

가변 스텝 사이즈를 이용한 개선된 의사 인접 투사 알고리즘

Enhanced Pseudo Affine Projection Algorithm with Variable Step-size

정익주

(Ik Joo Chung)

강원대학교

(접수일자: 2011년 11월 16일; 수정일자: 2012년 1월 13일; 채택일자: 2012년 1월 30일)

초 록: NLMS 알고리즘의 수렴 특성을 개선하기 위해 제안된 인접 투사 알고리즘의 성능을 향상시킨 알고리즘을 제안하였다. 기존의 인접 투사 또는 의사 인접 투사 알고리즘은 지연된 입력 신호 벡터 및 오차 신호 벡터를 기반으로 하기 때문에 복잡할 뿐만 아니라, 기존의 스칼라 오차를 기반으로 하는 LMS 형 알고리즘에서 개발된 기법을 적용하는데 어려움이 있다. 본 논문에서는 의사 인접 투사 알고리즘의 경우, 스칼라 오차 신호를 이용한다는 사실과 수렴 후 입력 신호가 오차 신호에 직교한다는 직교 원리에 근거하여 적은 연산량으로도 우수한 수렴 성능을 보이는 가변 스텝 사이즈 알고리즘을 제안하였다. 시스템 확인 모델 하에서 컴퓨터 모의 실험을 통하여 제안된 알고리즘이 기존의 알고리즘들에 비하여 적은 연산량에도 불구하고 정상 및 비정상 환경에서 수렴 특성이 우수함을 보였다.

핵심용어: 인접 투사 알고리즘, 의사 인접 투사 알고리즘, 가변 스텝 사이즈

투고분야: 음향 신호처리 분야(1)

ABSTRACT: In this paper, we propose an enhanced algorithm for affine projection algorithms which have been proposed to speed up the convergence of the conventional NLMS algorithm. Since affine projection (AP) or pseudo AP algorithms are based on the delayed input vector and error vector, they are complicated and not suitable for applying methods developed for the LMS-type algorithms which are based on the scalar error signal. We devised a variable step size algorithm for pseudo AP using the fact that pseudo AP algorithms are updated using the scalar error and that the error signal is getting orthogonal to the input signal. We carried out a performance comparison of the proposed algorithm with other pseudo AP algorithms using a system identification model. It is shown that the proposed algorithm presents good convergence characteristics under both stationary and non-stationary environments despite its low complexity.

Key words: Affine projection algorithm, Pseudo affine projection algorithm, Variable step-size

ASK subject classification: Acoustic Signal Processing (1)

1. 서 론

잘 알려진 NLMS (Normalized Least Mean Square) 알고리즘은 적은 연산량을 요구하고, 대부분의 응용에서 안정적으로 동작한다는 장점에도 불구하고, 입력 신호의 상관도가 클 경우 수렴 속도가 저하되는 결정적인 단점이 있다^[1,2]. 이러한 단점을 해결하기 위

해 지연된 다중 입력 벡터에 근거하여 적응 필터의 계수를 적응시키는 인접 투사 (Affine Projection: AP) 알고리즘이 제안되었다^[2,3]. AP 알고리즘은 일반화된 NLMS 알고리즘으로 볼 수 있는데, 투사 차원을 증가시키므로써 수렴 속도의 향상을 얻을 수 있으며, 투사 차원이 1인 경우, AP 알고리즘은 NLMS 알고리즘과 같아진다. 그러나 AP 알고리즘은 연산 과정에서 역행렬 계산을 필요로 하기 때문에 투사 차원이 높을 경우 연산량이 지나치게 증가될 수 있다.

*Corresponding author: 정익주 (ijchung@kangwon.ac.kr)
200-701 강원도 춘천시 강원대학길1 강원대학교 전기전자공학부
(전화: 033-250-6322; 팩스: 033-256-6327)

AP 알고리즘의 연산량을 감소시키기 위하여 고속 RLS (Fast Recursive Least Squares: FRLS)와 같은 방식으로 고속화한 고속 AP (Fast AP: FAP) 알고리즘이 제안되었으나 FRLS와 마찬가지로 역행렬 연산 시 발생하는 오류가 전파되고, 이것이 누적되어 수치적 불안정성을 겪는다^[4]. 한편, 수렴 인자가 1인 경우, AP 알고리즘은 역행렬 연산에서 역행렬의 첫 번째 열만을 필요로 하는데, 이는 선형 예측 계수를 계산하는 것과 동일하다. 최근^[5]는 매 적응 iteration에서 반복적 (iterative) 방법으로 역행렬을 계산하는 Gauss-Seidel 알고리즘을 이용하여 연산량을 감축시킨 의사 AP (Pseudo AP: PAP) 알고리즘을 제안하였다. PAP 알고리즘은 수렴 인자가 1인 경우, 적은 연산량으로도 AP 알고리즘과 유사한 성능을 보이거나 수렴 인자가 1에서 벗어날 때에는 성능이 저하되게 된다. 이를 개선하기 위하여^[6]은 강인한 PAP (Robust PAP: RPAP) 알고리즘을 제안하였다.

한편, 높은 투사 차원을 가지는 AP 알고리즘은 정상 상태에서의 오차가 증가하게 된다. 이를 방지하기 위해서는 가능한 투사 차원을 낮추면서도 이로 인하여 발생하는 수렴 속도의 저하를 최소화하는, 달리 표현하면 동일한 투사 차원에서 수렴 속도를 개선하기 위한 여러 알고리즘들이 제안되었다.^[7]은 수렴 시에 적응 필터 계수의 평균 자승 변이 (Mean-Square Deviation: MSD)가 매 iteration마다 최대로 감소되도록 하는 성능 기준에 근거하여 스텝 사이즈를 변화시키는 가변 스텝 사이즈 수렴 인자를 제안하였다.^[8]과^[9]는 정규화된 gradient descent 알고리즘을 이용하여 regularization 파라미터 또는 regularization 행렬을 적응 시키는 알고리즘을 제안하였다. 이러한 알고리즘들은 실험을 통해 기존 AP 알고리즘에 비하여 수렴 속도가 향상됨을 보였다.

AP 알고리즘은 지연된 다중 입력 벡터를 사용하기 때문에 오차의 경우도 벡터의 형태를 가지게 되는데, 이는 스칼라 형태의 오차를 가지는 기존의 NLMS 알고리즘과 차이가 있다. 따라서, 기존의 LMS 계열 알고리즘의 수렴 인자를 위해 제안된 많은 가변 스텝 사이즈 알고리즘의 직접적인 적용이 용이하지 않다. 본 연구에서는 PAP 또는 RPAP의 경우, LMS 계열 알고리즘들처럼 스칼라 형태의 오차를 가진다는 사

실을 이용하여 기존의 LMS 계열 알고리즘들의 수렴 인자를 위해 제안된 가변 스텝 사이즈 알고리즘을 기반으로 하여 PAP에 적합한 향상된 가변 스텝 사이즈 수렴 인자를 제안하였다. 제안된 알고리즘은 기존의 AP 알고리즘에 비하여 적은 연산량에도 불구하고, 향상된 수렴 속도를 보였으며 비정상 (non-stationary) 입력 신호에 대하여도 좋은 특성을 가짐을 보였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 서론에 이어 II장에서 본 논문의 배경이 되는 기존의 PAP 알고리즘들에 대하여 살펴보고, III장에서는 가변 스텝 사이즈를 이용한 향상된 PAP 알고리즘을 제안한다. IV장에서는 제안된 알고리즘의 성능을 확인하기 위하여 컴퓨터 모의 실험을 수행하였다. 타 알고리즘과의 비교를 통해 제안된 알고리즘의 향상된 성능을 검증하였다. 마지막으로 V장에서 결론을 맺는다.

II. 의사 인접 투사 (PAP) 알고리즘

PAP 알고리즘은 식 (1)과 같이 주어진다^[5].

$$e(n) = d(n) - \mathbf{x}^T(n)\mathbf{w}(n) \quad (1a)$$

$$\mathbf{u}(n) = \frac{\mathbf{X}(n)\mathbf{p}(n)}{p_0(n)} \quad (1b)$$

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu \frac{e(n)}{\|\mathbf{u}(n)\|^2} \mathbf{u}(n), \quad 0 < \mu < 2 \quad (1c)$$

여기서 $d(n)$ 은 원하는 신호, $\mathbf{X}(n) = [\mathbf{x}(n) \mathbf{x}(n-1) \cdots \mathbf{x}(n-K+1)]$ 는 $(N \times K)$ 차원의 입력 신호 행렬, $\mathbf{x}(n)$ 는 $(N \times 1)$ 차원의 입력 신호 벡터, $\mathbf{w}(n)$ 는 $(N \times 1)$ 차원의 적응 필터 계수 벡터, μ 는 수렴 인자이다. $\mathbf{p}(n) = [p_0(n) p_1(n) \cdots p_{K-1}(n)]^T$ 는 Gauss-Seidel 방법을 이용하여 $(\mathbf{X}^T(n)\mathbf{X}(n))\mathbf{p}(n) = \mathbf{b}$ 로부터 얻어지는 $(K \times 1)$ 차원의 벡터이다. $\mathbf{b} = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]^T$ 는 $(K \times 1)$ 벡터이다. $\|\cdot\|$ 는 l_2 norm을 의미한다. PAP 알고리즘은 수렴 인자가 $\mu=1$ 인 경우를 가정하였기 때문에 μ 가 1에서 벗어날수록 그 성능이 저하되게 된다. 이를 보완하

기 위하여^[6]은 RPAP 알고리즘을 제안하였다. RPAP 알고리즘은 식 (2)와 같이 주어진다.

$$\mathbf{e}(n) = \mathbf{d}(n) - \mathbf{X}^T(n)\mathbf{w}(n) \quad (2a)$$

$$\tilde{\mathbf{e}}(n) = \frac{\mathbf{p}^T(n)\mathbf{e}(n)}{p_0(n)} \quad (2b)$$

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu \frac{\tilde{\mathbf{e}}(n)}{\|\mathbf{u}(n)\|^2} \mathbf{u}(n), \quad 0 < \mu < 2 \quad (2c)$$

여기서 $\mathbf{d}(n) = [d(n) \ d(n-1) \ \dots \ d(n-K+1)]^T$ 는 $(K \times 1)$ 차원의 원하는 신호 벡터이다. 식 (1)과 식 (2)를 비교해 보면 RPAP 알고리즘은 PAP의 오차신호 $\mathbf{e}(n)$ 이 $\tilde{\mathbf{e}}(n)$ 으로 대체된 것임을 알 수 있다. 또한, 오차 신호 벡터를 사용하는 기존의 AP 알고리즘과 달리 PAP와 RPAP 알고리즘은 식 (1c)와 식 (2c)에서처럼 스칼라 오차 신호인 $e(n)$ 과 $\tilde{e}(n)$ 을 이용하여 적응 계수를 갱신한다.

III. 가변 스텝 사이즈를 이용한 PAP 알고리즘

기존의 가변 스텝 사이즈를 이용한 AP 또는 PAP 알고리즘들은 크게 두 부류로 분류할 수 있다. 첫 번째로 $E\|\mathbf{w}(n+1) - \mathbf{w}^*\|^2 - E\|\mathbf{w}(n) - \mathbf{w}^*\|^2$ 를 최소화하도록 수렴 인자 μ 를 직접적으로 변화시키는 방식^[6,7]과 두 번째로는 regularization 파라미터를 도입하여 이를 가변 시킴으로써 결과적으로는 고정된 수렴 인자와 가변되는 regularization 파라미터를 통하여 전체적으로 통합된 수렴 인자를 조절하는 방식이다^[8,9]. 이들 방식 모두 컴퓨터 모의 실험을 통하여 수렴 속도가 개선됨을 보였다. 그러나 이러한 가변 스텝 사이즈 AP 또는 PAP 알고리즘들은 주어진 최적 기준(criterion)을 만족하도록 지연된 다중 입력 벡터 및 오차 벡터에 근거하여 유도되었기 때문에 기존의 스칼라 오차에 근거하는 LMS형 가변 스텝 사이즈

알고리즘에 비하여 많은 연산량을 요구한다.

본 논문에서는 PAP 알고리즘 또는 RPAP 알고리즘의 경우 LMS형 알고리즘처럼 스칼라 오차를 이용하여 적응 필터 계수를 갱신한다는데 착안하여 기존의 LMS형 알고리즘에 적용되었던 가변 스텝 사이즈 알고리즘을 적용하는 새로운 가변 스텝 사이즈 수렴 인자를 가지는 PAP 또는 RPAP 알고리즘을 제안한다. 기존의 가변 스텝 사이즈 LMS형 알고리즘들 중에 연산량이 적으면서도 우수한 성능을 보이는 대표적인 알고리즘이 Kwong의 알고리즘^[10]이며 이후 이를 기반으로 한 유사 알고리즘들이 제안되었다. Kwong의 가변 스텝 사이즈를 위한 수렴 인자 갱신 알고리즘은 다음과 같이 주어진다.

$$\mu(n) = \alpha\mu(n-1) + \beta e^2(n), \quad 0 < \alpha < 1, \quad \beta > 0 \quad (3)$$

단, $\mu(n)$ 은 $\mu_{\min} \leq \mu(n) \leq \mu_{\max}$ 로 제한된다. α 가 1보다 작기 때문에 iteration이 증가할수록 $\mu(n)$ 이 작아진다. 또한, 최적 계수에 다가갈수록 자승 오차 $e^2(n)$ 가 작아져서 역시 $\mu(n)$ 이 작아진다. 그러나 상태가 변화하는 비정상적인 상황에서 적응 계수가 최적 계수에서 벗어날 경우, 적응 오차가 커지게 되고 결국 식 (3)의 두 번째 항은 $\mu(n)$ 를 증가시키는 방향으로 작용한다. 즉, Kwong의 알고리즘에서는 자승 오차 $e^2(n)$ 를 적응 계수가 최적 계수에 얼마나 다가갔는가 하는 지표로 사용한다.

식 (3)은 PAP 알고리즘에 곧 바로 적용 가능하다. RPAP 알고리즘의 경우에는 식 (3)에서 $e(n)$ 을 $\tilde{e}(n)$ 으로 대체하여 사용할 수 있다. 그러나 Kwong의 알고리즘은 측정 오차(measurement noise)가 클 경우, 그 성능이 저하되는 단점이 있다. 본 논문에서는 이러한 단점을 완화하기 위하여 직교 원리(orthogonality principle)에 근거한 새로운 적응 알고리즘을 제안한다. 직교원리에 의하면 적응 계수가 최적 계수와 같아지게 되면 입력 신호와 오차 신호가 직교 관계에 있게 된다. 즉, $E[\mathbf{e}(n)^T \mathbf{X}^T(n)] = \mathbf{0}$ 이 성립한다^[1]. 따라서 $E[\mathbf{e}(n)^T \mathbf{X}^T(n)]$ 을 적응 계수가 최적 계수에 얼마나 다가갔는가 하는 지표로 사용할 수 있다. 한편, 적응 필터 계수가 최적 계수에 도달했을 때

1) 여기서 \mathbf{w}^* 는 적응 필터의 최적 계수이다.

$p(n) = E[X^T(n)X(n)]^{-1}b$ 라고 가정하면 $E[e(n)u(n)] = 0$ 또는 $E[\tilde{e}(n)u(n)] = 0$ 의 직교 관계식을 얻을 수 있다. 이런 사실을 이용하여 실제 알고리즘에 적용 시에는 적응 계수가 최적 계수에 얼마나 다가갔는가 하는 지표로 $\|e(n)u(n)\|^2$ 또는 $\|\tilde{e}(n)u(n)\|^2$ 를 사용하였다.

한편, 이미 RPAP 알고리즘이 연산량의 큰 증가 없이도 PAP 알고리즘의 문제점을 어느 정도 해결한 알고리즘임이 알려져 있으므로 본 논문에서는 가변 스텝 사이즈 RPAP 알고리즘에 초점을 맞출 것이다. 따라서 제안된 알고리즘은 다음과 같다.

$$w(n+1) = w(n) + \mu(n) \frac{\tilde{e}(n)}{\|u(n)\|^2} u(n) \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} \mu(n) &= \alpha\mu(n-1) + \beta\|\tilde{e}(n)u(n)\|^2 \\ &= \alpha\mu(n-1) + \beta\tilde{e}^2(n)\|u(n)\|^2, \quad 0 < \alpha < 1, \quad \beta > 0 \end{aligned} \quad (4b)$$

한편, $\|u(n)\|^2$ 이 식 (4a)와 식 (4b)에 공통으로 사용되므로 $\|\tilde{e}(n)u(n)\|^2$ 연산을 위해서는 곱셈이 두 번 추가될 뿐이다.

IV. 실험 및 결과 고찰

제안된 가변 스텝 사이즈 RPAP 알고리즘의 수렴 속도, 정상 상태 오차 그리고 비정상 신호에 대한 수렴 특성을 평가하기 위하여 그림 1에 나와 있는 시스템 식별 (System Identification) 환경에서 컴퓨터 모의 실험을 실시하였다. 실험 환경은 기존 알고리즘과 비교하기 위하여^[9]에서 제시한 것과 동일하게 설정하였다. 사용한 미지의 시스템은 FIR 시스템이며 차수는 16으로 설정하였다. 적응 필터의 차수는 미지의 시스템과 동일한 차수로 설정하였다. 입력 신호로는 평균 0의 백색 잡음을 1차 시스템 $G_1(z) = 1/(1 - 0.9z^{-1})$ 또는 이차 시스템 $G_2(z) = \frac{1 + 0.5z^{-1} + 0.81z^{-2}}{1 - 0.59z^{-1} + 0.4z^{-2}}$ 을 통과 시킨 후 얻어진 출력을 적응 필터 및 미지의 시스템의 입력으로 사용하였다. 기본적으로 $G_1(z)$ 을 사용하여 실험을 하였으며 그림 8과 그림 9에서는 $G_2(z)$ 을 사용하였다.

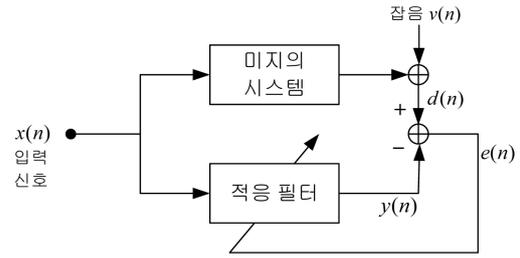


그림 1. 시스템 식별 블록도

Fig. 1. Block diagram of system identification.

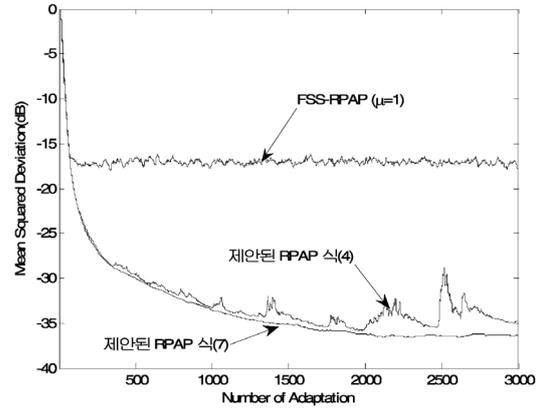


그림 2. 제안된 RPAP 알고리즘의 수렴 특성 (SNR=30 db, $\alpha = 0.99$, $\beta = 0.0001$, $\gamma = 0.001$)

Fig. 2. Convergence behavior of the proposed RPAP algorithm (SNR=30 db, $\alpha = 0.99$, $\beta = 0.0001$, $\gamma = 0.001$).

그림 2는 제안된 RPAP 알고리즘의 수렴 성능을 보여준다. 그림 2로부터 식 (4)에서 제안된 알고리즘의 수렴 특성이 식 (2)의 고정된 수렴 인자를 가지는 RPAP 알고리즘 (Fixed step size RPAP: FSS-RPAP)보다 좋은 성능을 보이거나 다소 불안정하게 수렴함을 볼 수 있다. 이는 식 (2b)에서 $\tilde{e}(n)$ 를 구할 때 $p_0(n)$ 로 나누게 되는데, $p_0(n)$ 가 작을 경우, 식 (4b)에서 $\|\tilde{e}(n)u(n)\|^2$ 이 과도하게 커지기 때문에 발생하는 현상이다. 이는 식 (5)와 같이 $u(n)$ 과 $\tilde{e}(n)$ 을 재정의하고, 식 (6)이 성립한 것을 이용하면 나눗셈이 제거된 알고리즘을 얻을 수 있다.

$$u'(n) \triangleq X(n)p(n), \quad \tilde{e}'(n) \triangleq p^T(n)e(n) \quad (5)$$

$$\frac{\tilde{e}(n)}{\|u(n)\|^2} u(n) = \frac{\tilde{e}'(n)}{\|u'(n)\|^2} u'(n) \quad (6)$$

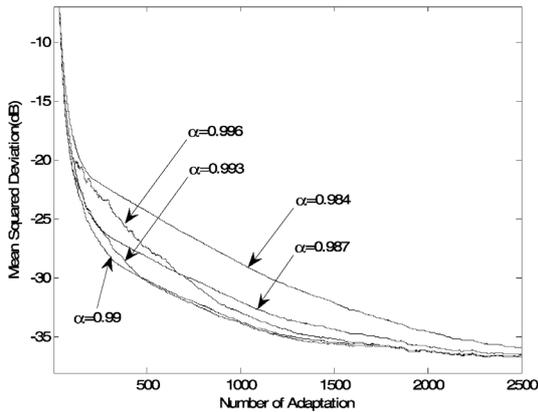


그림 3. 제안된 알고리즘의 여러 α 값에 대한 수렴 특성 (SNR=30 db, $\gamma=0.001$)
 Fig. 3. Convergence behaviors of the proposed algorithm for various values of α (SNR=30 db, $\gamma=0.001$).

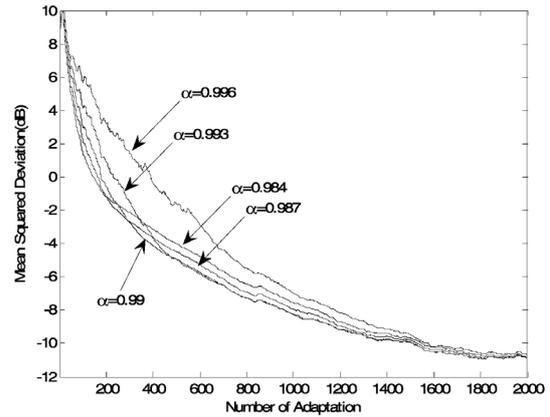


그림 4. 제안된 알고리즘의 여러 α 값에 대한 수렴 특성 (SNR=5 db, $\gamma=0.001$)
 Fig. 4. Convergence behaviors of the proposed algorithm for various values of α (SNR=5 db, $\gamma=0.001$).

따라서 수정된 최종 알고리즘은 다음과 같다.

$$w(n+1) = w(n) + \mu(n) \frac{\tilde{e}'(n)}{\|u'(n)\|^2} u'(n) \quad (7a)$$

$$\mu(n) = \alpha\mu(n-1) + \gamma \|\tilde{e}'(n)u'(n)\|^2, \quad 0 < \alpha < 1, \gamma > 0 \quad (7b)$$

수정된 최종 알고리즘의 수렴 특성이 역시 그림 2에 나와 있다. 수정된 알고리즘은 식 (4)의 알고리즘과 달리 안정되게 수렴함을 알 수 있다. 한편, 식 (4b), 식 (7b) 그리고 식 (5)로부터 $\beta = p_0^4(n)\gamma$ 의 관계가 있다는 것을 알 수 있으므로 이를 고려하여 β 값을 그림 2에서 식 (7)의 수렴 특성과 전반적으로 같은 수렴 속도 및 정상 상태 성능을 가지도록 하는 여러 β 값을 적용해 보았으나 그림 2처럼 불안정적으로 수렴하는 특성은 사라지지 않았다.

그림 3과 그림 4는 각각 높은 SNR 및 낮은 SNR 환경에서 여러 α 값에 대한 수렴 특성을 보여 주고 있고 있다. 그림을 통해 높은 SNR의 경우 낮은 SNR의 경우보다 상대적으로 큰 α 값에서 더 좋은 성능을 보임을 알 수 있다. 다음은 γ 값 변화에 대한 수렴 특성을 살펴보았다. SNR이 높은 경우에는 γ 값 변화에 대해 성능 차이가 거의 없었다. 반면 낮은 SNR에서는 γ 가 적정한 값보다 클 경우 성능이 저하되었다. 그림 5는 낮은 SNR에서 여러 γ 값에 대한 수렴 특성

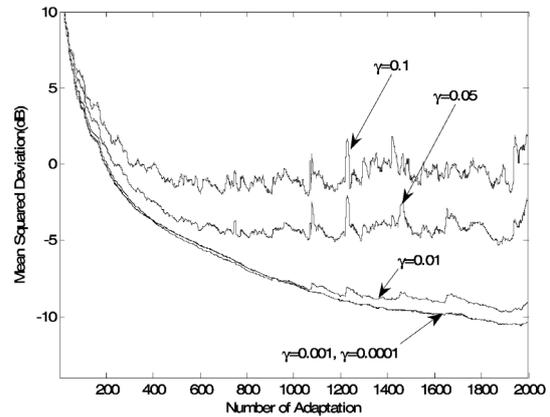


그림 5. 제안된 알고리즘의 여러 γ 값에 대한 수렴 특성 (SNR=5 db, $\alpha=0.99$)
 Fig. 5. Convergence behaviors of the proposed algorithm for various values of γ (SNR=5 db, $\alpha=0.99$).

을 보여주고 있다. 그림으로부터 γ 값이 0.01 이상이 되기 시작하면 성능이 저하되는 것을 볼 수 있다. 그림 6은 Kwong의 가변 스텝 사이즈 갱신 알고리즘(식 (3))을 이용한 RPAP 알고리즘과 제안된 알고리즘의 성능을 비교한 것이다. 두 알고리즘은 SNR이 높은 경우 거의 성능 차이를 보이지 않았다. 그러나 측정 오차로 인하여 SNR이 낮은 환경에서는 Kwong의 알고리즘이 성능 저하가 발생한다는 점을 앞에서 이미 언급한 바 있는데, 제안된 알고리즘에서는 이러한 문제점이 개선되었음을 그림 6을 통하여 알 수 있다.

한편, 기존 알고리즘들과의 성능 비교를 위하여 제안된 알고리즘을 Lee의 가변 스텝 사이즈 RPAP^[6]

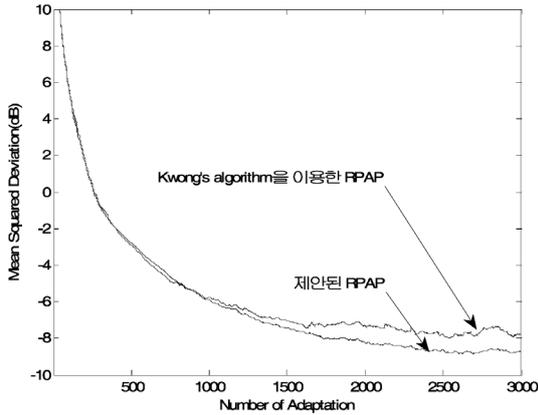


그림 6. 제안된 알고리즘과 Kwong의 알고리즘의 수렴 특성 비교 (SNR=5 db, $\alpha=0.99$, $\beta=0.001$, $\gamma=0.001$)
 Fig. 6. Comparison of convergence behaviors for the proposed algorithm and Kwong's algorithm. (SNR=5 db, $\alpha=0.99$, $\beta=0.001$, $\gamma=0.001$).

및 Ban의 적응 regularization 파라미터를 가지는 RPAP^[8]와 비교하였다. 각각의 알고리즘은 다음과 같다.

• Lee의 가변 스텝 사이즈 RPAP (VSS-RPAP)^[6]

$$\mu(n) = \mu_{\max} \frac{E[\tilde{e}^2(n)]}{E[\tilde{e}^2(n)] + C} \cong \mu_{\max} \frac{\hat{\sigma}_e^2(n)}{\hat{\sigma}_e^2(n) + C} \quad (8a)$$

$$\hat{\sigma}_e^2(n) = \beta \hat{\sigma}_e^2(n-1) + (1-\beta)\tilde{e}^2(n), \quad 0 < \beta < 1 \quad (8b)$$

• Ban의 적응 regularization 파라미터 RPAP (AR-RPAP)^[8]

$$\delta(n) = \delta(n-1) - \rho \text{sign}(e(n)\tilde{e}(n-1)\mathbf{x}^T(n)\mathbf{u}(n-1)) \quad (9a)$$

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu \frac{\tilde{e}(n)}{\delta(n) + \|\mathbf{u}(n)\|^2} \mathbf{u}(n), \quad 0 < \mu < 2 \quad (9b)$$

식 (9a)에서 $\delta(n)$ 은 $\delta_{\min} \leq \delta(n) \leq \delta_{\max}$ 으로 제한된다. 그림 7과 그림 8은 제안된 알고리즘과 이들 두 알고리즘과의 수렴 특성을 비교한 것이다. 한편, 그림 8은 이차 시스템인 $G_2(z)$ 를 통과한 입력을 사용하였을 때의 수렴 특성이다. 그림 7과 8로부터 알 수 있듯이 제안된 알고리즘이 기존의 타 알고리즘에 비하여 수렴 속도 및 정상 상태에서의 성능이 우수함을 알 수 있다.

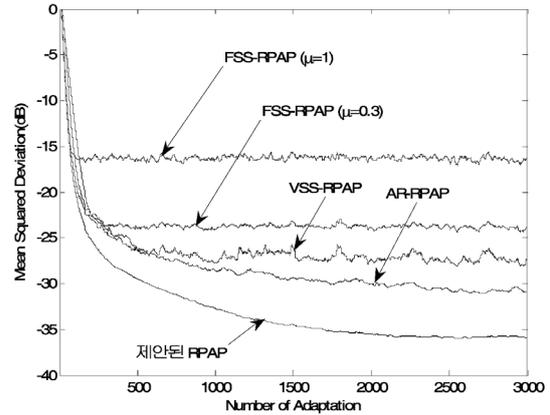


그림 7. 타 알고리즘과의 수렴 특성 비교 (일차 시스템 $G_1(z)$ 을 통과한 입력 사용, SNR=30 db)
 Fig. 7. Comparison of convergence behaviors for the proposed algorithm and other algorithms using the input filtered through $G_1(z)$ (SNR=30 db).

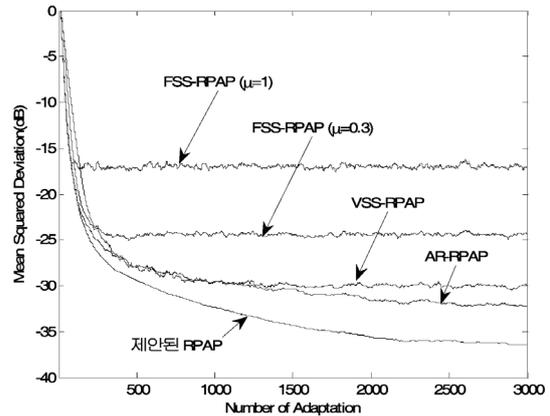


그림 8. 타 알고리즘과의 수렴 특성 비교 (이차 시스템 $G_2(z)$ 을 통과한 입력 사용, SNR=30 db)
 Fig. 8. Comparison of convergence behaviors for the proposed algorithm and other algorithms using the input filtered through $G_2(z)$ (SNR=30 db).

한편, 수렴 도중 측정 오차가 변화되는 비정상 환경에의 수렴 특성에 대하여도 모의 실험을 하였다. 그림 9는 4000번째 iteration에서 측정 오차를 SNR=30 dB에서 SNR=10 dB로 갑자기 변화시켰을 때의 수렴 특성을 보여준다. 비정상 환경에서도 제안된 알고리즘이 가장 좋은 수렴 특성을 보이고 있다.

RPAP 알고리즘의 연산량은 $2N + K^2 + 5N + 6$ 로 알려져 있다^[6]. 가변 스텝 사이즈 RPAP 알고리즘들은 이 기본 RPAP 알고리즘의 연산량 외에 가변 스텝 사이즈를 위해 추가의 연산량이 소요된다. 표 1은 가변 스텝 사이즈 RPAP 알고리즘들의 추가된 연산량

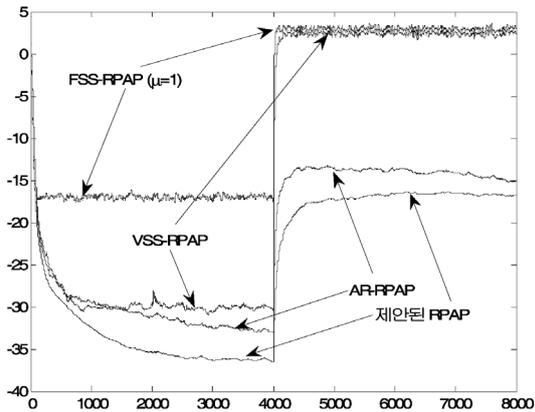


그림 9. 비정상 환경에서의 수렴 특성 비교 (이차 시스템 $G_2(z)$ 을 통과한 입력 사용)

Fig. 9. Comparison of convergence behaviors for the proposed algorithm and other algorithms under the non-stationary environment using the input filtered through $G_2(z)$.

표 1. 가변 스텝 사이즈 알고리즘들의 연산량 비교
Table 1. Comparison of numerical complexity of variable step size algorithms.

	곱셈	나눗셈
VSS-RPAP	4	1
AR-RPAP	$N + 2$	0
제안된 알고리즘	4	0

을 보여준다.

AR-RPAP 알고리즘은 곱셈의 수가 N 에 비례하기 때문에 세 알고리즘들 중에 가장 많은 연산량을 요구한다. VSS-RPAP 알고리즘과 제안된 알고리즘은 비슷한 연산량이 소요되나, VSS-RPAP은 별도의 나눗셈이 추가로 요구된다. 또한 식 (8a)에서 C 는 SNR에 기반하여 설정되는 상수이기 때문에 비정상 환경에서는 SNR을 추정하여 값을 갱신할 필요가 있는데 이럴 경우 VSS-RPAP 알고리즘의 연산량은 더 증가하게 된다.

V. 결 론

본 논문에서는 PAP 또는 RPAP 알고리즘이 기존의 AP 알고리즘과 달리 스칼라 형태의 오차 신호를 사용한다는 사실과 직교 원리에 기반하여 기존의 LMS 형 알고리즘에서 적용되었던 형태의 가변 스텝

사이즈 알고리즘 방식을 적용하여 RPAP 알고리즘에 적합한 새로운 가변 스텝 사이즈 RPAP 알고리즘을 제안하였다. 제안된 알고리즘은 기존의 알고리즘에 비하여 적은 연산량을 요구하는 반면, 컴퓨터 모의 실험을 통하여 기존에 제안된 알고리즘들에 비하여 우수함 수렴 특성을 가진다는 것을 보였다. 또한, 제안된 알고리즘에 사용되는 파라미터 값의 변화에 대한 수렴 특성에 대하여도 살펴보았다. 마지막으로 비정상 환경에서의 실험을 통하여 비정상 환경에서도 제안된 알고리즘이 우수한 수렴 특성을 가진다는 것을 보였다.

참고문헌

1. S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, Prentice Hall, New Jersey, 2002.
2. A. H. Sayed, *Fundamentals of Adaptive Filtering*, Wiley-Interscience, New York, 2003.
3. K. Ozeki and T. Umeda, "An adaptive filtering algorithm using an orthogonal projection to an affine subspace and its properties," *Electron. Commun. Jpn.*, vol. 67-A, no. 5, pp. 19-27, 1984.
4. S. L. Gay and S. Tavathia, "The fast affine projection algorithm," *IEEE Int. Conf. Acoust. Speech Signal Processing*, vol. 5, pp. 3023-3026, 1995.
5. F. Albu and H. K. Kwan, "Fast block exact Gauss-Seidel pseudo affine projection algorithm," *Electron. Lett.*, vol. 40, no. 22, pp. 1451-1453, Oct. 2004.
6. J. Lee, Y. C. Park and D. H. Youn, "Robust pseudo affine projection algorithm with variable step-size," *Electron. Lett.*, vol. 44, no. 3, pp. 250-251, Jan. 2008.
7. H. C. Shin, A. H. Sayed, and W. J. Song, "Variable step-Size NLMS and affine projection algorithms," *IEEE Signal Processing Lett.*, vol. 11, no. 2, pp. 132-135, Feb. 2004.
8. S. J. Ban, C. W. Lee, and S. W. Kim, "Adaptive regularization parameter for pseudo affine projection algorithm," *IEEE Signal Processing Lett.*, vol. 16, no. 5, pp. 382-385, May 2009.
9. Y. S. Choi, H. C. Shin, and W. J. Song, "Adaptive regularization matrix for affine projection algorithm," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. 54, no. 12, pp. 1087-1091, Dec. 2007.
10. R. H. Kwong and E. W. Johnston, "A variable step size LMS algorithm," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 40, no. 7, pp. 1633-1642, Jul. 1992.

저자 약력

▶ 정 익 주 (Ik Joo Chung)



1986년: 서울대학교 전자공학과 (공학사)
1988년: 서울대학교 전자공학과 (공학석사)
1992년: 서울대학교 전자공학과 (공학박사)
2012년 ~ 현재 : 강원대학교 전기전자공
학부 교수
<관심분야> 음성신호처리, 적응신호처리