

상수 모듈러스 오차의 정보 포텐셜에 기본을 둔 결정궤환 알고리즘

김남용^{1*}

¹강원대학교 전자정보통신공학부

Decision Feedback Algorithms based on Information Potential of Constant Modulus Errors

Namyong Kim^{1*}

¹School of Electronics, Information & Communication Eng. Kangwon National University.

요약 이 논문에서는 상수 모듈러스 오차의 정보 포텐셜에 대해 소개하고 채널왜곡에 의해 나타나는 큰 출력차이에 대해 상수 모듈러스 오차의 정보 포텐셜은 비교적 안정된 변화율을 나타낸다는 특성이 결정궤환 구조의 오차 전파를 막을 수 있다는 점에 근거하여, 상수 모듈러스 오차의 정보 포텐셜의 견지에서 표현된 비용함수를 바탕으로 비선형 결정궤환 구조의 이퀄라이저 알고리즘을 제안하였다. 두 가지 채널 환경에 대한 시뮬레이션 결과로부터 스펙트럼 널이 없는 채널모델에서는 기존의 선형방식보다 3 dB 정도 향상된 정상상태 MSE 를 나타냈으며, 스펙트럼 널이 존재하는 열악한 채널 모델에 대해서는 오히려 약 9 dB 이상의 성능향상을 나타냈다.

Abstract In this paper, a blind decision feedback algorithm is proposed based on the ideas that the derivative of information potential for constant modulus errors stays relatively undisturbed even when large output differences are induced by severe channel distortions and this property can prevent the error propagation that is one of the main problems in decision feedback structures. From the simulation results of the steady state MSE, the proposed blind equalizer algorithm with decision feedback has yielded about 3 dB performance enhancement in the channel model without spectrum nulls and above 9 dB in severe channel characteristics with spectrum nulls.

Key Words : Decision feedback, Information potential, Constant modulus errors, Blind equalization.

1. 서론

블라인드 이퀄라이저는 훈련 심볼열이 필요 없다는 장점 때문에 각종 유무선 통신망에서 채널 왜곡에서 발생하는 심볼간 간섭을 제거하는데 널리 쓰이고 있다[1,2]. 그러나 대부분의 블라인드 이퀄라이저는 수렴속도가 매우 늦거나 정상상태 오차가 커서 추가적인 시스템 도입이나 많은 개선을 필요로 하고 있다. 일반적인 블라인드 이퀄라이저 알고리즘들은 오차에 대한 자승 평균 (mean squared error, MSE)를 성능기준으로 하고 있으며 그 중에 잘 알려진 상수 모듈러스 알고리즘 (constant modulus algorithm, CMA)은 순시 출력신호 전력과 상수 모듈러스

(constant modulus) 값과의 차이를 오차 (constant modulus error, CME)로 하여 이 오차를 최소화하도록 설계되어있다[3].

한편, 오차에 대한 자승 평균을 성능기준으로 하는 대신, 정보 포텐셜 또는 엔트로피를 성능기준으로 하는 정보이론적 학습 방법이 소개되었다[4,5]. 이 학습 방법에서 확률밀도함수는 가우시안 커널 밀도 추정법 [6]에 의해 데이터 샘플들에서 직접 구해진다. 상수 모듈러스 오차에 대해 확률밀도함수 $f_{CME}(e_{CME})$ 를 가우시안 커널 밀도 추정

법으로 구하면
$$f_{CME}(e_{CME}) = \frac{1}{N} \sum_{i=k-N+1}^k G_{\sigma}(e_{CME} - e_{CME,i})$$

로 표현되는데 최근 새로운 블라인드 이퀄라이저 알고리

*Corresponding Author : Namyong Kim

Tel: +82-11-1788-5872 email: namyong@kangwon.ac.kr

접수일 12년 02월 08일 수정일 12년 04월 30일

계재확정일 12년 05월 10일

다음으로서, 이 상수 모듈러스 오차의 확률밀도함수 $f_{CME}(e_{CME})$ 를 커널 밀도 추정법으로 생성하고 이 확률 밀도함수와 델타함수의 차이를 성능기준으로 세워 이 차이를 최소화하는 방식이 제안되었다[7].

상수 모듈러스 오차의 확률밀도함수가 델타 함수에 가까워질 경우, 상수 모듈러스 오차 값들이 0에 밀집하는 점을 이용한 이 방식은 MSE 기준에 기초한 기존의 CMA와 비교하여 수렴성능 및 정상상태 오차에서 월등히 우수한 성능을 보였다[7]. 그러나 논문 [7]의 선형 알고리즘은 스펙트럼 널이 존재하는 열악한 채널 환경에 대한 성능 분석이 없었다.

이 논문에서는 상수 모듈러스 오차의 정보 포텐셜에 대해 소개하고 채널왜곡에 의해 나타나는 큰 출력차이에 대해 가우시안 커널의 영향으로 상수 모듈러스 오차의 정보 포텐셜은 안정된 값으로 나타난다는 점, 그리고 이 장점이 결정계환 구조의 오차 전파를 막을 수 있다는 점에 착안하여 논문 [7]의 비용함수를 상수 모듈러스 오차의 정보 포텐셜의 견지에서 표현하고 이 비용함수를 바탕으로 비선형 결정계환 구조의 이퀄라이저 알고리즘을 제안하고자 한다.

2. 상수 모듈러스 오차의 정보 포텐셜

통계학에서 비-파라미터 방식으로서 샘플들에서 직접 확률밀도함수를 추정하는 방법이 있는데 이것은 파전 윈도우 방법 또는 커널 밀도 추정법으로 알려져 있다[6]. 유한 개 샘플들의 하나 하나에 샘플 값을 세기로 하는 각각의 커널을 할당하고 평균을 취하여 확률밀도함수를 구축한다. 특히 다음과 같이 가우시안 커널을 이용하는 경우가 정보이론적 학습법에 쓰이고 있다. N 개의 랜덤 샘플 $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ 이 주어질 때, 그 확률밀도함수는

$$f_X(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N G_\sigma(x - x_i) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x - x_i)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (1)$$

여기서 σ 는 가우시안 커널의 표준편차 또는 커널 크기이다.

어느 주어진 데이터 샘플 x_i 와 x_j 의 값을 물리적 위치로 보고, x 축 상의 해당 위치에 물리적 입자를 놓았을

때, $G_{\sigma\sqrt{2}}(x_j - x_i)$ 는 양(+)의 값을 만들며, 두 입자 사이의 거리에 지수적으로 감소하는 량을 생산한다. 이러한 관찰을 통해, 가우시안 커널이 마치 두 입자 사이의 상호 힘 작용(interaction)을 일으키는 포텐셜 장(potential field)를 만들고 있는 것으로 해석할 수 있다. 정보를 지닌 데이터 샘플 하나 하나를 물리적 입자로 보고 해석한 이 개념이 정보이론적 학습법의 기초가 되고 있다[4]. 이런 시

각에서 볼 때, $\sum_{j=1}^N G_{\sigma\sqrt{2}}(x_j - x_i)$ 는 i 번째 입자에 가해지는 상호 힘 작용의 합에 해당되고 $\frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N G_{\sigma\sqrt{2}}(x_j - x_i)$

는 샘플들을 두 개씩 짝 지을 때, 모든 짝에 가해지는 상호 힘 작용을 모은 것이 된다. 이 전체 포텐셜 에너지를 정보 포텐셜(information potential)이라고 부른다[4]. 따라서 한 집단의 샘플 $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ 에 대한 정보 포텐셜 $V(x)$ 를 다시 쓰면

$$V(x) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N G_{\sigma\sqrt{2}}(x_j - x_i) \quad (2)$$

한편, 상수 모듈러스 오차 (constant modulus error, CME)는 심볼 시간 k 의 출력 y_k 에 대한 순시전력과 송신 심볼 d_k 에 대한 상수 모듈러스 상수 $R_2 = E[|d_k|^4] / E[|d_k|^2]^2$ 와 차이로 다음과 같이 정의된다.

$$e_{CME,k} = |y_k|^2 - R_2 \quad (3)$$

N 개의 상수 모듈러스 오차 샘플 $\{e_{CME,k}, e_{CME,k-1}, e_{CME,k-2}, \dots, e_{CME,k-N+1}\}$ 이 주어질 때 상수 모듈러스 오차샘플들이 가지는 정보 포텐셜은 식(2)에 의해 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$V(CME) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=k-N+1}^k \sum_{j=k-N+1}^k G_{\sigma\sqrt{2}}(e_{CME,i} - e_{CME,j}) \quad (4)$$

식(3)을 식(4)에 대입하여 출력 샘플 값들로 표현하면

$$V(CME) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=k-N+1}^k \sum_{j=k-N+1}^k G_{\sigma\sqrt{2}}(|y_i|^2 - |y_j|^2) \quad (5)$$

입력 벡터를 $\mathbf{X}_k = [x_k, x_{k-1}, x_{k-2}, \dots, x_{k-N+1}]^T$ 라고 하고 가중치 \mathbf{W} 에 대한 출력이 $y_k = \mathbf{W}^T \mathbf{X}_k$ 라고 할 때, 식(5)의 정보 포텐셜을 가중치에 대한 변화율로 표현하면

$$\frac{\partial V(CME)}{\partial \mathbf{W}} = \frac{1}{\sigma^2 N^2} \sum_{i=k-N+1}^k \sum_{j=k-N+1}^k (|y_i|^2 - |y_j|^2) \cdot G_{\sigma\sqrt{2}}(|y_i|^2 - |y_j|^2) (y_j \mathbf{X}_j^* - y_i \mathbf{X}_i^*) \quad (6)$$

식(6)으로부터 관찰 할 수 있는 것은, 멀리 떨어져있는 두 출력 샘플에 대해서 $|y_i|^2 - |y_j|^2$ 가 큰 값을 가지게 되나 가우시안 커널을 통과한 $G_{\sigma\sqrt{2}}(|y_i|^2 - |y_j|^2)$ 의 영향으로 정보 포텐셜의 변화율 $\frac{\partial V(CME)}{\partial \mathbf{W}}$ 는 큰 변화 없이 안정적인 값을 나타낼 수 있다는 점이다. 지나치게 큰 출력 차이는 강한 잡음이나 채널의 큰 왜곡이 원인으로 지목될 수 있다. 이런 상황에서도 상수 모듈러스 오차에 대한 정보 포텐셜의 변화율이 안정적이라는 점에 착안하여 결정제한 구조가 가지는 오차 전파 (error propagation)의 단점을 어느 정도 극복할 수 있을 것으로 보인다.

이러한 정보 포텐셜의 견지에서 볼 때, 논문 [7]의 비용함수는 $P = V(CME) - 2f_{CME}(0)$ 가 되고 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} P &= V(CME) - 2f_{CME}(0) \\ &= \frac{1}{N^2} \sum_{i=k-N+1}^k \sum_{j=k-N+1}^k G_{\sigma\sqrt{2}}(|y_i|^2 - |y_j|^2) \\ &\quad - \frac{2}{N} \sum_{i=k-N+1}^k G_{\sigma}(-|y_i|^2 - R_2) \end{aligned} \quad (7)$$

3. 결정제한 구조의 상수 모듈러스 알고리즘

결정제한 이퀄라이저는 A 개의 가중치들로 구성된 $\mathbf{W}_k^F = [w_{k,0}^F, w_{k,1}^F, w_{k,2}^F, \dots, w_{k,A-1}^F]^T$ 를 가지는 전방 필터와 Q 개의 가중치들로 구성된 $\mathbf{W}_k^B = [w_{k,0}^B, w_{k,1}^B, w_{k,2}^B, \dots, w_{k,Q-1}^B]^T$

를 가지는 후방 필터로 구성된다. 전방 필터는 입력 벡터 $\mathbf{X}_{k,A} = [x_k, x_{k-1}, x_{k-2}, \dots, x_{k-A+1}]^T$ 를 받아 전방 필터 출력 $[\mathbf{W}_k^F]^T \mathbf{X}_{k,P}^*$ 을 만들고 후방 필터는 이퀄라이저 출력을 판정기에 통과하여 판정된 값 \hat{d}_k 의 과거 값들로 구성된 벡터 $\hat{\mathbf{D}}_{k-1} = [d_{k-1}^{\wedge}, d_{k-2}^{\wedge}, \dots, d_{k-Q-2}^{\wedge}]^T$ 를 입력으로 받아 잔여 심볼간 간섭이 제거된 후방 필터 출력 $[\mathbf{W}_k^B]^T \hat{\mathbf{D}}_{k-1}^*$ 을 만들어 결정제한 이퀄라이저는 전후방 필터 출력들을 합하여 출력 y_k 를 만든다[8]. 여기서 $N \geq A$, $N \geq Q$ 이다. 이 필터 구조를 바탕으로 식 (7)의 비용함수 P 를 최소화하도록 전후방 가중치에 대한 P 의 기울기 $\frac{\partial P}{\partial \mathbf{W}^F}$ 와 $\frac{\partial P}{\partial \mathbf{W}^B}$ 를 구하여 식(10)과 (11)에 의해 가중치 갱신이 이루어진다.

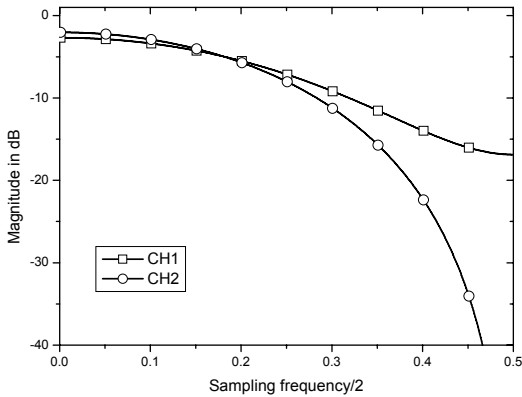
$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial \mathbf{W}^F} &= \frac{\partial V(CME)}{\partial \mathbf{W}^F} - 2 \frac{\partial f_{CME}(0)}{\partial \mathbf{W}^F} \\ &= \frac{1}{\sigma^2 N^2} \sum_{i=k-N+1}^k \sum_{j=k-N+1}^k (|y_i|^2 - |y_j|^2) \\ &\quad \cdot G_{\sigma\sqrt{2}}(|y_i|^2 - |y_j|^2) (y_j \mathbf{X}_{j,A}^* - y_i \mathbf{X}_{i,A}^*) \\ &\quad - \frac{2}{\sigma^2 N} \sum_{i=k-N+1}^k G_{\sigma}(|y_i|^2 - R_2) \\ &\quad \cdot (R_2 - |y_i|^2) \cdot y_i \cdot \mathbf{X}_{i,A}^* \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial \mathbf{W}^B} &= \frac{\partial V(CME)}{\partial \mathbf{W}^B} - 2 \frac{\partial f_{CME}(0)}{\partial \mathbf{W}^B} \\ &= \frac{1}{\sigma^2 N^2} \sum_{i=k-N+1}^k \sum_{j=k-N+1}^k (|y_i|^2 - |y_j|^2) \\ &\quad \cdot G_{\sigma\sqrt{2}}(|y_i|^2 - |y_j|^2) (y_j \hat{\mathbf{D}}_{j-1}^* - y_i \hat{\mathbf{D}}_{i-1}^*) \\ &\quad - \frac{2}{\sigma^2 N} \sum_{i=k-N+1}^k G_{\sigma}(|y_i|^2 - R_2) \\ &\quad \cdot (R_2 - |y_i|^2) \cdot y_i \cdot \hat{\mathbf{D}}_{i-1}^* \end{aligned} \quad (9)$$

$$\mathbf{W}_{k+1}^F = \mathbf{W}_k^F - \mu \frac{\partial P}{\partial \mathbf{W}^F} \quad (10)$$

$$\mathbf{W}_{k+1}^B = \mathbf{W}_k^B - \mu \frac{\partial P}{\partial \mathbf{W}^B} \quad (11)$$

이 논문에서는 편의상, 논문[7]의 선형 블라인드 알고리즘을 MED-CME로, 제안된 결정계환 블라인드 알고리즘을 DF-MED-CME로 한다. 여기서 μ 는 수렴의 안정성 및 속도를 조절하는 스텝 크기이다.



[그림 1] 채널 모델의 진폭 스펙트럼
[Fig. 1] Amplitude spectrum for the channel models.

4. 시뮬레이션 결과 및 성능비교

이 절에서는 두 가지 채널 모델을 바탕으로 선형 MED-CME 알고리즘과 이 연구에서 제안하고 있는 DF-MED-CME 알고리즘의 성능을 MSE 수렴곡선과 수렴 후 시스템 오차의 확률 밀도 분포에 대해 비교 분석하였다.

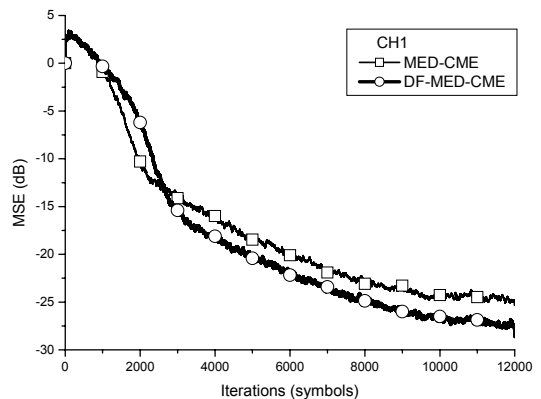
특히 채널 모델 CH2는 그림 1에 나타냈듯이 그 주파수 특성에 있어서 스펙트럼 널 (null)을 가지는 채널 특성을 지니고 있다[9].

$$\text{CH1: } H(z) = 0.304 + 0.903z^{-1} + 0.304z^{-2} \quad (12)$$

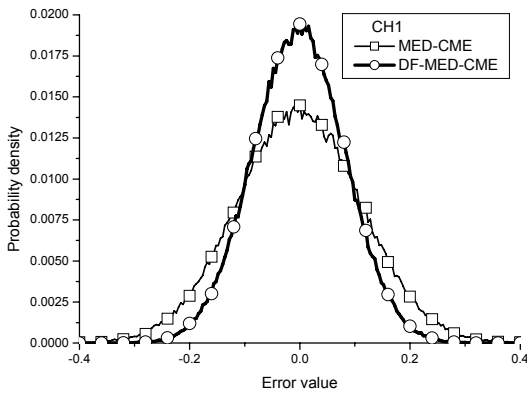
$$\text{CH2: } H(z) = 0.407 + 0.815z^{-1} + 0.407z^{-2} \quad (13)$$

이 채널을 통해 송신 심볼 $\{-3, -1, 1, 3\}$ 이 랜덤하게 송신되며 채널에 인가되는 잡음은 분산이 0.001 인 평균 0 의

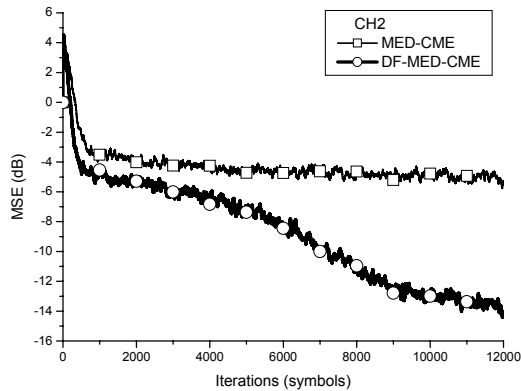
가우시안 잡음(AWGN)이다. 수신된 신호는 선형 이퀄라이저인 경우 11개의 가중치를 두었고 결정계환인 경우 전방 필터 7, 후방 필터 4로 하였다. 커널 밀도 추정법에 필요한 데이터 수 N 과 커널 크기 σ 는 각각 $N = 20$, $\sigma = 6$ 으로 하였다. 두 알고리즘에 같은 값으로 쓰인 수렴 스텝 크기 μ 는 CH1에서 0.02, CH2에서 0.08로 하였다. 이러한 파라미터 값들은, 각 알고리즘이 가장 작은 정상상태 오차를 가지는 경우의 값들로 택하였다. 그림 2에서 정상상태 오차를 비교하면 MED-CME는 -25 dB에 수렴한 반면, DF-MED-CME는 -28 dB까지 수렴하였다. 스펙트럼 널이 없는 채널 모델에서도 결정계환 방식은 3 dB의 성능향상을 보이고 있다. 정상상태 오차 샘플들에 대한 확률밀도를 나타낸 그림 3에서도 두 알고리즘의 성능차이를 확연히 알 수 있다. DF-MED-CME의 오차 값들은 0 값에 보다 가까이 집결해 있는 것을 알 수 있다. 그림 4와 5는 스펙트럼 널을 가진 채널 모델 CH2에 대한 MSE 성능과 오차 분포를 보여주고 있다. 기존 MED-CME는 -5 dB에 정상상태 MSE가 머무르는 반면, DF-MED-CME는 -14 dB까지 내려간 정상상태 MSE를 나타내고 있어 약 9 dB 이상의 성능차이를 나타냈다. 이러한 결과들은 열악한 환경일수록 상수 모듈러스 오차의 정보포텐셜의 변화율이 안정을 유지함으로써 채널의 왜곡에 의해 발생하는 큰 값의 상수 모듈러스 오차 또는 큰 출력차이들에 악영향을 감소시키고 오차 전파를 막을 수 있어 결정계환 구조가 잔여 심볼간 간섭을 더욱 효율적으로 제거한다는 것을 보여준다.



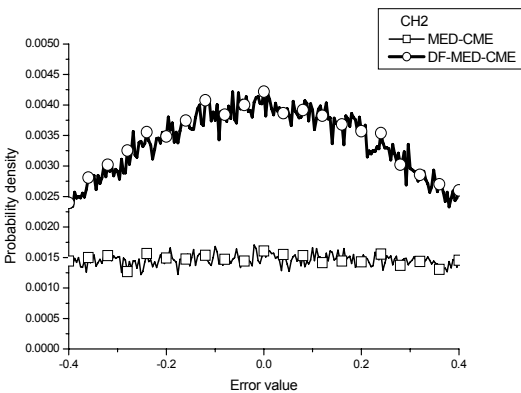
[그림 2] 채널 모델 CH1에서의 수렴 성능
[Fig. 2] MSE convergence for the channel model CH1.



[그림 3] 채널 모델 CH1에서 오차신호의 확률분포
[Fig. 3] Error distribution for the channel model CH1



[그림 4] 채널 모델 CH2에서의 수렴 성능
[Fig. 4] MSE convergence for the channel model CH2.



[그림 5] 채널 모델 CH2에서 오차신호의 확률분포
[Fig. 5] Error distribution for the channel model CH2

5. 결론

이 논문에서는 상수 모듈러스 오차에 대한 정보 포텐셜과 확률밀도함수로 구성된 비용함수에 결정궤환 구조를 적용하였다. 두 가지 채널 환경에서 기존의 방식보다 3 dB 와 9 dB 의 정상상태 MSE 성능향상을 나타냈는데 이 결과는 스펙트럼 널을 가지는 채널의 왜곡특성에 의해 발생하는 큰 값의 상수 모듈러스 오차에 대해 비교적 안정적인 정보 포텐셜의 변화율을 유지함으로써 오차 전파를 막을 수 있게 되고 결정궤환 구조가 잔여 심볼간 간섭을 효율적으로 제거한다는 것을 알 수 있다. 따라서 제안한 비선형 알고리즘은 특히 열악한 채널 환경 속에서 블라인드 통신 시스템에 적합한 방식으로 판단된다.

References

- [1] L. He and S. Kassam, "Convergence analysis of blind equalization algorithms using constellation-matching," *IEEE Trans. Comm.*, vol. 56, no. 11, pp. 1765-1768, Nov. 2008.
- [2] J. Treichler and B. Agee, "A new approach to multipath correction of constant modulus signals," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.* vol. 31, pp. 349-372, Nov. 1983.
- [3] C. Johnson, Jr., "Blind Equalization Using the Constant Modulus Criterion: A Review," *Proc. of the IEEE*, vol. 86, pp. 1927 - 1950, Oct. 1998.
- [4] J. Principe, D. Xu and J. Fisher, *Information Theoretic Learning*, in: S. Haykin, *Unsupervised Adaptive Filtering*, Wiley, New York, vol. I, pp. 265-319, 2000.
- [5] D. Erdogmus, and J. Principe, "An Entropy Minimization algorithm for Supervised Training of Nonlinear Systems," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 50, pp. 1780-1786, July, 2002.
- [6] E. Parzen, "On the estimation of a probability density function and the mode," *Ann. Math.Stat.* vol. 33, p. 1065, 1962.
- [7] N. Kim, "A New Constant Modulus Algorithm based on Minimum Euclidian Distance Criterion for Blind Channel Equalization," *Journal of Korean Society for Internet Information*, vol. 10, pp. 19-26, Dec. 2009.
- [8] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, Prentice Hall, Upper Saddle River, 4th edition, 2001.
- [9] J. Proakis, *Digital Communications*, McGraw-Hill, NY, 1989.

김 남 용(Namyong Kim)

[정회원]



- 1988년 2월 : 연세대학교 대학원 전자공학과 (공학석사)
- 1991년 2월 : 연세대학교 대학원 전자공학과 (공학박사)
- 1992년 3월 ~ 1998년 2월 : 관동대학교 전자통신공학과 부교수
- 1998년 3월 ~ 현재 : 강원대학교 공학대학 전자정보통신공학부 교수

<관심분야>

Adaptive Equalization, RBFN, Odour Sensing Systems