}$$

여기서 W^i 는 첫 공정에 도착하여 공정 i 에서 공정이 시작될 때까지의 대기시간이고 τ_i 와 β_i 는 각각 사전에 주어진 대기시간의 한계치와 그 꼬리확률에 따라 서비스 품질을 규정짓는 값이다. Lee and Seo^[18]에서 언급한 바와 같이 간반 시스템의 최적화 문제는 각 노드의 대기시간이 그 하위 노드의 간반 개수에만 관련되므로 노드별로 분리(separable)하여 노드의 역순으로 그 해를 쉽게 구할 수 있다. 반면에 CONWIP과 DBR 시스템의 경우 애로공정 b 의 선행 노드에서는 대기시간이 유한버퍼의 크기 K 의 함수로 표현되지만, 애로공정 b 의 후행 노드에서는 유한버퍼 K 와 무관하며 노드별로 분리되지 않는다(식 (7)-(9), (11)-(13) 참조). 따라서 대기시간이 K 에 대해 감소함수라는 사실로부터 K 를 m 부터 1개씩 증가시키면서 모든

제약식이 만족되는가를 점검하는 방식으로 최소 유한버퍼의 크기 K^* 를 결정할 수 있다. 아래와 같이 동일한 공정 시간과 서비스 품질 조건을 갖는 6-노드(작업대) CONWIP 시스템과 DBR 시스템을 도식화하면 각각 Fig. 3, 4와 같다.

가정 1)

$$\sigma^1 = 0, \sigma^2 = 1.0, \sigma^3 = 1.5, \sigma^4 = 2.0, \sigma^5 = 5.0, \sigma^6 = 2.5$$

가정 2) $\tau_1 = 15, \tau_2 = 20, \tau_3 = 25, \tau_4 = 30$

가정 3) $\lambda = 0.19$, 즉 $\rho = 0.95$

Figure 3과 4의 예제에 대해서 공정 서비스 품질 요건인 β_i 를 감소, 즉 서비스 품질요건을 강화시키면서 <최적화 문제-CONWIP>과 <최적화 문제-DBR>의 해를 구하여 그 결과를 정리하면 Table 1과 같다.

예상할 수 있는 바와 같이 두 경우 모두에 대해서 각 노드에서의 대기 시간으로 표현된 서비스 품질 요건을 강화할수록(β_j 값 감소) 필요 버퍼의 크기가 증가하지만 급격히 증가하지 않는다. 또한 동일한 서비스 품질 요건의 경우 DBR

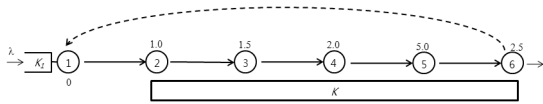


Fig. 3. 6-node CONWIP system

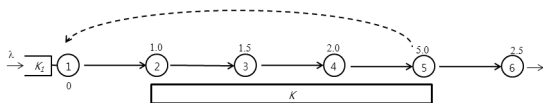


Fig. 4. 6-node DBR system

Table 1. Optimal buffer capacities as β_j varies

| $\beta_j (j=1, \dots, 4)$ | K^* : CONWIP | K^* : DBR |
|---------------------------|----------------|-------------|
| $\beta_j = 0.15$ | 18 | 18 |
| $\beta_j = 0.14$ | 19 | 18 |
| $\beta_j = 0.13$ | 20 | 19 |
| $\beta_j = 0.12$ | 20 | 20 |
| $\beta_j = 0.11$ | 21 | 21 |
| $\beta_j = 0.10$ | 22 | 22 |
| $\beta_j = 0.09$ | 23 | 23 |
| $\beta_j = 0.08$ | 24 | 24 |
| $\beta_j = 0.07$ | 26 | 25 |
| $\beta_j = 0.06$ | 27 | 27 |
| $\beta_j = 0.05$ | 29 | 29 |

시스템이 CONWIP 시스템보다 필요 버퍼의 크기가 작음을 알 수 있다. 한편 $\beta_i = 0.10 (i=1, \dots, 4)$ 인 경우에 대해 원자재 투입율 λ 혹은 트래픽율 $\rho (= \lambda \sigma^b = \lambda \max\{\sigma^1, \dots, \sigma^m\})$ 의 증가에 따른 최적 간반 수의 변화는 Table 2와 같다.

Table 1의 경우와는 달리 원자재 투입율의 증가에 따라 CONWIP 시스템과 DBR 시스템 모두에서 최적 간반의 수, 즉 K^* 이 급격히 증가하는 현상을 보인다. 이는 각 작업장의 서비스 품질 강화보다는 일렬 생산시스템의 트래픽 증가가 각 작업장의 대기 시간에 더욱 큰 영향을 미치는 것으로 해석할 수 있다. Table 1과 2에서 보는 바와 같이 동일한 공정시간과 투입율 하에서 동일한 서비스 품질 요건을 만족하기 위해 DBR 시스템에서 CONWIP 시스템보다 적은 수의 간반이 요구됨을 알 수 있다.

5.2 DBR 분석 모형의 타당성 검증

유한버퍼를 갖는 일렬대기행렬을 이용한 DBR 분석 모형의 타당성을 검증하기 위해 시뮬레이션 결과와 비교한다(간반 시스템과 CONWIP 시스템 분석모형의 타당성 검증은 Lee and Seo^[18,19] 참조). 비교 모형은 앞서 <최적화 문제-DBR>의 예제와 동일한 모형으로 최적 버퍼크기 $K=22$ 를 가정하였다 (Table 1에서 $\beta_i = 0.10 (i=1, \dots, 4)$ 인 경우). Table 3은 분석 모형의 평균 대기시간을 Arena 12에 의한 시뮬레이션 결과와 비교한 것이다.

여기서 $E(W^i)$ 는 첫 공정에 도착하여 작업장 또는 노드 i 에서 공정이 시작될 때까지의 대기시간에 대한 기대

Table 2. Optimal buffer capacities as λ varies

| $\rho(\lambda)$ | K^* : CONWIP | K^* : DBR |
|--------------------------------|----------------|-------------|
| $\rho = 0.75 (\lambda = 0.15)$ | 6 | 6 |
| $\rho = 0.80 (\lambda = 0.16)$ | 6 | 6 |
| $\rho = 0.85 (\lambda = 0.17)$ | 7 | 6 |
| $\rho = 0.90 (\lambda = 0.18)$ | 11 | 10 |
| $\rho = 0.95 (\lambda = 0.19)$ | 22 | 22 |

Table 3. Computational results for mean waiting time

| $E(W^i)$ | Proposed Method | Simulation |
|----------|-----------------|------------------|
| $E(W^1)$ | 6.14944 | 6.1467 ± 0.37728 |
| $E(W^2)$ | 6.25022 | 6.2473 ± 0.37692 |
| $E(W^3)$ | 7.40587 | 7.4028 ± 0.37635 |
| $E(W^4)$ | 9.174 | 9.1704 ± 0.37539 |
| $E(W^5)$ | 52 | 52.042 ± 0.61971 |
| $E(W^6)$ | 57 | 57.042 ± 0.61971 |

치를 말하는데 제안된 분석방법과 시뮬레이션 결과가 서로 오차 범위 내에 있음을 알 수 있다. 이는 분석모형의 정확성을 간접적으로 증명한다고 볼 수 있다. 노드 1에 도착부터 생산시스템을 떠날 때까지의 평균 체류시간(response time 또는 sojourn time) $E(R)$ 은 $E(W^6) + \sigma^6$ 가 되는데 주어진 예제에서 59.5(= 57 + 2.5)가 된다.

5.3 평균 대기시간 및 WIP 비교

CONWIP 시스템과 DBR 시스템의 평균 대기시간과 재공품 수준(WIP)의 비교를 위해 동일한 품질수준을 만족하는 모형으로 Table 1에서 $\beta_i = 0.10 (i = 1, \dots, 4)$ 인 경우를 선택하였으며, 각 노드의 평균 대기시간의 분석결과는 Table 4와 같다.

Table 4에서 가상 노드 1을 제외한 실제 노드의 평균 대기시간 $E(W^{2-i}) = E(W^2) - E(W^1)$, $i = 2, \dots, 6$,을 비교해 보면 CONWIP 시스템이 DBR 시스템보다 항상 작음을 알 수 있다. 여기서 $E(W^{2-i})$ 는 노드 2의 도착 시점부터 노드 i 에서 공정이 시작하기까지의 평균 대기시간으로 실제 생산시스템 내에서의 평균 대기시간을 말한다. Table 1과 Table 4의 결과를 종합해 보면 동일한 서비스 품질 요건 하에서 요구되는 필요 유한버퍼의 크기는 DBR 시스템이 CONWIP 시스템보다 더 우수한 반면, 실제 시스템 내 각 노드(노드 2에서 노드 6까지)에서의 평균 대기시간 관점에서는 CONWIP 시스템이 DBR 시스템보다 더 우수함을 확인할 수 있다. 또한 Remark 2와 3에서 언급한 바와 같이 첫 노드에서 애로공정 및 그 이후 각 공정까지의 대기시간($E(W^i)$, $i = 5, 6$)은 두 시스템에서 동일하며, 첫 노드에서 애로공정 이전까지의 대기시간은($E(W^i)$, $i = 1, \dots, 4$) DBR 시스템에서 더 작다. 한편 상수 서비스를 갖는 일렬 생산시스템에서 시스템의 최종 노드에서의 이탈시간(departure time)은 유한버퍼의 크기와 무관함은 이미 잘 알려져 있다.

Table 4. Comparison of mean waiting time

| node i | CONWIP | | DBR | |
|----------|----------|--------------|----------|--------------|
| | $E(W^i)$ | $E(W^{2-i})$ | $E(W^i)$ | $E(W^{2-i})$ |
| 1 | 6.47031 | | 6.14944 | |
| 2 | 6.57023 | 0.09992 | 6.25022 | 0.10078 |
| 3 | 7.72452 | 1.25421 | 7.40587 | 1.25643 |
| 4 | 9.49026 | 3.01995 | 9.174 | 3.02456 |
| 5 | 52 | 45.52969 | 52 | 45.85056 |
| 6 | 57 | 50.52969 | 57 | 50.85056 |

Table 5. Comparison of WIPs

| β_i ($j = 1, \dots, 4$) | CONWIP | | DBR | |
|------------------------------------|--------|-------------|-------|-------------|
| | K^* | WIP^{2-6} | K^* | WIP^{2-6} |
| $\beta_j = 0.50$ | 6 | 5.045735 | 6 | 5.356024 |
| $\beta_j = 0.40$ | 9 | 6.691857 | 8 | 6.451146 |
| $\beta_j = 0.30$ | 11 | 7.541081 | 11 | 7.727737 |
| $\beta_j = 0.20$ | 15 | 8.799318 | 15 | 8.923578 |
| $\beta_j = 0.10$ | 22 | 10.075641 | 22 | 10.136606 |

두 시스템 모두의 경우, 시스템 중간에서 이탈이 허용되지 않으므로 가상 노드인 첫 노드에서부터 마지막 노드 사이의 평균 재공품 수는 Little의 법칙을 이용하여 구할 수 있다. 즉 Table 3의 예제인 경우, $WIP = \lambda E(R)$ 로부터 $WIP = 0.19 \times 59.5 = 11.305$ 가 된다. 그러나 실제 시스템인 노드 2에서 노드 m 사이의 평균 재공품 수는 유한버퍼의 크기에 영향을 받는다. 즉 시스템 내의 평균 재공품 수(WIP^{2-6})는 Little의 법칙을 이용하여 $WIP^{2-6} = \lambda [E(W^{2-6}) + \sigma^6] = \lambda [E(W^6) - E(W^1) + \sigma^6]$ 와 같이 계산된다. [Table 5]는 동일한 예제에서 Little의 법칙에 의한 WIP^{2-6} 의 계산결과이다.

Table 5에서 보는 바와 같이 서비스 수준을 강화 할수록 필요 간반 수 K^* 와 시스템 내 평균 재공품 수 WIP^{2-6} 와의 차이가 증가한다. 이는 최적화 문제에서 각 노드에서의 서비스 품질(QoS) 조건이 대기시간의 이상치에 대한 허용도 즉 꼬리 확률의 한계치로 주어지므로 서비스 수준을 강화함에 따라 K^* 가 급격히 증가하기 때문이다.

5.4 공정 순서에 따른 DBR 시스템의 성능 변화

공정 순서에 따라 작업 대기시간과 WIP 등 생산시스템의 성능 특성치가 변화할 수 있다. 이는 공정 순서 변경이 가능한 작업환경 하에서 생산시스템의 최적화를 위해 공정 순서를 조정하는데 중요한 정보를 제공해 준다. 간반 시스템에서는 공정시간이 단조 감소, 증가-감소, 감소-증가, 단조 증가의 순으로 시스템 내 대기시간 $E(W^{2-6})$ 과 재공품 재고의 수준 WIP^{2-6} 이 증가하는 반면, CONWIP 시스템에서는 공정 순서와 무관하게 모두 동일하다(Lee and Seo^[18,19] 참조). 앞선 예제와 동일하게 $K = 22$ 이고 $\rho = 0.95 (\lambda = 0.19)$, 즉 $TH = 5.26$ 를 가정한 DBR 시스템에서 공정순서의 변화에 따른 시스템 내 평균 대기시간과 재공품 재고의 변화에 대한 분석 결과는 Table 6과 7에 요약되어 있다. Table 6은 애로공정을 포함한 후행공정의 순서는 고정시킨 채, 선행공정만의 순서를 변화한

Table 6. Numerical results for the different processing time sequences of upstream nodes of the bottleneck

| | node i | σ^i | $E(W^i)$ | $E(W^{2-i})$ | $E(W_q^i)$ | WIP^{2-m} | | node i | σ^i | $E(W^i)$ | $E(W^{2-i})$ | $E(W_q^i)$ | WIP^{2-m} |
|--------|----------|------------|----------|--------------|------------|-------------|--------|----------|------------|----------|--------------|------------|-------------|
| Case 1 | 1 | 0 | 6.14944 | | 6.14944 | | Case 3 | 1 | 0 | 6.14944 | | 6.14944 | |
| | 2 | 1 | 6.25022 | 0.10078 | 0.10078 | | | 2 | 2 | 6.674 | 0.52456 | 0.52456 | |
| | 3 | 1.5 | 7.40587 | 1.25643 | 0.15565 | | | 3 | 1.5 | 8.674 | 2.52456 | 0 | |
| | 4 | 2 | 9.174 | 3.02456 | 0.26813 | | | 4 | 1 | 10.174 | 4.02456 | 0 | |
| | 5 | 5 | 52 | 45.85056 | 40.826 | | | 5 | 5 | 52 | 45.85056 | 40.826 | |
| | 6 | 2.5 | 57 | 50.85056 | 0 | 10.136606 | | 6 | 2.5 | 57 | 50.85056 | 0 | 10.136606 |
| Case 2 | 1 | 0 | 6.14944 | | 6.14944 | | Case 4 | 1 | 0 | 6.14944 | | 6.14944 | |
| | 2 | 1 | 6.25022 | 0.10078 | 0.10078 | | | 2 | 2 | 6.674 | 0.52456 | 0.52456 | |
| | 3 | 2 | 7.674 | 1.52456 | 0.42378 | | | 3 | 1 | 8.674 | 2.52456 | 0 | |
| | 4 | 1.5 | 9.674 | 3.52456 | 0 | | | 4 | 1.5 | 9.674 | 3.52456 | 0 | |
| | 5 | 5 | 52 | 45.85056 | 40.826 | | | 5 | 5 | 52 | 45.85056 | 40.826 | |
| | 6 | 2.5 | 57 | 50.85056 | 0 | 10.136606 | | 6 | 2.5 | 57 | 50.85056 | 0 | 10.136606 |

Table 7. Numerical results for the different arrangements of processing times

| | node i | σ^i | $E(W^i)$ | $E(W^{2-i})$ | $E(W_q^i)$ | WIP^{2-m} | | node i | σ^i | $E(W^i)$ | $E(W^{2-i})$ | $E(W_q^i)$ | WIP^{2-m} |
|--------|----------|------------|----------|--------------|------------|-------------|--------|----------|------------|----------|--------------|------------|-------------|
| Case 1 | 1 | 0 | 5.61145 | | 5.61145 | | Case 4 | 1 | 0 | 6.14944 | | 6.14944 | |
| | 2 | 5 | 47.5 | 41.88855 | 41.88855 | | | 2 | 1 | 6.25022 | 0.10078 | 0.10078 | |
| | 3 | 2.5 | 52.5 | 46.88855 | 0 | | | 3 | 1.5 | 7.40587 | 1.25643 | 0.15565 | |
| | 4 | 2 | 55 | 49.38855 | 0 | | | 4 | 2 | 9.174 | 3.02456 | 0.26813 | |
| | 5 | 1.5 | 57 | 51.38855 | 0 | | | 5 | 5 | 52 | 45.85056 | 40.826 | |
| | 6 | 1 | 58.5 | 52.88855 | 0 | 10.238825 | | 6 | 2.5 | 57 | 50.85056 | 0 | 10.136606 |
| Case 2 | 1 | 0 | 5.90425 | | 5.90425 | | Case 5 | 1 | 0 | 6.47031 | | 6.47031 | |
| | 2 | 2.5 | 6.87588 | 0.97163 | 0.97163 | | | 2 | 1 | 6.57023 | 0.09992 | 0.09992 | |
| | 3 | 5 | 50 | 44.09575 | 40.62412 | | | 3 | 1.5 | 7.72452 | 1.25421 | 0.15429 | |
| | 4 | 2 | 55 | 49.09575 | 0 | | | 4 | 2 | 9.49026 | 3.01995 | 0.26574 | |
| | 5 | 1.5 | 57 | 51.09575 | 0 | | | 5 | 2.5 | 11.9267 | 5.45639 | 0.43644 | |
| | 6 | 1 | 58.5 | 52.59575 | 0 | 10.183193 | | 6 | 5 | 54.5 | 48.02969 | 40.0733 | 10.075641 |
| Case 3 | 1 | 0 | 5.96462 | | 5.96462 | | Case 6 | 1 | 0 | 5.96462 | | 5.96462 | |
| | 2 | 1 | 6.06589 | 0.10127 | 0.10127 | | | 2 | 1 | 6.06589 | 0.10127 | 0.10127 | |
| | 3 | 2 | 7.49183 | 1.52721 | 0.42594 | | | 3 | 2 | 7.49183 | 1.52721 | 0.42594 | |
| | 4 | 5 | 50.5 | 44.53538 | 41.00817 | | | 4 | 5 | 50.5 | 44.53538 | 41.00817 | |
| | 5 | 2.5 | 55.5 | 49.53538 | 0 | | | 5 | 1.5 | 55.5 | 49.53538 | 0 | |
| | 6 | 1.5 | 58 | 52.03538 | 0 | 10.171722 | | 6 | 2.5 | 57 | 51.03538 | 0 | 10.171722 |

경우를 분석한 것이고 Table 7은 모든 공정의 순서를 변경한 경우를 분석한 것이다. 표에서 $E(W^i)$ 는 노드 1에 도착하여 노드 i 에서 공정이 시작하기까지 평균 대기시간이고 $E(W^{2-i})$ 는 노드 2의 도착 시점부터 노드 i 에서 공정이 시작하기까지의 평균 대기시간 즉 실제 생산시스템 내에서의 평균 대기시간을 말한다. 또한 $E(W_q^i)$ 는 노드 i 에서의 평균 대기시간이고 WIP^{2-m} 은 노드 2에서 마지막 노드인 노드 m 사이에 있는 WIP, 즉 노드 1을 제외한 실제 생산 공정 내에 있는 총 재공품의 양을 말한다.

Table 6에서 보는 바와 같이 노드 2의 도착 시점부터 노

드 i 에서 공정이 끝날 때까지의 평균 체류시간 즉 실제 생산시스템 내에 머무는 평균 시간 $E(R^{2-6}) = E(W^{2-6}) + \sigma^6$ 는 53.35056이며, 재공품 개수 $WIP^{2-6} = 10.136606$ 로 모든 모형에서 동일하다. 즉 애로공정 이전 선행공정의 순서는 평균 대기시간과 WIP의 측면에서 DBR의 성능에 아무런 영향을 주지 못한다. 이러한 결과는 DBR의 첫 공정부터 애로공정까지는 CONWIP의 경우와 동일하게 운용되므로 CONWIP의 성능이 공정의 순서와 무관하다는 선행연구 결과(Lee and Seo^[19])로부터 충분히 예상할 수 있다.

애로공정을 포함한 공정 순서의 변화에 따른 평균 대기시간 및 WIP의 변화는 Table 7과 같다. 모형 1-5를 비교해 보면 애로공정까지의 공정시간 합이 증가할 때 (공정순서에 관계없이), 즉 애로공정이 뒤로 갈수록 혹은 긴 공정 시간을 갖는 공정들이 애로 공정 앞에 위치할수록 시스템 전체의 WIP^{2-m} 은 감소함을 알 수 있다. 또한 모형 3과 6을 비교하면 애로공정 이후 공정의 순서는 시스템의 성능과 무관하다는 사실을 알 수 있다.

결론적으로 상수 공정시간을 갖는 DBR 라인 생산시스템에서 애로공정이 뒤로 가면 갈수록 시스템 내 평균 체류시간과 평균 재공품의 수는 감소하여, 애로공정이 최종 공정에 위치할 때 최대 성능을 가지며 그때 CONWIP의 성능과 동일해 진다. 한편 애로공정이 중간에 위치할 경우에는 애로공정을 선행하는 공정시간 합이 클수록 평균 체류시간은 짧아진다. 따라서 긴 공정시간을 갖는 공정을 애로 공정 앞에 위치시키는 것이 생산률(throughput) 측면에서 유리하다. 즉 선행공정들 간 또는 후행공정들 간의 순서는 시스템의 성능과 무관하며 단지 그들 공정시간의 합이 시스템의 성능에 영향을 미친다. 이러한 결론은 다음 Remark 4에서 수학적으로 증명된다.

Remark 4: DBR 시스템에서 노드 2부터 노드 m 까지의 대기시간은 노드 1과 노드 m 에서의 대기시간의 차인 W^{2-m} 로 정의되며, 이는 노드 1과 노드 m 에 대한 임의 벡터의 차(D_n^{2-m})를 이용하여 얻을 수 있다. 즉 식 (14)에서 각각 식 (11)과 (12)를 차감하면 임의벡터 D_n^{2-m} 에 대한 표현식을 다음과 같이 구할 수 있다.

가상노드 1의 공정시간은 0이므로($\sigma^1 = 0$), $0 \leq n < K$ 일 때

$$\begin{aligned} D_n^{2-m} &= D_n^m - D_n^1 \\ &= \sum_{j=1}^{m-1} \sigma^j + n\sigma^b - n\sigma^1 \\ &= \sum_{j=2}^{m-1} \sigma^j + n\sigma^b \end{aligned}$$

이고, $K \leq n < \infty$ 일 때

$$\begin{aligned} D_n^{2-m} &= D_n^m - D_n^1 \\ &= \sum_{j=1}^{m-1} \sigma^j + n\sigma^b \\ &\quad - \max \left\{ n\sigma^1, \sum_{j=1}^b \sigma^j + (n-K) \max \{ \sigma^1, \dots, \sigma^b \} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{j=2}^{m-1} \sigma^j + n\sigma^b - \max \left\{ 0, \sum_{j=2}^b \sigma^j + (n-K)\sigma^b \right\} \\ &= \sum_{j=2}^{m-1} \sigma^j + n\sigma^b - \sum_{j=2}^b \sigma^j - (n-K)\sigma^b \\ &= \sum_{j=2}^{m-1} \sigma^j + K\sigma^b - \sum_{j=2}^b \sigma^j \end{aligned}$$

가 된다. 임의벡터 D_n^{2-m} 의 표현식은 애로공정까지의 공정시간의 합(또는 애로공정의 후행공정의 공정시간의 합)과 시스템 전체 공정시간의 합으로 표현된다. 따라서 다음의 세 가지 사실을 확인할 수 있다. ① 애로공정의 선행 공정간 또는 후행공정간 순서는 시스템 성능과 무관하다. ② 애로공정이 뒤로 갈수록, 즉 애로공정까지의 공정시간의 합이 클수록 성능(대기시간)이 좋아진다(작다). ③ $b = m$ 일 때 대기시간이 가장 작다. 즉 CONWIP이 DBR 성능치의 상한이 된다.

6. 요약 및 결론

CONWIP이 전체 공정 내의 재공품량에 의해 생산 흐름을 제어하는데 반해, DBR은 최초 공정과 애로공정사이의 재공품량으로 생산을 통제한다. 이 연구에서는 상수 공정 시간을 갖는 라인생산시스템에서 CONWIP과 DBR이 max-plus 선형시스템의 특수형태임을 밝히고 이 선형시스템의 안정대기시간에 관한 기존 연구결과를 이용하여 CONWIP와 DBR의 성능을 비교하였다.

우선 Arena 12를 이용한 시뮬레이션 결과와 비교함으로써 본 분석모형의 수학적 타당성을 간접적으로 검증하였다. 또한 유한버퍼를 갖는 일렬 대기행렬 망에서 상수 공정시간의 경우 시스템 내 체류시간은 유한버퍼의 크기와 무관하다는 사실을 확인하였다. 즉 이는 CONWIP과 DBR 정책 하에서 시스템 내 총 체류시간은 동일함을 의미한다.

상수 공정시간을 갖는 라인생산시스템에서 CONWIP의 경우, 노드 1을 제외한 실제 생산시스템 내의 체류시간은 DBR의 경우보다 항상 짧다는 사실이 수학적으로 규명되었고 예제를 통해 계산, 비교되었다. 이는 동일한 크기의 버퍼인 경우, DBR보다 CONWIP에서 차단현상이 더 빈번히 발생하므로 원재료의 대기노드인 가상노드 1에서의 대기시간이 길어지기 때문이다. 한편 두 경우에서 모두, 애로공정 이후 노드에서의 대기시간은 유한버퍼의 크기와 공정의 순서에 무관함을 확인하였다. CONWIP에서는 노드 1을 제외한 실제 시스템 내 평균 대기시간

또는 체류시간이 공정의 순서에 무관하지만, DBR에서는 애로공정이 뒤로 갈수록 감소함을 확인하였다. 즉 애로공정이 생산시스템의 마지막 공정인 경우, 대기시간이 가장 짧아지며 이때 CONWIP과 DBR은 동일해진다.

동일한 서비스 품질 수준에서 요구되는 유한버퍼의 크기로 보면 DBR이 CONWIP보다 작은데 이는 DBR하에서 좀 더 간결한 라인생산시스템의 구축이 가능함을 의미한다.

참 고 문 헌

1. Ayhan, H. and Seo, D.-W., "Laplace transform and moments of waiting times in Poisson driven (Max,+) linear systems", QUESTA, Vol. 37, No. 4, pp. 405-438, 2001.
2. Ayhan, H. and Seo, D.-W., "Tail probability of transient and stationary waiting times in (Max,+) linear systems", IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 47, No. 1, pp. 151-157, 2002.
3. Baccelli, F., Cohen, G., Olsder, G. J. and Quadrat, J-P, Synchronization and Linearity: An Algebra for Discrete Event Systems, John Wiley and Sons, 1992.
4. Baccelli, F. and Schmidt, V., "Taylor series expansions for Poisson driven (Max,+) linear systems", Annals of Applied Probability, Vol. 6, No. 1, pp. 138-185, 1996.
5. Baccelli, F., Hasenfuss, S. and Schmidt, V., "Transient and stationary waiting times in (max,+) linear systems with Poisson input", QUESTA, Vol. 26, pp. 301-342, 1997.
6. Baccelli, F., Hasenfuss, S. and Schmidt, V., "Expansions for steady state characteristics in (Max,+) linear systems", Stochastic Models, Vol. 14, pp. 1-24, 1998.
7. Bonvik, A. M., Dallery, Y. and Gershwin, S. B., "Approximate analysis of production system operated by a CONWIP/finite buffer hybrid control policy", IJPR, Vol. 38, No. 13, pp. 2845-2869, 2000.
8. Chang, T. M. and Yih, Y., "Generic Kanban systems for dynamic environments", IJPR, Vol. 32, No. 4, pp. 889-902, 1994.
9. Cook, D. P., "Simulation comparison of traditional, JIT, and TOC manufacturing systems in a flow shop with bottlenecks", Production and Inventory Management Journal, Vol. 35, pp. 73-78, 1994.
10. Duenyas, I., Hopp, W. J. and Spearman, M. L., "Characterizing the output process of a CONWIP line with deterministic processing and random outages", Management Sciences, Vol. 39, No. 8, pp. 975-988, 1993.
11. Gilland, W., "A simulation study comparing performance of CONWIP and bottleneck-based release rules", Production Planning, Vol. 13, No. 2, pp. 211-219, 2002.
12. Goldratt, E. M. and Cox, J., The Goal, Croton-on-Hudson, NY, North River Press, Inc., 1984.
13. Goldratt, E. M. and Fox, R. E., The Race, Croton-on-Hudson, NY, North River Press, Inc., 1986.
14. Gstettner, S. and Kuhn, H., "Analysis of production control systems Kanban and CONWIP", IJPR, Vol. 34, No. 11, pp. 3253-3273, 1996.
15. Heidergott, B., Max-plus linear stochastic systems and perturbation analysis, Springer, 2006.
16. Jodlbauer, H. and Huber, A., "Service level performance of MRP, Kanban, CONWIP and DBR due to parameter stability and environmental robustness", IJPR, Vol. 46, No. 8, pp. 2179-2195, 2008.
17. Koh, S. G. and Bulfin, R. L., "Comparison of DBR with CONWIP in an Unbalanced Production Line with Three Stations", IJPR, Vol. 42, No. 2, pp. 391-404, 2004.
18. Lee, H. and Seo, D.-W., "Performance evaluation of Kanban-controlled line production systems with constant processing times", Productivity Review, Vol. 24, No. 4, pp. 183-205, 2010.
19. Lee, H. and Seo, D.-W., "Comparison of CONWIP with Kanban in a production line with constant processing times", J. Korean Operations Research and Management Science Society, Vol. 36, No. 2, pp. 51-65, 2011.
20. Louw, L. and Page, D. C., "Queuing network analysis approach for estimating the sizes of the time buffers in Theory of Constraints-controlled production systems", IJPR, Vol. 42, No. 6, pp. 1207-1226, 2004.
21. Muckstadt, J. A. and Tayur, S. R., "A comparison of alternative Kanban control mechanism: I. background and structural results", IIE Transaction, Vol. 27, pp. 140-150, 1995.
22. Muckstadt, J. A. and Tayur, S. R., "A comparison of alternative Kanban control mechanism: II. experimental results", IIE Transaction, Vol. 27, pp. 151-161, 1995.
23. Radovilsky, Z. D., "A quantitative approach to estimate the size of the time buffer in the theory of constraints", IJPE, Vol. 55, pp. 113-119, 1998.
24. Roderick, L. M., Toland, J. and Rodriguez, F. P., "A simulation study of CONWIP versus MRP at Westinghouse", Computers and Industrial Engineering, Vol. 26, pp. 237-242, 1994.
25. Schragenheim, E. and Ronen, B., "Drum-buffer-rope shop floor control", Production Inventory Management

- Journal, Vol. 31, No. 3, pp. 18-22, 1990.
26. Spearman, M. L., Woodruff, D. L. and Hopp, W. J., "CONWIP: a pull alternative to Kanban", IJPR, Vol. 28, No. 5, pp. 879-894, 1990.
27. Spearman, M. L. and Zazanis, M. A., "Push and pull production systems: issues and comparisons", Operations Research, Vol. 40, No. 3, pp. 521-532, 1992.
28. Spencer, M. S. and Cox, J. F., "Master production scheduling development in a theory of constraints environment", Production and Inventory Management Journal, Vol. 36, No. 1, pp. 80-94, 1995.
29. Ye, T. and Han, W., "Determination of buffer sizes for drum-buffer-rope controlled production system", IJPR, Vol. 46, No. 10, pp. 2827-2844, 2008.



이 호 창 (hochang@khu.ac.kr)

1981 서울대학교 산업공학과 학사
1983 한국과학기술원 산업공학과 석사
1990 University of Pennsylvania, 경영학 박사
1991~현재 경희대학교 경영대학 경영학부 교수

관심분야 : 조합적 최적화, 공급사슬관리, 생산시스템 설계 및 분석



서 동 원 (dwseo@khu.ac.kr)

1991 성균관대학교 산업공학과 학사
1996 성균관대학교 대학원 산업공학과 석사
2002 Georgia Institute of Technology, 산업공학 박사
2003~현재 경희대학교 경영대학 경영학부 부교수

관심분야 : 확률과정론, Series Expansion, (Max,+)-algebra, 시뮬레이션