

연구논문

CFD모사를 이용한 저수지 물순환장치 유동 설계

이 요 상

K-water연구원

(2011년 12월 13일 접수, 2012년 2월 6일 승인)

Design of convection current circulation system in reservoir using CFD simulation

Lee, Yosang

K-water Institute, Daejeon 305-730, Korea

(Manuscript received 13 December 2011; accepted 6 February 2012)

Abstract

Convection Current Circulation System(CCCS) in stratified reservoir controls development of anaerobic condition and algal bloom during summer. In order to increase the CCCS effectiveness, we analyze diverse design parameters to make optimize the flow pattern in reservoir. In this study, we interpret the internal flow with installation and operation condition of CCCS based on CFD in reservoir. Design variables of CCCS is reservoir depth, stratification strength, distance of between CCCS and so on. Since reservoir depth and stratification strength in variables is depending on natural phenomenon, we evaluated current circulation effect by distance of CCCS and proposed the optimal design condition using CFD simulation. Flow and diffusion changes in water body was assessed by temperature and dye test. Changes in water floor temperature at 40m intervals was slowly descending over 37 hours. Dye diffusion simulation at 60m intervals, the radius of the spread between two devices were overlapped after 12 hours.

Keywords : convection current circulation system, reservoir, CFD, design

I. 서론

호수에서 인공적인 물순환은 수층에 산소를 공급하고 표층의 조류제어등을 목적으로 미국에서 1960년대 중반부터 사용되기 시작한 것으로 있으며, 국내에서는 90년대부터 설치되기 시작하였다(허 등, 1999; 한국수자원공사, 2002). 일반적으로 호수에서는 계절 변화에 따라 수질이 영향을 받는데, 수심이 깊은 저수지에서는 하절기가 되면 수온약층이 형성되어 표면과 심수층간의 수온성층이 형성된다. 이로 인해 호수 물이 정체되어 있기 때문에 심수층에서는 상층에서 침강되는 식물플랑크톤과 유기물 등에 의해 용존산소의 소비가 증가되는 반면 외부에서의 산소 공급이 거의 없기 때문에 무산소층이 나타나기도 한다. 이런 현상이 나타나면 저수지 퇴적층에서는 다양한 물질의 용출과 함께 내부부하가 증가하게 되고, 영양염을 포함한 유입수등의 외부부하가 더욱 가중되어 호수에서는 식물플랑크톤농도의 증가와 투명도 저하 등의 저수지 부영양화현상이 나타나게 된다. 이런 현상을 제어하는 방안으로 적용된 방법이 인공적인 물순환이며, 효과적으로 운영되면 심수층에 산소가 공급되어 혐기성층이 소멸되며 표층 조류의 서식조건을 변화시킴으로써 녹조현상을 제어할수 있다(Brian *et al.*, 1997; Cooke *et al.*, 1993; Chipofya *et al.*, 2003; Monzur *et al.*, 2000; Rohan *et al.*, 1993).

국내에서 수행한 연구로는 저수지에 설치하는 물순환시스템의 설계와 운영에 관한 국내의 종합적인 자료를 수집하여 향후 체계적인 추진을 주장한 연구가 있으며(서동일 등, 2004), 공기방울을 이용한 저수지의 주요 성층파괴 기작인 버블플룸의 거동특성과 비정상상태의 흐름에 대한 연구를 CFD를 이용하여 수행하고 여러 복잡한 성층강도 및 공기주입량에 따라 변하는 탈성층과정을 정량적으로 밝힌 연구도 있다. 해외에서는 McDougall(1978), Baines(1982), Asaeda(1989), Larson(1995) 등이 작은 실험조에서 소금물로 밀도성층을 만들어 염료, 카메라 및 밀도측정기 등을 이용하여 주입 공기량에 따른 유체의 거동을 관찰한 연구 내용 등도 있다(염

경택 등, 2004). 본 연구에서는 국내다목적댐에 최초로 설치된 대류식 물순환장치를 장기간 조사하여 유동영향범위 및 수질영향 등을 평가하였다. 이를 바탕으로 CFD모사를 통해 실제현상을 정확히 재현할 수 있는 조건을 설정하였으며, 다양한 운영조건에서 모의를 실시하여 실제 운영시 효율성을 최대한 높일 수 있는 설계방안을 제공하고자 한다.

II. CFD 해석

1. 해석 대상 수체

대류식 물순환장치는 용담댐에 설치되어 있으며 전주권으로 용수를 공급하는 도수터널 취수탑 지점에서 운영되고 있다. 본 장치는 저수지 수심방향으로 설치된 양수통을 이용하여 호수수를 상부로 밀어올려 수체가 순환하도록 하는 시스템이다. 따라서 연속적으로 하층의 수체가 상승하면서 대기과 접촉하고 주변의 용존산소 농도가 높은 물과 혼합되면서 산소를 공급 받는다. 양수량은 관의 직경과 임펠러의 구조 및 임펠러의 회전속도 등에 따라 다르기 때문에 시설물의 구조에 따라 그 양을 계산할 수 있다. 다만 상승하면서 확산되는 유체가 주변의 물을 끌어 들여 순환하기 때문에 실제의 양수량은 더 많은 것으로 평가된다(Connie *et al.*, 2003).

물순환장치는 저수지 수심 30~40m 지역에 10기가 설치되어 있으며, 1기당 순환수량은 10,656 m³/day이다. 본 장치는 하절기 수질문제 발생을 대비하기 위해 일반적으로 5~6월경 부터 가동을 시작하여 10월달 까지 운영한다.

2. 지배방정식

물순환장치는 저수지 수문상황과 자연 변화에 따라 운영효율이 상이하다. 따라서 연구자가 다양한 조건을 현장에서 측정하기는 매우 어려우며 이런 문제를 대체하는 방안으로 전산유체유동(CFD)을 적용한 모사를 실시함으로써 평가할 수 있게 된다(Julian *et al.*, 1998; John *et al.*, 1995). 본 연구에서는 대류식 물순환장치가 수체유동에 어떠한 영

향을 미치는가를 평가하고자 CFD를 적용하였다. CFD는 ANSYS사에서 개발한 소프트웨어인 CFX를 적용하였으며, 다양한 분야에서 널리 사용되는 범용유동전문해석 프로그램이다.

운동량방정식(Momentum Transport Equation)은 식 (1)과 같으며, 유동을 지배하는 방정식으로 우변의 첫 번째 항은 unsteady항, 두 번째 항은 대류항, 좌변의 첫 번째 항은 압력구배항, 두 번째 항은 점성에 의한 운동량 확산항, 세 번째 항은 운동량에 대한 소스항이다. 복잡한 편미분 방정식의 형태를 갖고 있으며, 물리적으로 의미하는 바는 미소체적에 작용하는 힘의 균형상태를 묘사한 것이다.

각 축방향으로 3개의 운동량방정식과 연속방정식에 수치해석 기법을 적용하여 각각의 해석격자에 대하여 얻어진 차분식을 풀면 유동장에 대한 정보, 즉, 속도성분(u, v, w)과 압력값(p)을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U \otimes U) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + S_M \quad (1)$$

운동량 방정식의 소스항 S_M 은 유체의 체적에 작용하는 외력을 표현하는 것으로 실제 모사하려는 유동장이 이러한 모멘텀 소스를 가지고 있는 경우에 이 항을 통해 반영할 수 있다. 예를 들어, 중력으로 인한 부력이 작용하는 경우, 전자기장에 대하여 영향을 받는 유체에 전자기장을 걸어준 경우가 이에 해당한다. 부력이 작용하는 경우 다음의 식 (2)와 같이 소스항이 고려된다.

$$S_{M, buoy} = (\rho - \rho_{ref})g \quad (2)$$

복사모델의 목적은 복사에 대한 지배방정식(RTE, Radiation Transport Equation)을 풀어, 에너지 방정식을 풀기 위한 복사 소스항의 값을 구하고, 벽에서 복사에 의한 열유속을 구하는 것이다. Spectral RTE는 다음과 같이 쓰여진다.

$$\frac{dl_v(r, s)}{ds} = -(K_{av} + K_{sv})l_v(r, s) + K_{av}I_b(v, T) + \frac{K_{sv}}{4\pi} \int_{4\pi} dl_v(r, s')\Phi(s \cdot s')d\Omega' + S \quad (3)$$

RTE는 적분과 미분항이 함께 포함되어 있으며, 이 방정식을 풀기 위해서는 I_v 에 대한 경계조건이 필요하며, 경계의 특성에 따라 ANSYS CFX에서

지원되는 경계조건은 다음식 (4), (5)와 같다.

- Diffusely emitting and reflecting opaque boundaries

$$I_v(r_w, s) = \epsilon_v(r_w)I_b(v, T) + \frac{\rho_w(r_w)}{\pi} \int_{n \cdot s' < 0} I_v(r_w, s')n \cdot s' d\Omega' \quad (4)$$

- Diffusely emitting and specularly reflecting boundaries

$$I_v(r_w, s) = \epsilon_v(r_w)I_b(v, T) + \frac{\rho_w^d(r_w)}{\pi} \int_{n \cdot s' < 0} I_v(r_w, s')n \cdot s' d\Omega' + \rho_w^s(r_w)I_v(r_w, s_s) \quad (5)$$

복사에 대한 지배방정식은 공간에 대한 좌표 3개, 공간 내 local direction 좌표 2개, frequency에 대한 함수이다. 이 지배방정식의 해석적인 해를 얻는 데는 많은 시간이 필요하므로, 복사현상의 방향성과 frequency에 대한 의존성을 근사해서 해를 얻는다.

3. 수체유동장 해석

CFD를 이용한 수체거동을 모사하기 위해 Domain을 설정 하였다. 본 해석에서 다루는 형상은 실제 순환장치가 설치된 저수지를 단순하게 형상화해 처음에는 깊이 40m, 직경 50m인 원형 Domain으로 구성하였으며, 45° 각도의 형상만을 이용하여 모사를 수행한후 전체면으로 확대하였다. 사용된 격자수는 약 34.6만 개의 element가 사용되었으며 수면부는 순환장치의 분출부에서 멀어질수록 속도가 느려지는 경향을 반영하여 격자를 생성하였다. 순환장치는 직경 790mm의 원형관이 수심 35m지점까지 도달하고, 수면부에 임펠러가 위치되어 있는 형태로 되어 있으며 수심 아래 부분의 저온층 물이 관입되어 상층으로 이동하여 수면부로 분출된다.

해석에서 매우 중요한 조건으로 온도성층 조건을 유지하기 위해 CFD에서 제공하는 복사모델 중 Discrete Transfer 복사모델을 적용하였고, 수치모사를 통해 시간에 따른 수체의 거동을 보기 위해 Simulation Type은 Transient 옵션을 선택하였으며 Time Steps은 수치 모사의 수렴성에 영향을 미치지 않는 범위 내에서 가장 큰 Timescale을 반영하는 Adaptive Time Steps 옵션을 선택하였다.

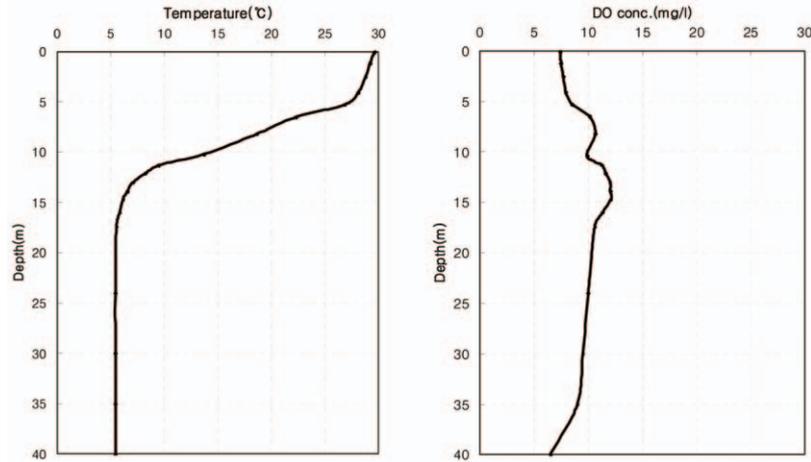


그림 1. 수심별 초기 수온 및 용존산소 분포

수체거동모사를 위하여 해석 Domain을 둘러싸고 있는 모든 surface들에 대한 경계조건을 설정하였다. 분출부의 유속은 순환장치의 일일양수량 $10,656 \text{ m}^3/\text{day}$ 을 설정하였고, surface에서 유체 유속은 no-slip조건을 적용하였다. 열전달 조건으로 Domain의 바닥면은 수심별 온도분포 값에서 저층의 온도를 일정하게 유지하는 것으로 설정하였고, Domain의 바깥쪽 면은 수심별 온도분포를 일정하게 유지하는 것으로 설정하였다. 초기 온도와 DO분포는 수심에 따라 그림 1에 나타난 그래프와 같으며, 이 값은 현장에서 측정된 값이다. 복사조건으로는 수표면에서의 열전달이 실제 대기온도와 기상조건에 따라 이루어 지게 되나, 실제 조건을 단순화하여 대기 온도를 낮에는 30°C , 밤에는 25°C 로 일정하게 유지하는 것으로 설정하였으며 수면에서의 열전달 계수를 낮에는 $8000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$, 밤에는 $5000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ 로 설정하고 모사하였다.

III. 결과 및 고찰

1. 시뮬레이션 모델의 검증

CFD 시뮬레이션 모델의 검증을 위한 데이터를 얻기 위해 물순환장치가 운영되는 현장에서 조사를 실시하였다. 용담댐의 대류식 물순환장치는 성층이 형

성된 6월 11일부터 가동을 시작되었으며, 조사방법은 장치로부터 일정거리 떨어진 지점(1m, 3m, 5m, 7m, 10m, 15m, 20m)에서 수질변화와 유속을 측정하였고 수심방향으로는 수표면 부터 저수지 바닥까지 조사하였다. 조사항목은 유속과 수질이며, 유속은 표면유속을 측정하였고 수질은 수온, DO 등을 10월 초까지 연속하여 시간에 따른 변화를 측정하였다.

저수지에서의 유동장 변화를 모사한 결과는 그림 2와 같다. 각 그림들은 경과 시간별 속도장과 온도장을 보여주고 있는데, 그림에서 알 수 있듯이 분출구를 통해 수면으로 공급된 저온의 물이 밀도차에 의해 수심아래로 가라앉는 것을 확인할 수가 있다. 하지만, 가라앉는 동시에 상층부의 따뜻한 물과 섞여 온도와 밀도가 변하게 되고, 이로 인해 저층으로 유동이 계속되지 못하고 수평방향으로 유동의 변화가 일어나는 것으로 나타났다. 이는 실측한 것과 동일한 결과를 나타내므로 모사결과는 신뢰할수 있는 것으로 평가되었다.

그림 3은 형상 한가운데 위치한 장치로부터 분출된 유체의 방사상 속도분포를 나타낸 것이다. 수체유동 모사 결과 3m 지점에서는 0.25 m/sec 를 나타냈고, 5m 지점에서는 0.2 m/sec 의 유속을 나타냈다. 현장실측 결과는 3m지점에서 $0.05 \sim 0.17 \text{ m/sec}$ 를 나타냈고 5m 지점에서는 $0 \sim 0.12 \text{ m/sec}$ 의 범위를

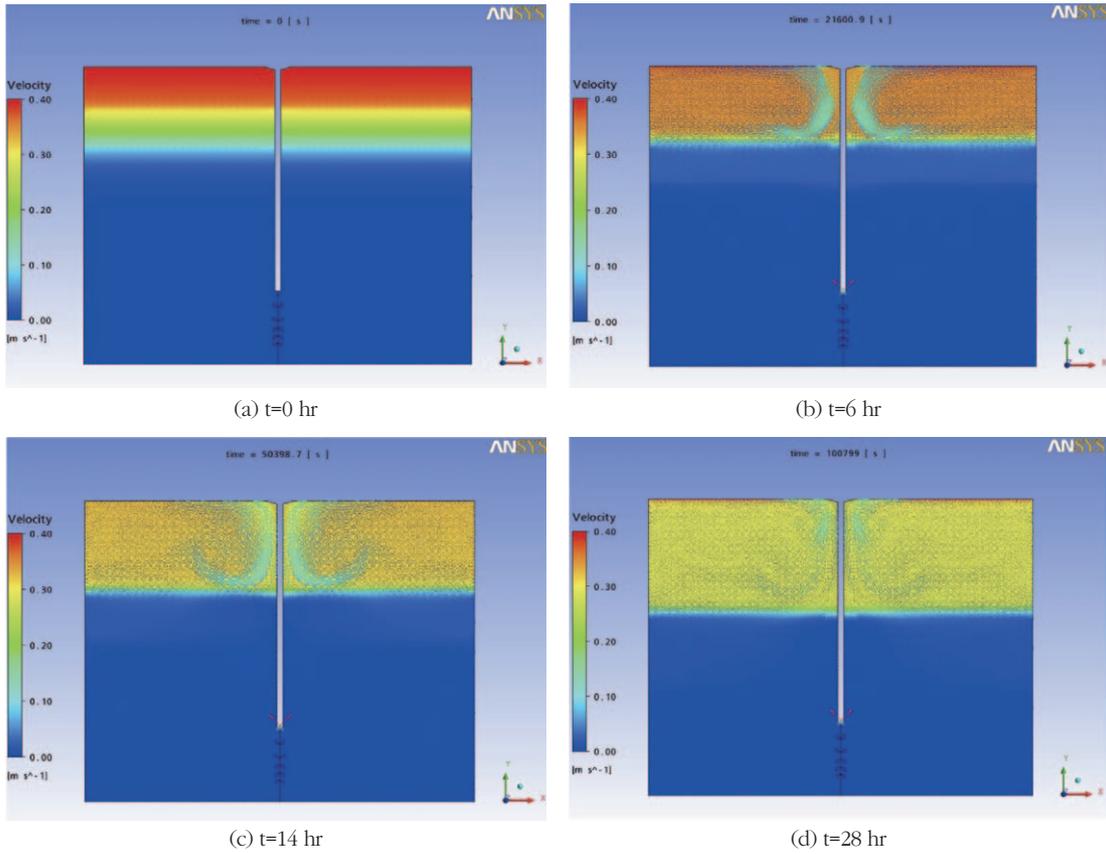


그림 2. 유속 및 온도 분포도

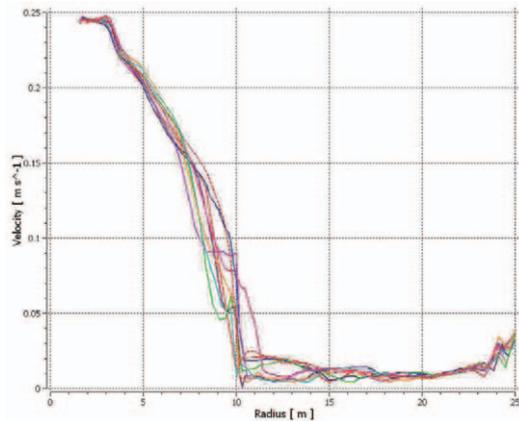


그림 3. 수표면의 유속변화

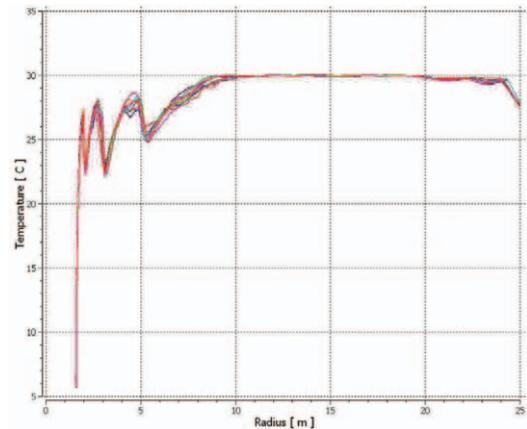


그림 4. 수표면의 온도변화

나타내 유속은 모사 결과가 조금 크게 산정되는 것으로 나타났다. 그러나 현장조사 자료는 바람등과 같은 자연요인에 의해 많은 영향을 받기 때문에 보다 많은 자료를 확보하여 비교해 보아야 할것으로

판단되었다. 반면 영향범위는 반경방향으로 10m 지점까지는 분출되는 유동의 직접영향을 받고, 그보다 먼 지점에는 유속이 거의 없는 간접영향권임을 나타내고 있어 이는 모사결과와 실측치간에 일

치하는 것으로 나타났다.

그림 4는 반경방향의 수면 온도분포를 보여주고 있다. 장치로부터 분출된 저온의 물이 반지름 약 10m 지점까지는 수온변화에 영향을 미치는 직접영향권인 것을 알 수 있다. 이상과 같이 모사결과와는 현장에서 실측한 것과 유사한 결과를 나타내므로 결과의 신뢰성이 높은 것으로 판단되었다.

2. 설계변수별 수체유동 해석

저수지에서 물순환장치의 설계변수는 수심, 성층강도, 물순환시스템의 설치 간격등이 된다. 그러나 설계 변수중 수심과 성층강도는 자연현상에 따라 수시로 변하는 항목이므로 본 연구에서는 물순환시

스템의 설치 간격에 따른 물순환효과를 평가하여 가장 효율적인 설계조건을 제시하고자 한다.

장치간 간섭현상을 모사하기 위해 직경 80m인 수체에 2대의 물순환장치를 가동시키면서 모사를 실시하였다. 장치간 거리는 40m였으며 약 37시간 경과시 수온성층은 서서히 하강하는 것으로 나타났다(그림 5). 이러한 결과로 판단할때 40m 간격으로 대류식 순환장치를 설치하여 운영하면 성층이 서서히 하강하는 것으로 평가되었다. 반면 간접영향권을 나타내는 Dye테스트 결과에 의하면 심층에서 상승한 수체는 수온성층 위에서 수평방향으로 계속 퍼져 나가면서 옆장치에서 상승된 수체와 혼합이 활발히 이루어 지는 현상을 나타내었으며(그림 6),

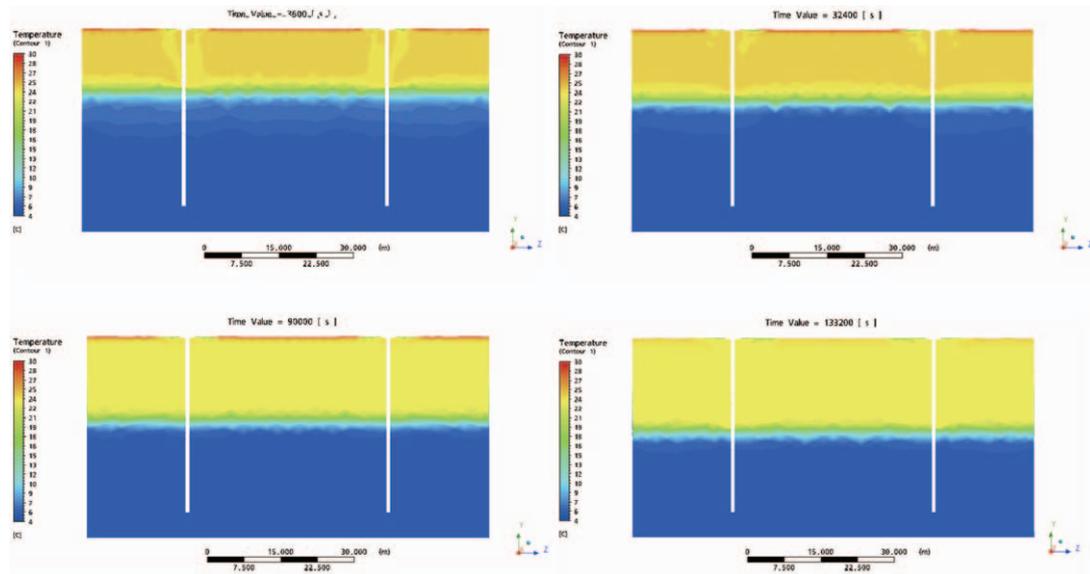


그림 5. 40m 간격 장치에서 수온성층 변화

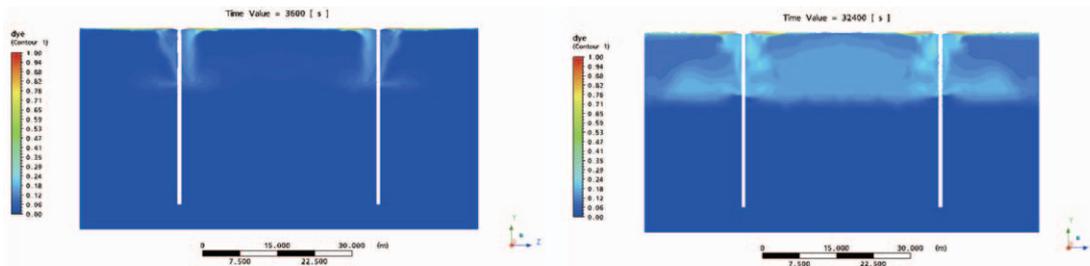


그림 6. 40m 간격 장치에서 Dye 확산변화

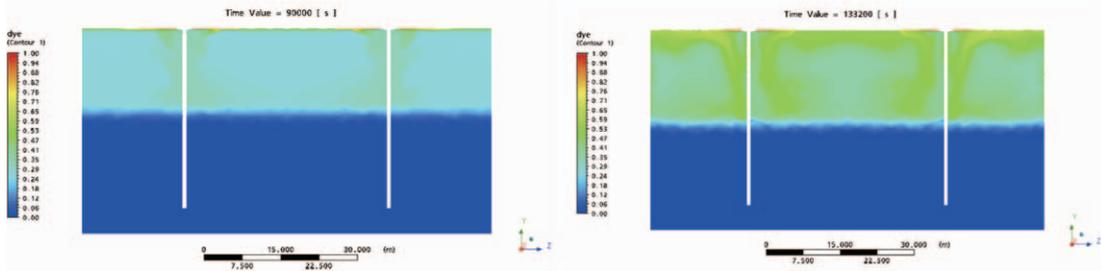


그림 6. 계속

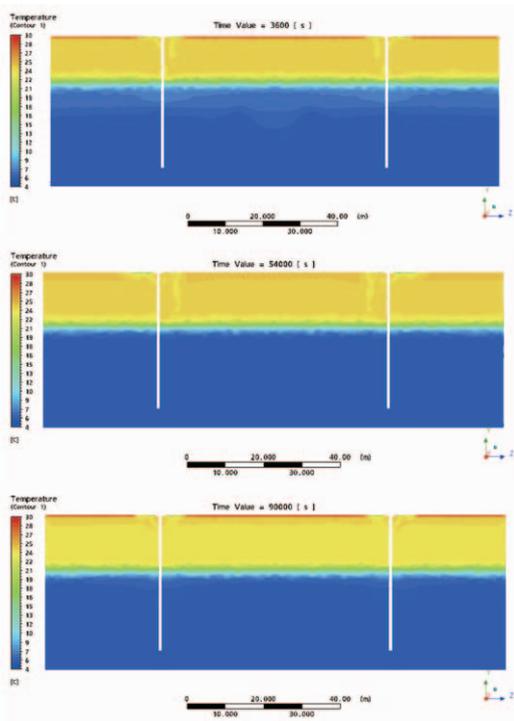


그림 7. 60m 간격 장치에서 수온성층 변화

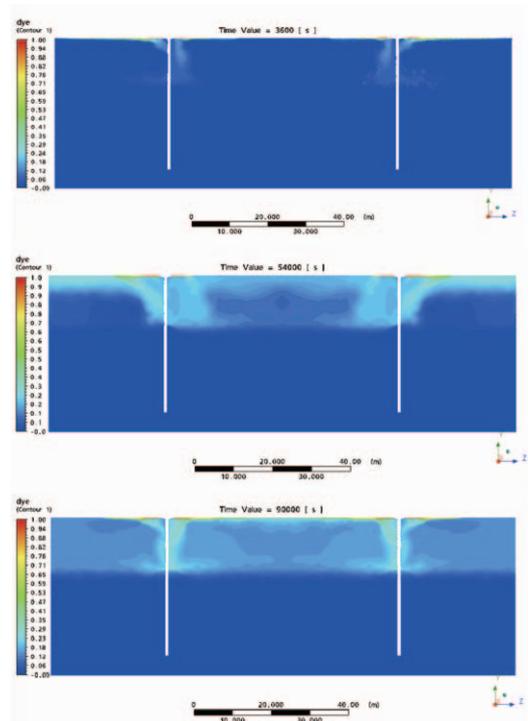


그림 8. 60m 간격 장치에서 Dye 확산변화

Dye의 하층확산은 수온에서 나타난 것보다 좀더 뚜렷이 나타났다.

장치간 간섭현상을 모사하기 위해 직경 120m인 수체에 2대의 물순환장치를 가동시키면서 유동모사를 실시하였다. 장치간 거리는 60m였으며 약 25시간 경과후에도 수온성층은 거의 변화가 없는 것으로 나타났다(그림 7). 수온성층은 하강하기 위한 사전 조건인 혼합현상이 활발히 이루어지는 것으로 나타났다으며, 보다 장시간 운영하면 서서히 성층변화에 영향을 미칠것으로 판단되었다. 그러나 Dye의

확산은 약 6시간 후 부터는 뚜렷이 나타났으며, 약 12시간 후에는 상층의 염료 농도가 상당히 균일해지는 것으로 나타나 두 장치간에서 서로 뚜렷한 영향을 미치는 것으로 판단되었다(그림 8).

장치간 간섭현상을 모사하기 위해 직경 160m인 수체에 2대의 물순환장치를 가동시키면서 유동모사를 실시하였다. 장치간 거리는 80m였으며 24시간 경과시 수온성층은 거의 변화가 없는 것으로 나타났다(그림 9). 수온성층은 하강하기는 어려운 것으로 판단되었으나 상층에서 혼합현상이 활발히 이

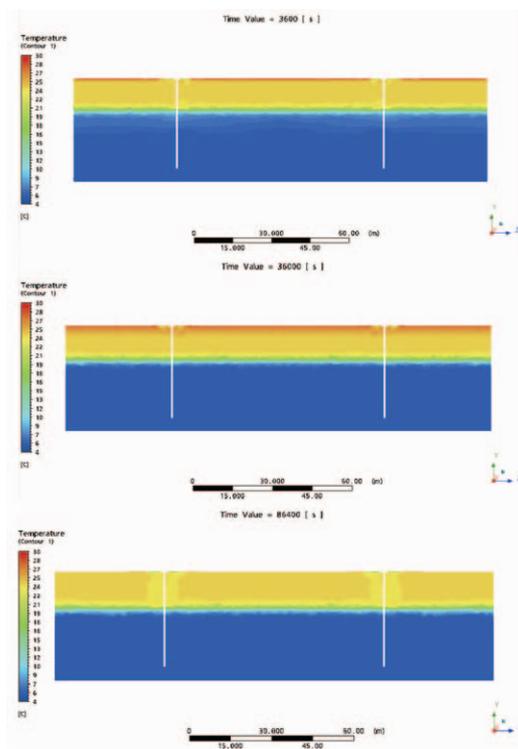


그림 9. 80m 간격 장치에서 수온성층 변화

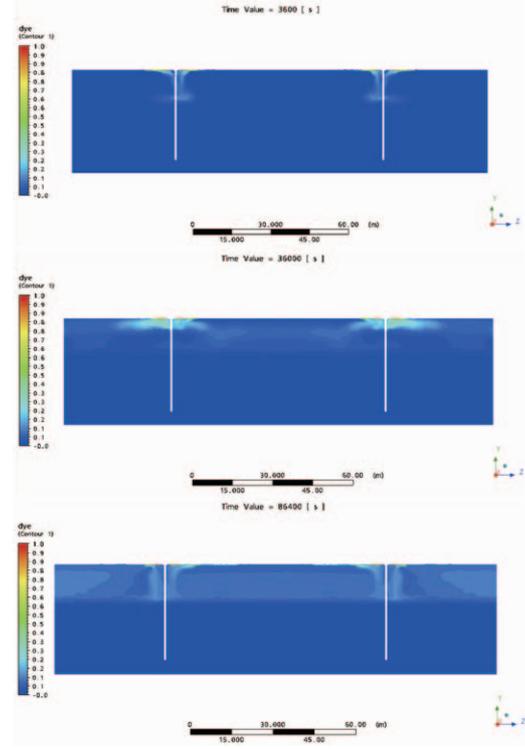


그림 10. 80m 간격 장치에서 Dye 확산변화

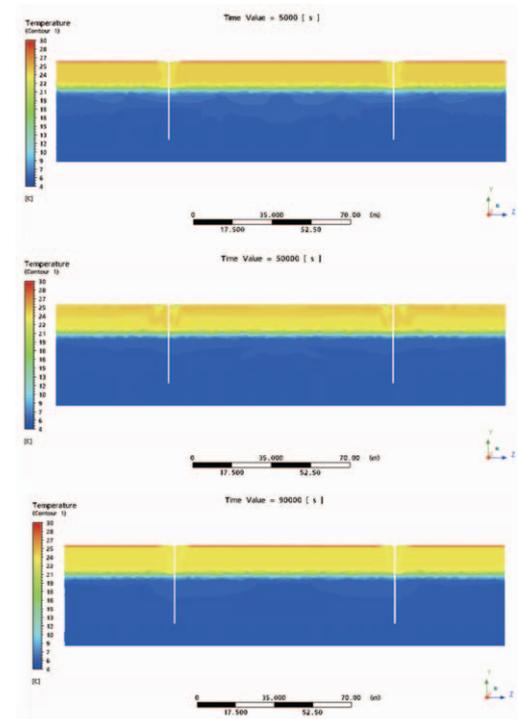


그림 11. 100m 간격 장치에서 수온성층 변화

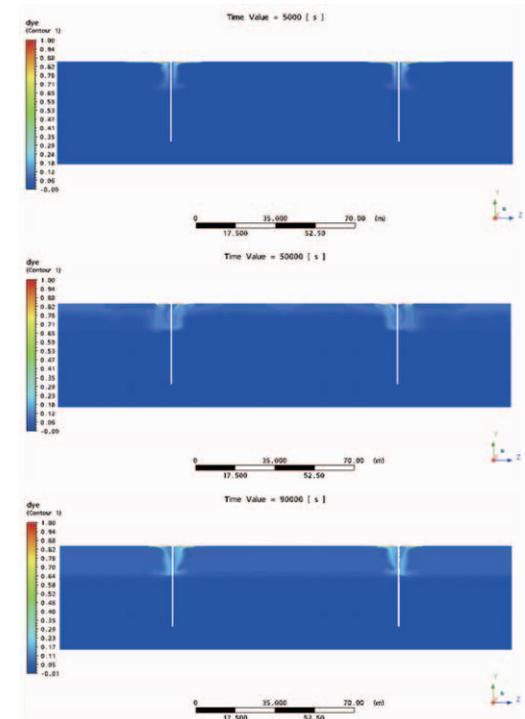


그림 12. 100m 간격 장치에서 Dye 확산변화

루어지는 것으로 나타났으며, 보다 장시간 운영하면 미약하나 서서히 성층변화에 영향을 미칠 것으로 판단되었다. 그러나 Dye의 확산은 약 10시간 후 부터는 뚜렷이 나타났으며, 약 25시간 후에는 상층의 염료 농도가 상당히 높아지는 것으로 나타나 두 장치간에 서로 영향을 미치는 것으로 판단되었다(그림 10).

장치간 거리가 100m인 대류식 물순환장치에 의한 장치간 간섭현상을 CFD를 적용하여 유동모사를 실시하였다. 모사 시간을 1일간 실시한 결과 시간의 경과에 따라 수온성층의 변화는 나타나지 않았다(그림 11). 이러한 결과로 판단할때 100m 간격으로 대류식 순환장치를 설치하여 운영하면 성층에는 영향을 미치지 못하는 것으로 평가되었다. 반면 간접 영향권을 나타내는 Dye테스트 결과에 의하면 심층에서 상승한 수체는 수온성층 위에서 수평방향으로 계속 퍼져 나가면서 옆에서 가동되는 장치에서 상승된 수체와 혼합 현상을 나타내기는 하나 시간이 조금 더 걸리는 것으로 나타났다(그림 12). 본 모사는 1일간 이루어진 것이므로 옆의 장치와 혼합 현상이 뚜렷이 나타나지는 않았으나, 현장에서와 같이 1~5개월간 연속하여 물순환장치를 가동하면 보다 뚜렷한 혼합현상을 관찰할수 있을 것으로 판단되었다.

이상의 모사 결과를 종합할 때, 대류식 물순환장치는 심층의 혐기성층을 개선시키는데 확실한 효과가 있는 것으로 평가되었다. 설계 시 장치간 거리는 운영목적에 따라 달라질수 있으며, 댐의 특성(혐기성층 발달시기, 혐기성층 발달 시 층의 두께, 혐기성층 발달 면적 등)에 따라 평가되어야 할 것으로 판단되었다. 그러나 모사결과에 의하면 본 연구에서 설정한 조건과 동일한 조건에서 단기간 운영으로 효과를 보기 위해서는 60m 이하 간격으로 물순환장치를 설치해야 되는 것으로 평가되었으며, 하절기에 장기간 연속적으로 가동하면서 수체전반의 순환을 목적으로 할 경우에는 100m 간격으로 설치하여 가동해도 효과적일 것으로 평가되었다.

VI. 요약 및 결론

저수지에 설치한 대류식 물순환장치는 성층이 형성된 저수지에서 혐기성층 발달을 차단하고 조류의 발생을 제어하는 효과가 있다. 이러한 효과를 높이기 위해서는 물순환장치 설계조건에 따른 영향을 분석하므로써 저수지 수체의 유동을 최적화 할 필요가 있다.

본 연구에서는 전산유체역학(CFD)을 기반으로 하절기 저수지에서 물순환장치 설치·운영에 대한 다양한 내부 수체유동을 해석하므로써 저수지에서 수체유동을 최적화 할 수 있는 설계조건을 제시하고자 하였으며, 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

1) 저수지를 단순하게 형상화하여 깊이 40m, 직경 50m인 원형 Domain으로 구성하고 성층조건을 설정하여 대류식 물순환장치의 양수량에 맞추어 모사한 결과, 상층의 온도 영향 범위가 실측과 동일한 결과를 나타냈으며 분출된 수체의 방사상 속도분포도 실측결과와 유사하게 측정되어 신뢰성 높은 결과를 확인함

2) 물순환장치의 설치 간격에 따른 물순환효과를 평가하여 가장 효율적인 설계조건을 제시하고자 다양한 설치간격별 물순환효과를 평가하였다. 먼저 직접영향반경을 나타내는 수온변화를 살펴보면 40m 간격에서는 37시간 경과시 두 장치간 영향이 중첩되면서 수온성층이 서서히 하강하는 것으로 나타났다. 반면 60m 이상 간격에서는 수온성층이 하강하는 현상을 나타내지 않았다

3) 간접영향반경을 나타내는 Dye확산 모사시 40m 간격에서는 4시간 경과시 60m 간격에서는 12시간 경과시 두 장치간 확산반경이 중첩되었고, 80m 간격에서는 25시간후부터 장치간 중첩이 나타났다. 100m 간격에서는 상승된 수체와 혼합 현상을 나타내기는 하나 중첩이 나타나기에는 모사시간인 24시간보다 더 걸리는 것으로 나타났다. 그러나 현장에서와 같이 1~5개월간 연속하여 물순환장치를 가동하면 혼합현상을 관찰할수 있을 것으로 판단되었다.

참고문헌

- 서동일, 석관수, 이병두, 정상기, 2001, 우리나라 저수지의 수중 폭기 장치의 설계방법 및 용량 분석, 상하수도학회지, 18(3), 366-376.
- 염경택, 박희경, 박노석, 김종섭, 2004, 성층유체의 밀도분포 변화 및 유동장 분석을 통한 Bubble Plume의 수리동역학적 거동평가, 대한토목학회지, 24(4B), 347-355.
- 허우명, 김재욱, 김범철. 1999. 상수원지(달방댐)에서 수중폭기에 따른 수질변화 연구, 한국물환경학회지, 15, 335-343.
- 한국수자원공사. 2002. 수중폭기운영관리최적화보고서.
- Brian Kirke, Ahmed El Gezawy. 1997. Design and Model Tests for An Efficient Mechanical Circulator/Aerator for Lakes and Reservoirs, Wat. Res. 31(6), 1283-1290.
- Cooke, G. D., Welch, E. B., Peterson, S. A., and Newroth, P. R. 1993. Restoration and Management of Lakes and Reservoirs, 2nd Ed., Lewis Publication.
- Connie D. DeMoyer, Erica L. Schierholz, John S. Gulliver, Steven C. Wilhelms. 2003. Impact of bubble and free surface oxygen transfer on diffused aeration systems, Water Reserach, 37, 1890-1904.
- Julian D. Cox, Martin B. Paddy, Joe Hannon. 1998. Use of Computational Fluid Dynamics to model Reservoir Mixing and Destratification, Wat. Sci, Tech. 37(2), 227-234.
- Monzur Alam Imteaz, Takashi Asaeda. 2000. Artificial mixing of lake water by bubble plume and effects of bubbling operations on algal bloom, Wat. Res. 34(6), 1919-1929.
- Rohan Stephens, Jorg Imberger. 1993. Reservoir Destratification Via Mechanical Mixers, Journal of Hydraulic Engineering 119, 4.
- V.H. Chipofya, E.J. Matapa. 2003. Destratification of an impounding reservoir using compressed air-case of Mudi reservoir, Blantyre, Malawi, Physics and Chemistry of the Earth, 28, 1161-1164.