

다개체 무인 항공기 시스템을 위한 관측기 기반 고장포용제어기 설계

Observer-based Fault Tolerant Controller Design for Multi-UAV Systems

지 성 철, 이 호 재, 김 도 완*
(Sung Chul Jee¹, Ho Jae Lee¹, and Do Wan Kim²)

¹Inha University

²Hanbat National University

Abstract: In this paper, we discuss an observer-based fault tolerant controller design for the unmanned aerial vehicle (UAV) systems with exogenous disturbance. To derive robust controller design conditions, we use H_∞ design technique. The design conditions are derived in terms of linear matrix inequalities. An illustrative example is provided to show the effectiveness of the proposed methodology.

Keywords: fault tolerant control, unmanned aerial vehicles, observer-based controller, linear matrix inequality, H_∞ performance

I. 서론

고장포용 제어는 시스템에 고장이 발생하더라도 제어시스템의 성능을 유지시키기 위한 제어 기법이다. 고장진단 시스템에 의해 고장을 검출하는 과정 중에도 고장의 피해는 확산될 우려가 있기 때문에 고장에 의한 시스템 손상을 막기 위해서는 고장을 포용할 수 있는 제어기의 성능 유지가 중요하다[1]. 하지만 이러한 중요성에도 불구하고 고장포용 제어 기법은 고장진단 기술에 비하여 아직 다양한 연구가 이루어지지 않았다[2-7].

제어기의 고장포용 성능은 특히 다개체 무인항공기(UAV: Unmanned Aerial Vehicles) 시스템과 같은 상호 연결구조를 갖는 시스템에서 더욱 중요하다. 시스템간 상호 연결된 구조로 인하여 개체 일부에서 발생한 고장의 영향이 주변 시스템으로 확산되기 쉽기 때문이다. 고장에 의해 주변 항공기와외의 거리 또는 항공기의 속도 측정에 오차가 생겨 제어시스템이 이에 민감하게 반응한다면 군집에서 이탈하거나 인접한 항공기와 충돌하는 등의 시스템 전역적 피해를 가져올 우려가 있다.

고장은 그 형태에 따라 합형 고장과 곱형 고장으로 나눌 수 있다. 다양한 연구에서 시스템의 동역학 방정식에 더해지는 형태의 합형 고장이 다루어졌으나 실제로 고장은 그 보다 더 복잡한 곱형 형태로 나타나기도 한다. 곱형 고장은 시스템의 성분에 직접적인 변화를 일으키는 파라미터 불확실성과 유사한 형태로 나타나며 제어시스템의 안정성과 신뢰도에 직접적인 영향을 미친다[2,3].

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2012. 2. 26., 수정: 2012. 3. 20., 채택확정: 2012. 3. 27.

지성철, 이호재: 인하대학교 전자공학부

(jeesch@inha.edu/mylchi@inha.ac.kr)

김도완: 한밭대학교 전기공학과 (dowankim@hanbat.ac.kr)

※ 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초 연구사업 지원을 받아 수행된 것임(2011-0005656).

외부에서 유입되는 외란 역시 제어시스템의 성능을 저해하는 요소이다. 본 논문에서는 외란에 대한 강인성을 보장하기 위한 방법으로 H_∞ 제어 기법을 사용한다[4-7].

본 논문은 다개체 무인항공기 시스템을 위한 관측기 기반 고장포용 제어기 설계 문제를 다룬다. 대상 시스템은 이산모델을 가정한다. 고장은 시스템 행렬 파라미터의 변화로 표현되며 외부에서 유입되는 외란을 가정한다. 외란에 강인하고 고장을 포용할 수 있는 제어기를 설계하기 위해 선형행렬부등식의 설계조건을 제시한다.

본 논문은 표준 표기법을 따른다. $A = A^T < 0$ 는 음한정 행렬을 뜻한다. $\|x\|$ 와 $\|x\|_{L_2}$ 는 각각 유클리디안 놈과 L_2 놈을 의미한다. 임의의 대각행렬 $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 에 대하여 $|X| := \text{diag}\{|X_{11}|, \dots, |X_{nn}|\}$ 와 같이 정의한다. 행렬 표기법에서 * 는 대칭행렬의 대각 전치요소를 의미하며 다음의 생략법을 사용한다.

$$\text{He}\{S\} := S + S^T$$

II. 다개체 무인항공기 시스템 모델링

다음은 평면상의 단일 항공기 모델이다[8].

$$\begin{aligned} \dot{X} &= v \cos \psi \\ \dot{Y} &= v \sin \psi \\ \dot{\psi} &= \omega \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 X, Y 는 직각 좌표계를 의미한다. v 는 항공기의 속도, ψ 는 각도, ω 는 각속도이며 제어 입력이다. 상태에 v 를 추가하면 식 (1)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{\psi} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \cos \psi \\ v \sin \psi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ \omega \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서 입력 a 는 가속도를 의미한다. 새로운 제어입력 $u \in \mathbb{R}^2$ 을 다음과 같이 정의하자.

$$u := \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi \\ -v^{-1}\sin\psi & v^{-1}\cos\psi \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} a \\ \omega \end{bmatrix} \quad (3)$$

상태 변수 $z := (X, Y, v\cos\psi, v\sin\psi)$ 를 정의하면 식 (2)와 (3) 으로부터 다음과 같은 선형 모델을 유도할 수 있다.

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u$$

여기서 $z^1 := (X, Y)$ 는 위치, $z^2 := (v\cos\psi, v\sin\psi)$ 는 속도를 의미한다. i 번째 항공기가 $i-1$ 번째 항공기와 일정한 간격을 유지하기 위해 다음 관계를 만족해야한다.

$$\begin{cases} x_i^1 = z_{i-1}^1 - z_i^1 - d_{i-1}, & i \in \{2, \dots, s\} \\ x_i^2 = z_i^2 - v_d, & i \in \{1, \dots, s\} \end{cases}$$

여기서 첨자 $i \in I_s := \{1, \dots, s\}$ 는 s 개의 항공기 중 i 번째 항공기를 의미한다. x_i^1 는 거리 오차, x_i^2 는 속도 오차이다. 상수 d_{i-1} 는 요구되는 거리이며 v_d 는 거리 유지를 위해 필요한 속도이다. 위 식으로부터 상태공간 모델을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{x}_i^2 = u_i \\ \dot{x}_i = \begin{bmatrix} 0 & -I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x_i + \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x_{i-1} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} u_i, & i \in \{2, \dots, s\} \end{cases}$$

만일 $s=3$ 이라면 무인항공 시스템의 전역 동특성은 다음과 같은 확장된 폴로 나타낼 수 있다.

$$\dot{x} = A_c x + B_c u \quad (4)$$

여기서

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & -I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & -I \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_c = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

이때 $x = \text{col}\{x_1^2, x_2, x_3\}$, $u = \text{col}\{u_1, u_2, u_3\}$ 이다. 위 시스템의 k 번째 이산시간 모델은 다음과 같이 계산된다.

$$x_{k+1} = A_d x_k + B_d u_k \quad (5)$$

여기서

$$A_d = e^{A_c T}$$

$$B_d = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i!} (A_c T)^{i-1} B_c T$$

이때 $T \in \mathbb{R}_{>0}$ 는 샘플링 주기이다[9].

III. 이산시간 시스템

다음은 s 개의 개체로 이루어진 다개체 무인항공 시스템의 전역 동역학이다.

$$\begin{cases} x_{k+1} = A(I+F)x_k + B_u u_k + B_w w \\ y_k = C(I+F)x_k \end{cases} \quad (6)$$

여기서 $x_k \in \mathbb{R}^n$ 는 상태, $u_k \in \mathbb{R}^p$ 는 입력, $y_k \in \mathbb{R}^m$ 는 출력, $w_k \in \mathbb{R}^l$ 는 외란이다. $F = \text{diag}\{f_1, \dots, f_n\}$, $f_i \in \mathbb{R}_{(-f_M, f_M)}$ 는 미지의 고장신호이다. 고장이 발생한 경우에만 $F \neq 0$ 이며 $F=0$ 인 경우 시스템은 고장이 발생하지 않음을 의미한다. 모든 상태 x_k 가 측정 가능하지는 않으나 (A, B_u) 가 제어 가능하고 (A, C) 가 관측 가능함을 가정하자. 시스템 (6)의 상태 추정을 위한 관측기는 다음과 같다.

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1}^{\wedge} = A x_k + B_u u_k - L(y_k - C x_k) \\ \hat{y}_k^{\wedge} = C x_k \end{cases} \quad (7)$$

여기서 $\hat{x}_k \in \mathbb{R}^n$ 는 추정된 상태, $\hat{y}_k \in \mathbb{R}^m$ 는 관측기의 출력, $L = \text{blockdiag}\{L_1, \dots, L_s\}$ 는 관측기 이득 행렬이다. 상태추정 오차 $e_k := x_k - \hat{x}_k$ 를 정의하자. 제어입력 $u_k = K \hat{x}_k$, $K = \text{blockdiag}\{K_1, \dots, K_s\}$ 를 사용하면 다음과 같은 확장된 폐루프 시스템을 구성할 수 있다.

$$\eta_{k+1} = G \eta_k + H w_k \quad (8)$$

여기서

$$\eta_k = \begin{bmatrix} x_k \\ e_k \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} A(I+F) + B_u K & -B_u K \\ (A+LC)F & A+LC \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} B_w \\ B_w \end{bmatrix}$$

이다.

정의 1 [7]: 임의의 고장 F , $|F| \circ F_M := \text{diag}\{f_M, \dots, f_M\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 $\gamma \in \mathbb{R}_{>0}$ 이 존재한다면 확장된 시스템 (8)은 고장포용제어 성능과 외란 w 에 대한 출력 y 의 H_∞ 성능을 만족한다.

C1) $w=0$ 에 대하여 (8)는 점근적으로 안정하다.

C2) $\|y\|_{L_2} < \gamma \|w\|_{L_2}$

IV. 주요 결과

본 논문의 주요결과를 유도하기 위해 다음의 보조정리를 도입한다.

보조정리 1 [10]: $|\Sigma| := \text{diag}\{|\sigma_1|, \dots, |\sigma_q|\} \circ U$ 를 만족하는 행렬들 $\Sigma = \text{diag}\{\sigma_1, \dots, \sigma_q\}$, $U = \text{diag}\{u_1, \dots, u_q\}$ 에 대하여 다음 부등식이 성립한다.

$$R_1 \Sigma R_2 + R_2^T \Sigma^T R_1^T \leq \alpha R_1 U R_1^T + \alpha^{-1} R_2^T U R_2$$

여기서 R_1, R_2 은 임의의 상수 행렬이며 $\alpha \in \mathbb{R}_{>0}$ 이다.

정리 1: 주어진 $\alpha, \gamma, \zeta, \delta \in \mathbb{R}_{>0}$, $\delta \in \mathbb{R}_{(0,1)}$, $W = F_M^{-1}$ 에 대하여 다음의 선형행렬부등식을 만족하는 행렬들 $P = P^T = \text{blockdiag}\{P_1, \dots, P_s\} > 0$, $Y = Y^T = \text{blockdiag}\{Y_1, \dots, Y_s\} > 0$,

$P = S^T > 0$, $M = \text{blockdiag}\{M_1, \dots, M_s\}$, $N = \text{blockdiag}\{N_1, \dots, N_s\}$ 이 존재한다면 확장된 시스템 (8)은 점근적으로 안정하며 H_∞ 성능을 만족한다.

$$\begin{bmatrix} -P & * & * & * \\ 0 & -\zeta P & * & * \\ 0 & 0 & -\delta\gamma^2 I & * \\ CP & 0 & 0 & -I \\ AP + B_u M & -B_u M & B_w & 0 \\ P & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C^T \\ P & 0 & 0 & 0 \\ & * & * & * & * \\ & * & * & * & * \\ & * & * & * & * \\ & * & * & * & * \\ -P & * & * & * & * \\ 0 & -S & * & * & * \\ A^T & 0 & -\alpha^{-1}W & * & * \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha W & * \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} -S & * & * & * \\ 0 & -Y & * & * \\ 0 & 0 & -(1-\delta)\gamma^2 I & * \\ 0 & YA + NC & YB_w & -Y \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A^T Y + C^T N^T \\ S & 0 & 0 & 0 \\ & * & * & * & * \\ & * & * & * & * \\ & * & * & * & * \\ & * & * & * & * \\ -\zeta^{-1}P & * & * & * & * \\ 0 & -\alpha^{-1}W & * & * & * \\ 0 & 0 & -\alpha W & * & * \end{bmatrix} < 0 \quad (10)$$

여기서 $M = KP$, $N = YL$ 이다.

증명: 양한정 행렬 $Q = Q^T = \text{blockdiag}\{P^{-1}, Y\} > 0$, $P = \text{blockdiag}\{P_1, \dots, P_s\}$, $Y = \text{blockdiag}\{Y_1, \dots, Y_s\}$ 에 대하여 다음 형태의 리아푸노프(Lyapunov) 함수

$$V_k := \eta_k^T Q \eta_k$$

와 $\Delta V_k := V_{k+1} - V_k$ 를 정의한다. 다음 해밀턴—자코비—벨만(Hamilton—Jacobi—Bellman) 부등식을 고려하자.

$$\|y_k\|^2 - \gamma^2 \|w_k\|^2 + \Delta V_k < 0 \quad (11)$$

위 식을 0에서 임의의 시간 $K \in \mathbb{N}_{>0}$ 까지 더하면 다음 관계를 얻는다.

$$C2) \Leftrightarrow \sum_{k=0}^K \|y_k\|^2 - \gamma^2 \sum_{k=0}^K \|w_k\|^2 < V_0 - V_{K+1} \leq V_0 = 0$$

위 식으로부터 다음의 동치가 성립함을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} C2) & \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \eta_k \\ w_k \end{bmatrix}^T \left[\begin{bmatrix} (I+F)^T C^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right] \left[\begin{bmatrix} C(I+F) & 0 & 0 \end{bmatrix} \right] \\ & - \gamma^2 \begin{bmatrix} 0 & * \\ 0 & I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G^T \\ H^T \end{bmatrix} Q \begin{bmatrix} G & H \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Q & * \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_k \\ w_k \end{bmatrix} < 0 \\ & \Leftrightarrow \begin{bmatrix} -Q & * & * & * \\ 0 & -\gamma^2 I & * & * \\ C(I+F) & 0 & -I & * \\ QG & QH & 0 & -Q \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} -P^{-1} & * & * & * & * & * \\ 0 & -Y & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & * & * & * \\ C(I+F) & 0 & 0 & -I & * & * \\ \begin{pmatrix} P^{-1}A(I+F) \\ +P^{-1}B_u K \end{pmatrix} & -P^{-1}B_u K & P^{-1}B_w & 0 & -P^{-1} & * \\ Y(A+LC)F & Y(A+LC) & YB_w & 0 & 0 & -Y \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} -P^{-1} + S^{-1} & * & * & * & * & * \\ 0 & -\zeta P^{-1} & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\delta\gamma^2 I & * & * & * \\ C(I+F) & 0 & 0 & -I & * & * \\ P^{-1}A(I+F) + P^{-1}B_u K & -P^{-1}B_u K & P^{-1}B_w & 0 & -P^{-1} & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} -S^{-1} & * & * & * & * & * \\ 0 & -Y + \zeta P^{-1} & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -(1-\delta)\gamma^2 I & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * \end{bmatrix} < 0 \end{aligned}$$

위 식은 다음 두 부등식으로부터 만족된다[11].

$$\begin{bmatrix} -P^{-1} + S^{-1} & * & * & * & * \\ 0 & -\zeta P^{-1} & * & * & * \\ 0 & 0 & -\delta\gamma^2 I & * & * \\ C(I+F) & 0 & 0 & -I & * \\ P^{-1}A(I+F) + P^{-1}B_u K & -P^{-1}B_u K & P^{-1}B_w & 0 & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} -S^{-1} & * & * & * \\ 0 & -Y + \zeta P^{-1} & * & * \\ 0 & 0 & -(1-\delta)\gamma^2 I & * \\ Y(A+LC)F & Y(A+LC) & YB_w & -Y \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

$$(12) \Leftrightarrow \begin{bmatrix} P & * & * & * & * \\ 0 & P & * & * & * \\ 0 & 0 & I & * & * \\ 0 & 0 & 0 & I & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \begin{bmatrix} -P^{-1} + S^{-1} & * & * & * & * \\ 0 & -\zeta P^{-1} & * & * & * \\ 0 & 0 & -\delta\gamma^2 I & * & * \\ C(I+F) & 0 & 0 & -I & * \\ P^{-1}A(I+F) + P^{-1}B_u K & -P^{-1}B_u K & P^{-1}B_w & 0 & -P^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ -P & * & * & * \\ 0 & -S & * & * \\ A^T & 0 & -\alpha^{-1}F_M^{-1} & * \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha F_M^{-1} \end{bmatrix} < 0 \\
 & \times \begin{bmatrix} P & * & * & * & * \\ 0 & P & * & * & * \\ 0 & 0 & I & * & * \\ 0 & 0 & 0 & I & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P \end{bmatrix} \\
 & \Leftrightarrow \begin{bmatrix} -P + PS^{-1}P & * & * & * & * \\ 0 & -\zeta P & * & * & * \\ 0 & 0 & -\delta\gamma^2 I & * & * \\ C(I+F)P & 0 & 0 & -I & * \\ A(I+F)P + B_u KP & -B_u KP & B_w & 0 & -P \end{bmatrix} < 0 \\
 & \Leftrightarrow \begin{bmatrix} -P & * & * & * & * \\ 0 & -\zeta P & * & * & * \\ 0 & 0 & -\delta\gamma^2 I & * & * \\ C(I+F)P & 0 & 0 & -I & * \\ A(I+F)P + B_u KP & -B_u KP & B_w & 0 & -P \\ P & 0 & 0 & 0 & -S \end{bmatrix} \\
 & = \begin{bmatrix} -P & * & * & * & * \\ 0 & -\zeta P & * & * & * \\ 0 & 0 & -\delta\gamma^2 I & * & * \\ CP & 0 & 0 & -I & * \\ AP + B_u KP & -B_u KP & B_w & 0 & -P \\ P & 0 & 0 & 0 & -S \end{bmatrix} \\
 & + \text{He} \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ C \\ A \\ 0 \end{bmatrix} F \begin{bmatrix} P & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} < 0 \\
 & \Leftrightarrow \begin{bmatrix} -P & * & * & * & * \\ 0 & -\zeta P & * & * & * \\ 0 & 0 & -\delta\gamma^2 I & * & * \\ CP & 0 & 0 & -I & * \\ AP + B_u KP & -B_u KP & B_w & 0 & -P \\ P & 0 & 0 & 0 & -S \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} 0 & P \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ C & 0 \\ A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha F_M & * \\ 0 & \alpha^{-1} F_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & C^T & A^T & 0 \\ P & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} < 0 \\
 & \Leftrightarrow \begin{bmatrix} -P & * & * & * \\ 0 & -\zeta P & * & * \\ 0 & 0 & -\delta\gamma^2 I & * \\ CP & 0 & 0 & -I \\ AP + B_u KP & -B_u KP & B_w & 0 \\ P & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C^T \\ P & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 & \Leftrightarrow \begin{bmatrix} -S & * & * & * & * \\ 0 & -Y & * & * & * \\ 0 & 0 & -(1-\delta)\gamma^2 I & * & * \\ 0 & Y(A+LC) & YB_w & -Y & * \\ 0 & I & 0 & 0 & -\zeta^{-1}P \end{bmatrix} \\
 & + \text{He} \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ Y(A+LC) \\ 0 \end{bmatrix} F \begin{bmatrix} S & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} < 0 \\
 & \Leftrightarrow \begin{bmatrix} -S & * & * & * & * \\ 0 & -Y & * & * & * \\ 0 & 0 & -(1-\delta)\gamma^2 I & * & * \\ 0 & Y(A+LC) & YB_w & -Y & * \\ 0 & I & 0 & 0 & -\zeta^{-1}P \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} 0 & S \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Y(A+LC) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha F_M & * \\ 0 & \alpha^{-1} F_M \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

여기서 congruence transform, Schur complement, 보조정리 1이 사용되었다. $KP = M$, $F_M^{-1} = W$ 의 변수치환을 사용하면 마지막 동치관계가 성립한다.

(13)

$$\begin{aligned}
 & \Leftrightarrow \begin{bmatrix} S & * & * & * \\ 0 & I & * & * \\ 0 & 0 & I & * \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -S^{-1} & * & * & * \\ 0 & -Y + \zeta P^{-1} & * & * \\ 0 & 0 & -(1-\delta)\gamma^2 I & * \\ Y(A+LC)F & Y(A+LC) & YB_w & -Y \end{bmatrix} \\
 & \times \begin{bmatrix} S & * & * & * \\ 0 & I & * & * \\ 0 & 0 & I & * \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \\
 & = \begin{bmatrix} -S & * & * & * \\ 0 & -Y + \zeta P^{-1} & * & * \\ 0 & 0 & -(1-\delta)\gamma^2 I & * \\ Y(A+LC)FS & Y(A+LC) & YB_w & -Y \end{bmatrix} < 0 \\
 & \Leftrightarrow \begin{bmatrix} -S & * & * & * & * \\ 0 & -Y & * & * & * \\ 0 & 0 & -(1-\delta)\gamma^2 I & * & * \\ Y(A+LC)FS & Y(A+LC) & YB_w & -Y & * \\ 0 & I & 0 & 0 & -\zeta^{-1}P \end{bmatrix} \\
 & = \begin{bmatrix} -S & * & * & * & * \\ 0 & -Y & * & * & * \\ 0 & 0 & -(1-\delta)\gamma^2 I & * & * \\ 0 & Y(A+LC) & YB_w & -Y & * \\ 0 & I & 0 & 0 & -\zeta^{-1}P \end{bmatrix} \\
 & + \text{He} \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ Y(A+LC) \\ 0 \end{bmatrix} F \begin{bmatrix} S & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} < 0 \\
 & \Leftrightarrow \begin{bmatrix} -S & * & * & * & * \\ 0 & -Y & * & * & * \\ 0 & 0 & -(1-\delta)\gamma^2 I & * & * \\ 0 & Y(A+LC) & YB_w & -Y & * \\ 0 & I & 0 & 0 & -\zeta^{-1}P \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} 0 & S \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Y(A+LC) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha F_M & * \\ 0 & \alpha^{-1} F_M \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & (A+LC)^T Y & 0 \\ S & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} < 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{bmatrix} -S & * & * & * & * \\ 0 & -Y & * & * & * \\ 0 & 0 & -(1-\delta)\gamma^2 I & * & * \\ 0 & Y(A+LC) & YB_w & -Y & * \\ 0 & I & 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 & (A+LC)^T Y & * \\ S & 0 & 0 & 0 & * \end{bmatrix} < 0 \\ & \begin{bmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \\ -\zeta^{-1}P & * & * \\ 0 & -\alpha^{-1}F_M^{-1} & * \\ 0 & 0 & -\alpha F_M^{-1} \end{bmatrix} < 0 \end{aligned}$$

$$L_1 = \begin{bmatrix} -1.156 & 0 \\ 0 & -1.156 \end{bmatrix}$$

$$L_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0.055 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0.055 \\ 0 & 0 & -1.215 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1.215 \end{bmatrix}$$

여기서 congruence transform, Schur complement, 보조정리 1이 사용되었다. $YL = N$, $F_M^{-1} = W$ 의 변수치환을 사용하면 마지막 동치관계가 성립한다. □

참고 1: 정리 1의 H_∞ 설계조건은 $w=0$ 에 대하여 $\Delta V_k < 0$ 을 만족한다. 따라서 외란에 대한 강인성과 시스템의 점근적 안정성을 동시에 보장한다.

V. 모의 실험

다음 시스템 파라미터를 갖는 (6) 형태의 다개체 무인항공기 시스템의 이산 모델을 고려하자[8].

$$A = \begin{bmatrix} I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.05I_2 & I_2 & -0.05I_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05I_2 & I_2 & -0.05I_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_2 \end{bmatrix}$$

$$B_u = B_w = \begin{bmatrix} 0.05I_2 & 0 & 0 \\ 0.0013I_2 & -0.0013I_2 & 0 \\ 0 & 0.05I_2 & 0 \\ 0 & 0.0013I_2 & -0.0013I_2 \\ 0 & 0 & 0.05I_2 \end{bmatrix}$$

$$C = I_{12}$$

여기서 $I_N = I \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 이며 연속시간 모델 (4)를 이산화시킨 (5) 형태의 모델이다. 주어진 $\alpha = 0.015$, $\delta = 0.52$, $\zeta = 1.1$, $\gamma = 1.31$, $f_M = 0.0164$ 에 대하여 정리 1로부터 다음의 이득 행렬을 얻는다.

$$K_1 = \begin{bmatrix} -13.772 & 0 \\ 0 & -13.772 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 52.772 & 0 & -14.442 & 0 \\ 0 & 52.772 & 0 & -14.442 \end{bmatrix}$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} 68.058 & 0 & -15.600 & 0 \\ 0 & 68.058 & 0 & -15.600 \end{bmatrix}$$

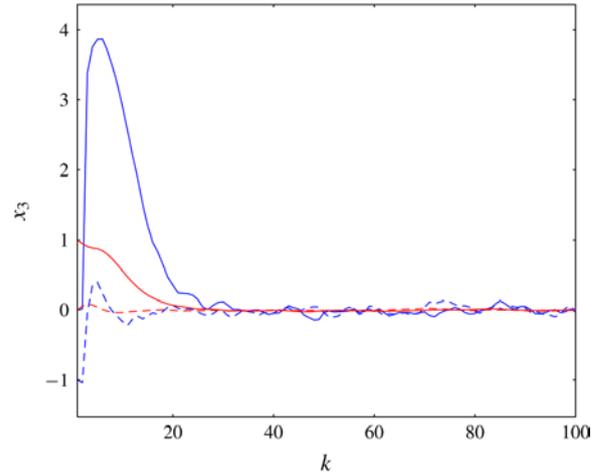
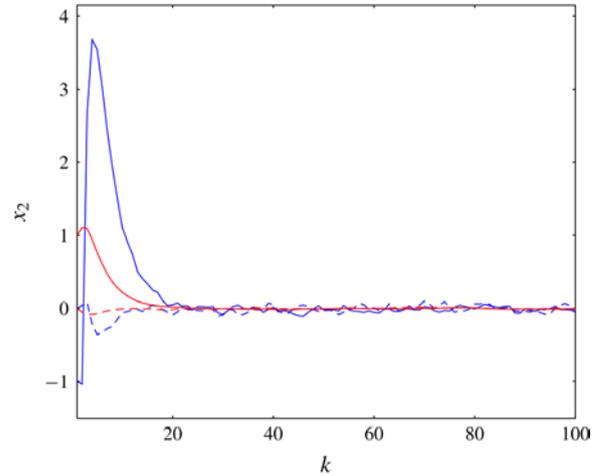
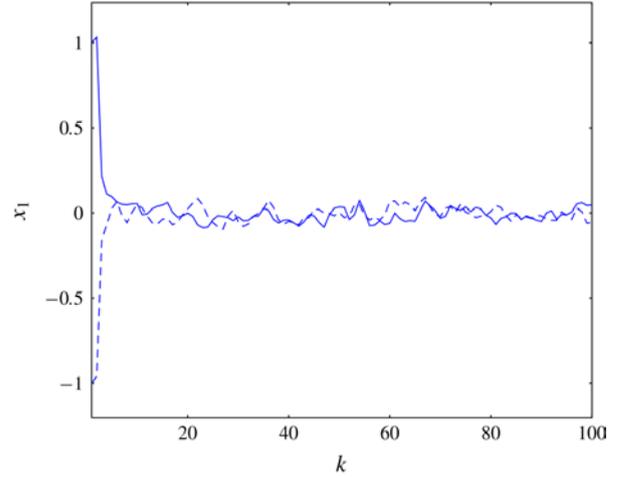


그림 1. 항공기 상태변수 (붉은색: 거리 오차, 파란색: 속도 오차, 실선: x축 성분, 패선: y축 성분).

Fig. 1. States of UAV (red line: distance error, blue line: velocity error, solid line: x-axis, dashed line: y-axis).

$$L_3 = \begin{bmatrix} -1.000 & 0 & 0.050 & 0 \\ 0 & -1.000 & 0 & 0.050 \\ 0 & 0 & -1.000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1.000 \end{bmatrix}$$

여기서 아래 첨자는 각 항공기 번호를 의미한다. 위 이득행렬로부터 (8) 형태의 페루프 시스템을 구성하자. 초기값 $x_1 = (1, -1)$, $x_2 = (1, 0, -1, 0)$, $x_3 = (1, 0, 0, -1)$, $\hat{x}_1 = (0, 0)$, $\hat{x}_2 = \hat{x}_3 = (0, 0, 0, 0)$ 을 선정하여 시간구간 $k \in [0, 100]$ 에서 모의실험을 실시한다. 외란 w 은 크기구간 $(-1, 1)$ 에서 불규칙적으로 발생하고 고장 신호 F 는 시간구간 $[30, 80]$ 에서 다음과 같이 나타나며 나머지 구간에서 0이다.

$$\begin{cases} F_1 = \text{diag}\{0.016, 0.016\} \\ F_2 = \text{diag}\{-0.016, -0.016, -0.016, -0.016\} \\ F_3 = \{0.016, 0.016, 0.016, 0.016\} \end{cases}$$

그림 1은 각 항공기의 상태응답을 보여준다. 불규칙한 외란과 고장신호에도 안정한 제어기의 성능을 보여준다.

VI. 결론

본 논문은 다개체 무인항공기 시스템의 고장포용 제어기 설계 문제를 다루었다. 제어기는 고장포용 안정화 성능과 외란에 대한 H_∞ 성능을 동시에 만족하는 제어기 설계 조건은 선형행렬부등식으로 제시하였다. 모의실험을 통해 설계된 제어기의 강인 제어 성능을 검증하였다.

참고문헌

- [1] X. Cai and F. Wu, "Robust parameter-dependent fault-tolerant control for actuator and sensor faults," *International Journal of Control*, vol. 83, no. 7, pp. 1475-1484, Jun. 2010.
- [2] W. H. Lee, C. G. Park, D. H. Lee, and K. H. Kim, "Improvement of the double fault detection performance of extended parity space approach," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 15, no. 10, pp. 1002-1008, Oct. 2009.
- [3] H. J. Lee and D. W. Kim, "H- fault detection observer design for large scale time-invariant systems," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 15, no. 8, pp. 818-822, Aug. 2009.
- [4] J. Liu, J. L. Wang, and G-H. Yang, "An LMI approach to minimum sensitivity analysis with application to fault detection," *Automatica*, vol. 41, no. 11, pp. 1995-2004, Nov. 2005.
- [5] J. L. Wang, G-H. Yang, and J. iu, "An LMI approach to H-index and mixed H/H_∞ fault detection observer design," *Automatica*, vol. 43, no. 9, pp. 1656-1665, 2007.
- [6] L. Bai, Z. Tian, and S. Shi, "Design of H_∞ robust fault detection filter for linear uncertain time-delay systems," *ISA Transactions*, vol. 45, no. 4, pp. 491-502, 2006.

- [7] J. Guo, X. Huang, and Y. Cui, "Design and analysis of robust fault detection filter using LMI tools," *Computers & Mathematics with Applications*, vol. 57, pp. 1743-1747, 2009.
- [8] D. M. Stipanovic, G. Inalhan, R. Teo, and C. J. Tomlin, "Decentralized overlapping control of a formation of unmanned aerial vehicles," *Automatica*, vol. 40, no. 8, pp. 1285-1296, 2004.
- [9] H. J. Lee, L. S. Shieh, and D. W. Kim, "Digital control of nonlinear systems: optimal linearisation-based digital redesign approach," vol. 2, no. 4, pp. 337-351, Apr. 2008.
- [10] S. Ye, Y. Zhang, X. Wang, and B. Jiang, "Fault-tolerant control for a class of uncertain systems with actuator faults," *Innovative Computing, Information and Control (ICICIC), 2009 Fourth International Conference on*, pp. 1519-1522, Dec. 2009.
- [11] C.-S. Tseng, B.-S. Chen, and Y.-F. Li, "Robust fuzzy observer-based fuzzy control design for nonlinear systems with persistent bounded disturbances: A novel decoupled approach," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 160, no. 19, pp. 2824-2843, Oct. 2009.



지 성 철

2009년 인하대학교 전자공학부(공학사). 2011년 인하대학교대학원 전자공학과(공학석사). 2011년~현재 동 대학원 전자공학과 박사과정 재학중. 관심분야는 고장 진단 시스템, 퍼지 시스템, 디지털 제어 시스템.



이 호 재

1998년 연세대학교 전기공학과(공학사). 2000년 연세대학교대학원 전기컴퓨터공학과(공학석사). 2004년 동 대학원 전기전자 공학과(공학박사). 2005년 University of Houston, Houston, TX, USA 방문조교수. 현재 인하대학교 전자전기공학부 부교수. 관심분야는 비선형 샘플치 제어, 편대비행 제어, 디지털 재설계.



김 도 완

2002년 연세대학교 전기공학과(공학사). 2004년 연세대학교대학원 전기전자공학과(공학석사). 2007년 동 대학원 전기전자공학과(공학박사). 2008년 연세대학교 산업기술연구소 연구원 및 University of California at Berkeley, CA, USA 박사 후 과정. 2009년 연세대학교 전기전자공학과 BK 연구교수. 현재 국립한밭대학교 전기공학과 조교수. 관심분야는 비선형 샘플치 제어, 지능제어, 디지털 재설계.