

외란이 충격 신호일 때 공극 추정을 위한 직구동 모터의 관측 가능한 수학적 모델 수립

Design Observable Model of Direct Drive Motor for Air Gap Estimation when Input Disturbance is Impulse signal

기 태 석*, 박 윤 식, 박 영 진
(Taeseok Ki¹, Youn-sik Park¹, and Youngjin Park¹)
¹Korea Advanced Institute of Science and Technology

Abstract: Observable mathematical model of DDM (Direct Drive Motor) was suggested. The motor that operates the object system directly is called DDM. DDM has many strong points, however, it has a significant disadvantage, that it is more sensitive to the external force than the motor with reduction gear. In other word, if the force is applied, air gap of the motor can be perturbed. This causes not only difficulty in motor control but also even more serious problem, such as the breakdown of motor. However, if the air gap variation can be estimated, it can help prevent these problems. DDM should be modeled to estimate the air gap variation. The type of researched DDM is PMSM (Permanent Magnet Synchronous Motor) and precedent model of PMSM includes only characteristics of electro-magnetic system and rotational motion. However, suggested model should also include characteristics of translational motion of rotor to estimate the air gap variation. Also, this model should satisfy observability condition, because state observer is designed based on this model.

Keywords: air gap, direct drive motor, mathematical model, observer, observability

I. 서론

일반적인 모터는 구동하고자 하는 대상과 모터를 기어박스 등으로 연결하여 사용한다. 기어박스와 같은 장치를 사용하면 기어의 마찰에 의한 에너지 효율 감소, 기어의 백래쉬와 같은 다양한 문제점이 발생한다. 반면에 구동하고자 하는 대상과 모터를 직접 연결하여 사용하는 경우가 있는데, 이 때 사용되는 모터를 직구동 모터라고 한다. 직구동 모터의 경우 기어박스와 같은 장치를 사용하지 않으므로 에너지 효율의 감소, 백래쉬와 같은 문제점이 발생하지 않는다. 또한 직구동 모터는 구동하고자 하는 대상과 직접 연결되어 있기 때문에 강한 강성을 가지고 정밀한 위치제어가 가능하며, 응답 속도가 빠르다는 장점 역시 가지고 있다. 하지만 직구동 모터는 다양한 장점들이 있는 반면, 외란에 상대적으로 민감하다는 단점을 가지고 있다. 직구동 모터에 외란이 가해지면 공극의 크기가 변하게 된다. 여기서 공극이란 모터의 고정자와 회전자 사이의 간격을 의미한다. 공극의 크기 변화는 모터 제어 성능의 감소부터, 심각한 경우 모터의 파손 등 다양한 문제점을 발생시킨다[1].

이 때 공극의 크기를 측정할 수 있다면 이러한 문제점을 감지하고 예방하는데 활용할 수 있을 것이다. 모터의 공극을 측정하는 가장 간단한 방법은 센서를 사용하는 것이다. 하지만 일반적으로 모터에는 센서 부착 가능 공간이 없어 센서

장착이 매우 어렵다는 단점이 있다. 이 때 모터에 흐르는 전류의 경우 쉽게 측정이 가능하다. 전류를 측정하여 공극의 변화를 일으키는 회전자의 이심률을 계산하는 방법은 Guldemir, Cameron 등에 의해 많이 연구되어 왔다[2,3]. 하지만 위 방법 역시 정상 상태(steady state)에서의 공극의 크기 변화를 계산하는 것으로, 충격 신호와 같은 힘이 외부로부터 들어왔을 때 과도 상태(transient state)에서의 공극의 크기 변화는 알 수 없다. 따라서 결과적으로 쉽게 측정할 수 있는 전류의 측정값을 이용하여 과도 상태에서의 공극의 크기 변화를 추정할 수 있는 방법이 제안되어야 하며, 그 방법으로 모터에 대한 관측기를 설계하고자 한다. 관측기를 설계하기 위해서는 대상에 대한 모델링이 기반되어야 한다. 즉 먼저 모터를 수학적으로 모델링하고 이를 기반으로 관측기를 설계할 수 있게 된다. 따라서 본 연구에서는 관측기 설계의 기반이 되는 직구동 모터의 수학적 모델 수립에 대한 연구를 수행하였다.

II. 기존연구의 모델

1. 직구동 모터의 특징

본 논문에서 연구된 직구동 모터는 외전형 영구 자석형 동기 모터(permanent magnet synchronous motor)이다. 따라서 도넛 형태의 회전자가 고정자의 바깥에 위치하여 회전하게 된다. 또한 회전자의 바깥에는 회전자의 안정된 움직임을 위해 베어링이 위치해 있다. 또한 회전자의 안쪽 면에는 자기장 생성을 위해 영구 자석이 부착되어 있다. 마지막으로 고정자에는 3상의 전류가 흐를 수 있도록 코일이 감겨져 있다. 아래의 그림 1은 직구동 모터의 간략화된 단면도이다.

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2012. 4. 30., 수정: 2012. 6. 18., 채택확정: 2012. 6. 20.

기태석, 박윤식, 박영진: KAIST 기계공학과

(kits@kaist.ac.kr/yspark@kaist.ac.kr/yjpark@kaist.ac.kr)

* 본 연구는 방위사업청 및 국방과학연구소 지원으로 수행되는 직구동 고밀도 전기식 구동시스템 연구 과제의 일환으로 수행되었음.

* 본 논문은 2012년 27회 ICROS 학술대회에서 초안이 발표되었음.

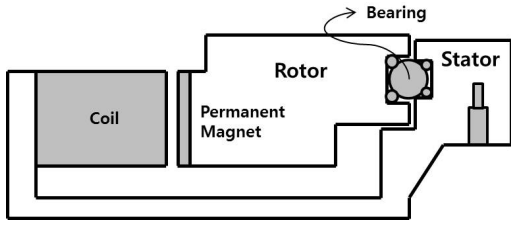


그림 1. 직구동 모터의 개략적인 단면도.
Fig. 1. Simplified sectional view of direct drive motor.

2. 기존의 모델

앞에서 언급하였듯이, 연구된 직구동 모터는 3상 전류가 흐르고 있다. 이 때 그림 2의 a, b, c 3개의 축을 이용하여 전자기적 시스템의 특성을 모델링 한다면 각 축에 해당하는 전류 성분이 서로 영향을 주게 된다. 하지만 α, β 2개의 직교 좌표축을 이용하여 모델링 하면 각 축에 해당하는 전류 성분이 독립적으로 작용하여 훨씬 쉽게 모델링을 할 수 있다. 이 좌표축을 이용하여 각 축에 해당하는 전압 성분을 식으로 나타내면 다음과 같다[4-6].

$$\begin{aligned} v_\alpha &= r_p i_\alpha + \frac{d\psi_\alpha}{dt} \\ v_\beta &= r_p i_\beta + \frac{d\psi_\beta}{dt} \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 r_p 는 상저항이다. 또한 ψ_α, ψ_β 는 각 좌표축 방향의 쇠교자속으로 아래의 식 (2)와 같이 전류에 의한 영향과 영구자속에 의한 영향으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \psi_\alpha &= Li_\alpha + \lambda_m \cos\theta \\ \psi_\beta &= Li_\beta + \lambda_m \sin\theta \end{aligned} \tag{2}$$

여기서 θ 는 회전자의 회전 각도이다. 또한 L 과 λ_m 은 각각 전류에 의한 인덕턴스와 영구자속에 의한 쇠교자속을 의미한다. 식 (2)를 식 (1)에 대입하면 아래의 식 (3)과 같이 회전자 회전 운동과 전자기적 특성이 포함된 수학적 모델을 수립

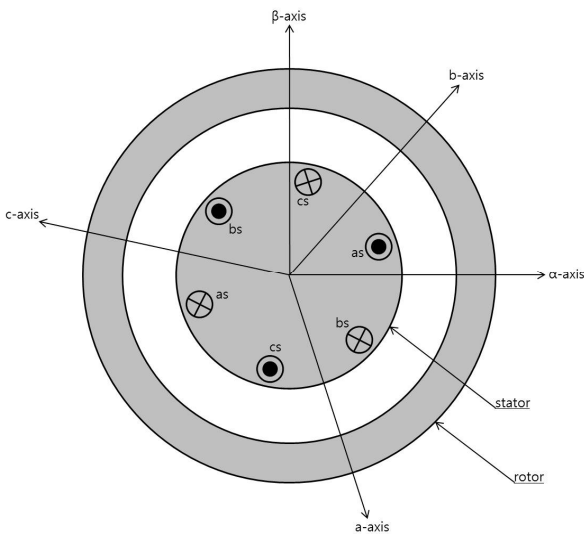


그림 2. 직구동 모터 전류의 좌표축.
Fig. 2. Current coordinate of direct drive motor.

할 수 있다. 여기서 ω 는 회전자 회전 속도, 즉 시간에 대한 θ 의 변화를 의미한다.

$$\begin{aligned} \dot{i}_\alpha &= [v_\alpha - r_p i_\alpha + \lambda_m \omega \sin\theta] / L \\ \dot{i}_\beta &= [v_\beta - r_p i_\beta - \lambda_m \omega \cos\theta] / L \end{aligned} \tag{3}$$

III. 수학적 모델 수립

1. 병진운동 특성을 포함한 수학적 모델

모터의 회전축에 수직인 평면상에서 회전자 움직임은 회전자 병진운동이라고 하자. 회전자 병진운동은 공극의 크기를 변화시키게 된다. 그림 3과 같이 회전자가 x축 방향으로 α, y 축 방향으로 β 만큼 움직였을 때 각도 위치 φ 에서의 공극의 크기 g 는 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다. 여기서 g_0 는 모터의 초기 공극의 크기를 말한다.

$$g = g_0 + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \cos\varphi \tag{4}$$

즉 회전자 병진운동의 크기를 알면, 공극의 크기 변화를 계산할 수 있게 된다.

회전자 병진운동은 모터의 전자기적 특성에도 영향을 미친다. 회전자 병진운동이 없어서 모터의 공극의 크기가 g_0 로 일정하다고 가정하면 L 과 λ_m 역시 일정한 값을 가진다. 하지만 위의 그림 3과 같이 회전자가 x축 방향으로 α, y 축 방향으로 β 만큼 움직였다면 L 과 λ_m 은 아래의 식 (5)와 같이 α 와 β 의 함수로 나타나게 된다[7].

$$\begin{aligned} L &= \frac{\mu_0 N^2 \pi R_s l}{4\sqrt{g_0^2 - \alpha^2 - \beta^2}} \\ \lambda_m &= \frac{B_r V_m}{4\sqrt{(l_m + g_0)^2 - \alpha^2 - \beta^2}} \end{aligned} \tag{5}$$

기존의 연구에서는 공극의 크기가 변하지 않고 일정하다고 가정하였으므로 L 과 λ_m 역시 일정한 값을 가진다고 생각하였다. 따라서 식 (3)에서도 알 수 있듯이 시간에 대한 L 과 λ_m 의 변화는 나타나지 않는다. 이 때 회전자 병진운동에 의해 L 과 λ_m 이 위의 식 (5)와 같이 α, β 의 함수로 나타나게

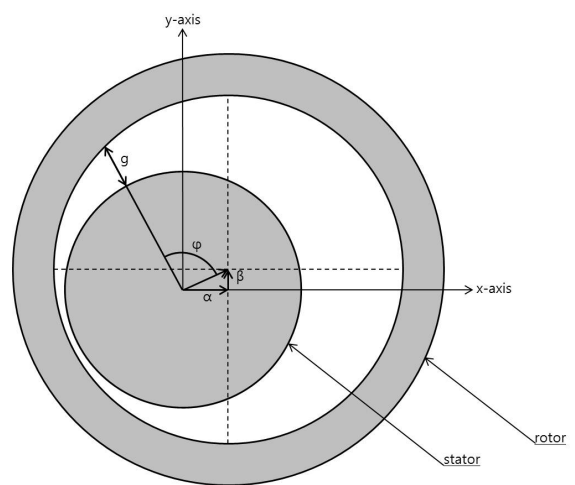


그림 3. 회전자 병진운동에 따른 공극의 크기 변화.
Fig. 3. Air gap variation caused by translational motion of rotor.

되던 이를 식 (1), (2)에 적용시켜 아래의 식 (6)과 같이 직구동 모터에 대한 새로운 수학적 모델을 수립할 수 있다.

$$\begin{aligned} i_\alpha &= [v_\alpha - r_p i_\alpha - (L_\alpha \dot{\alpha} + L_\beta \dot{\beta}) i_\alpha - (\lambda_{m\alpha} \dot{\alpha} + \lambda_{m\beta} \dot{\beta}) \cos \theta] / L \\ i_\beta &= [v_\beta - r_p i_\beta - (L_\alpha \dot{\alpha} + L_\beta \dot{\beta}) i_\beta - (\lambda_{m\alpha} \dot{\alpha} + \lambda_{m\beta} \dot{\beta}) \sin \theta] / L \\ \ddot{\alpha} &= [F_\alpha - c_b \dot{\alpha} - k_s \alpha] / m \\ \ddot{\beta} &= [F_\beta - c_b \dot{\beta} - k_s \beta] / m \end{aligned} \quad (6)$$

위 식에서 L_ω , L_β , $\lambda_{m\omega}$, $\lambda_{m\beta}$ 는 L 과 λ_m 를 각각 α 와 β 로 편미분한 함수를 의미한다. 또한 아래 두 개의 식은 회전자의 병진 운동을 모델링한 것으로 c_b 와 k_s 는 베어링의 댐핑 상수와 강성을 의미하며, F_ω , F_β 는 외부로부터 모터에 입력되는 힘의 x , y 축 방향의 성분을 의미한다. 또한 유도되는 전류에 의해 발생하는 회전자의 회전 운동은 거의 발생하지 않는 경우를 고려하여, $\omega=0$ 이라고 가정하였다.

2. 모의실험 환경

모의실험 환경은 다음과 같다. 먼저 초기에는 모터가 정지해 있는 상태라고 가정한다. 따라서 입력 전압인 v_ω , v_β 는 0으로 정의하며, 전류는 오직 회전자의 병진 운동에 의해서만 나타난다. 또한 회전자의 움직임을 야기시키는 외란 F_ω , F_β 는 큰 힘이 아주 짧은 시간에 들어오는 충격 신호라고 가정한다. 본 논문에서는 두 외란의 크기의 합이 83.3kN 입력 시간이 0.01초로 그림 4와 같이 정의하였다.

3. 관측 가능한 수학적 모델

직구동 모터 시스템을 위의 식 (6)과 같이 정의하자. 다음으로 시스템의 상태변수 벡터 x , 입력 벡터 u , 출력 벡터 y 를 아래와 같이 정의하자.

$$x = [\alpha \quad \beta \quad \dot{\alpha} \quad \dot{\beta} \quad i_\alpha \quad i_\beta]^T \quad (7)$$

$$u = [F_\alpha \quad F_\beta \quad v_\alpha \quad v_\beta]^T \quad (8)$$

$$y = [i_\alpha \quad i_\beta]^T \quad (9)$$

이 때 직구동 모터 시스템은 식 (6)에서 알 수 있듯이 비선형 시스템이므로, 위에서 정의한 벡터를 이용하여 아래와 같

이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (10)$$

비선형 시스템의 관측 가능성을 판단하기 위해서, 식 (10)과 같이 나타나 있는 시스템 모델을 각각 상태변수 벡터 x 로 편미분하는 선형화 과정을 통해 시스템 행렬 F 와 출력 행렬 H 를 아래와 같이 계산한다[8-10].

$$\begin{aligned} F &= \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \\ H &= \frac{\partial h(x)}{\partial x} \end{aligned} \quad (11)$$

비선형 시스템을 위와 같은 과정을 통해서 선형화 할 경우, 행렬 F 의 각 원소는 상수가 아닌 상태변수의 함수로 나타나게 된다. 이렇게 계산한 행렬 F 와 H 를 이용하여 관측가능성 행렬 M_o 를 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$M_o = [H' \quad F'H' \quad \dots \quad F^{(n-1)}H'] \quad (12)$$

여기서 n 은 상태변수 벡터 x 의 원소의 개수이다. 이 때 관측 가능한 시스템이 되기 위해서는 행렬 M_o 의 랭크가 n 이 되어야 한다. 본 시스템의 경우 $n=6$ 이므로 관측 가능한 시스템이 되기 위해서는 행렬 M_o 의 랭크가 항상 6이 되어야 한다. 그림 5는 시간에 따른 행렬 M_o 의 랭크를 나타낸 그래프이다. 그림 5에서 알 수 있듯이 행렬 M_o 의 랭크가 항상 4가 됨을 알 수 있다. 따라서 위의 식 (6)과 같이 정의된 직구동 모터 시스템은 관측 불가능한 시스템임을 알 수 있다. 즉 식 (6)의 수학적 모델을 이용하면 상태변수 벡터 x 의 변화를 추정할 수 있는 관측기를 설계할 수 없다.

따라서 공극 추정을 위한 관측기를 설계하기 위해 새로운 모델을 사용해야 한다. 이 때 새로운 변수 r 을 식 (13)과 같이 정의하였다.

$$r^2 = \alpha^2 + \beta^2 \quad (13)$$

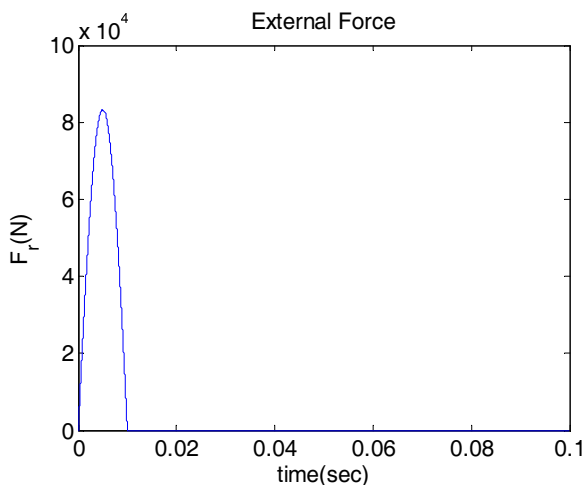


그림 4. 외부로부터 입력되는 힘.
Fig. 4. External force.

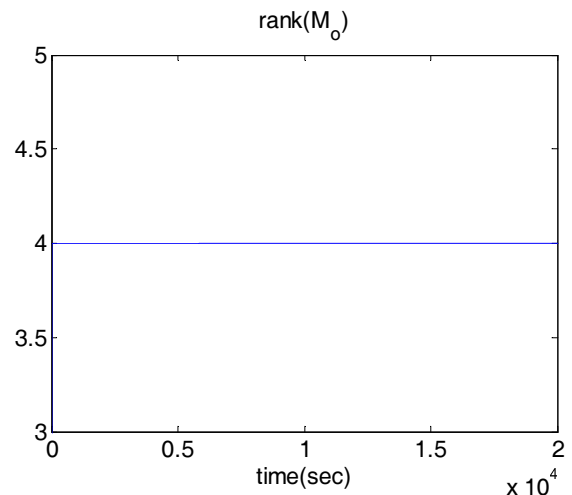


그림 5. 시간에 대한 시스템(식 (6))의 관측가능성.
Fig. 5. System observability of equation (6).

즉 위 식에서 알 수 있듯이, 새로운 변수 r 은 회전자의 x, y 축 방향의 병진 운동의 제곱의 합으로 나타난다. 회전자의 병진운동을 하나의 변수 r 로 표현하게 되면, L 과 λ_m 은 식 (14)와 같이 새롭게 정의되며, 이를 이용하여 시스템을 식 (15)와 같이 새롭게 모델링 할 수 있게 된다.

$$L = \frac{\mu_0 N^2 \pi R_s l}{4\sqrt{g_0^2 - r^2}} \quad (14)$$

$$\lambda_m = \frac{B_r V_m}{4\sqrt{(l_m + g_0)^2 - r^2}}$$

$$\begin{aligned} \dot{i}_\alpha &= [v_\alpha - r_p i_\alpha - L_r \dot{r} i_\alpha - \lambda_m \dot{r} \cos\theta] / L \\ \dot{i}_\beta &= [v_\beta - r_p i_\beta - L_r \dot{r} i_\beta - \lambda_m \dot{r} \sin\theta] / L \\ \ddot{r} &= [F_r - c_b \dot{r} - k_b r] / m \end{aligned} \quad (15)$$

이렇게 새롭게 정의된 모델을 이용하여 시스템을 정의하고 관측가능성을 구해보자. 먼저 시스템의 상태변수 벡터와 입력 벡터는 다음과 같이 새롭게 정의할 수 있다.

$$x = [r \quad \dot{r} \quad i_\alpha \quad i_\beta]^T \quad (16)$$

$$y = [F_r \quad v_\alpha \quad v_\beta]^T \quad (17)$$

즉 회전자의 병진운동이 α, β 2개의 변수가 아닌 한 개의 변수 r 로만 표현되었기 때문에, 상태변수 벡터 x 의 원소의 개수가 4개가 되었다. 따라서 위 시스템이 관측 가능하기 위해서는 관측가능성 행렬 M_0 의 랭크가 항상 4가 되어야 한다. 시스템의 관측가능성을 판단하기 위하여, 식 (15)와 같이 정의된 시스템 역시 마찬가지로 선형화 과정을 통해 시스템 행렬 F 와 출력 행렬 H 를 계산한 후, 이를 이용하여 관측가능성 행렬 M_0 를 계산하였다. 그림 6은 이렇게 계산한 관측가능성 행렬 M_0 의 랭크를 나타낸 그림이다[11].

위의 그림 6을 보면 행렬 M_0 의 랭크가 항상 4가 됨을 알 수 있다. 즉 직구동 모터 시스템을 식 (15)와 같이 정의하면, 이 모델을 이용하여 공극 추정을 위한 관측기를 설계할 수 있음을 확인하였다.

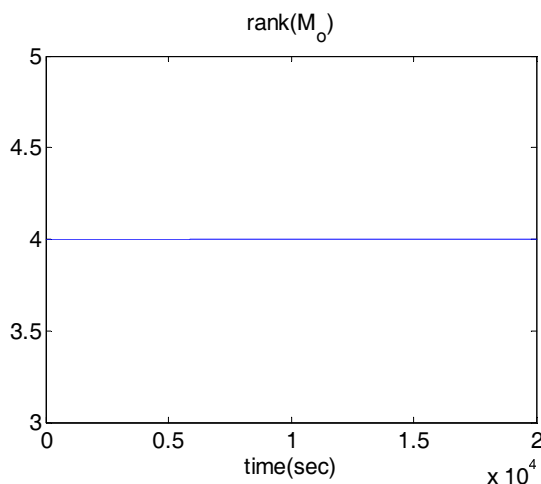


그림 6. 시간에 대한 시스템(식 (15))의 관측가능성.

Fig. 6. System observability of equation (15).

IV. 결론

시스템의 관측 가능성을 고려하지 않은 첫 번째 모델은 회전자의 병진운동을 α, β 2개의 변수로 나타내었다. 그 결과 시스템이 관측 불가능한 것을 확인하였다. 하지만 회전자의 병진운동을 r 로만 나타낼 경우 시스템이 관측 가능한 시스템이 되어, 병진운동이 r 로 표현된 수학적 모델을 기반으로 하면 상태변수를 추정할 수 있는 관측기 설계가 가능하다. 여기서 r 은 식 (13)과 같이 정의되며, 회전자의 병진운동의 크기를 의미한다.

이는 본 연구의 대상이 되는 모터에 대하여 전류를 측정값으로 하는 관측기를 설계할 경우 회전자의 병진운동의 크기만은 추정이 가능하나, 크기와 이동한 방향 두 정보를 모두 추정하는 것은 불가능함을 의미한다.

참고문헌

- [1] S. Komadam, M. Ishida, K. Ohnoshi, and T. Hori, "Disturbance observer-based motion control of direct drive motors," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, vol. 6, no. 3, pp. 553-559, 1991.
- [2] H. Guldemir, "Detection of airgap eccentricity using line current spectrum of induction motors," *Electric Power System Research*, vol. 64, no. 2, pp. 109-117, 2003.
- [3] J. R. Cameron, W. T. Thomson, and A. B. Dow, "Vibration and current monitoring for detecting airgap eccentricity in large induction motors," *IEE Proceedings*, vol. 133, no. 3, pp. 155-163, 1986.
- [4] R. Dhaouadi, N. Mohan, and L. Norum, "Design and implementation of an extended Kalman filter for the state estimation of a permanent magnet synchronous motor," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 6, no. 3, pp. 491-497, July 1991.
- [5] Z. Chen, M. Tomita, S. Ichikawa, S. Doki, and S. Okuma, "Sensorless control of interior permanent magnet synchronous motor by estimation of an extended electromotive force," *IEEE*, vol. 3, pp. 1814-1819, 2000.
- [6] J. M. Lee, J. B. Son, H. R. Kim, and Y. S. Seo, "PMSM sensorless speed control using a high speed sliding mode observer," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 16, no. 3, pp. 256-263, 2010.
- [7] H. Im, H. H. Yoo, and J. Chung, "Dynamic analysis of a BLDC motor with mechanical and electromagnetic interaction due to air gap variation," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 330, no. 8, pp. 1680-1691, 2011.
- [8] N. Kazantzis and C. Kravaris, "Nonlinear observer design using Lyapunov's auxiliary theorem," *Systems & Control Letters*, vol. 34, no. 5, pp. 241-247, 1998.
- [9] J. P. Gauthier and G. Bornard, "Observability for any $u(t)$ of a class of nonlinear systems," *IEEE*, vol. 26, no. 4, pp. 910-915, 1980.
- [10] O. G. Kwon, T. S. Kim, and J. H. Yang, "A new anti-windup method using the linear quadratic observer," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, vol. 16, no. 2, pp. 134-139, 2010.
- [11] T. S. Ki, Y. S. Park, and Y. J. Park, "Design observable model of direct drive motor for air gap estimation," *Proc. of the 27th ICROS Annual Conference (in Korean)*, Seoul, Korea, Apr. 2012.



기 태 석

2010년 KAIST 기계공학과 졸업. 2012년~현재 KAIST 대학원 기계공학과 석사과정 재학중. 관심분야는 시스템 모델링 및 진동 제어.



박 윤 식

1971년 서울대학교 기계공학과(공학사). 1979년 Iowa State University 기계공학과(공학석사). 1981년 Iowa State University 기계공학과(공학박사). 1984년~현재 KAIST 기계공학과 교수. 관심분야는 동역학, 진동 및 소음제어, 구조물 동특성 변경법, 기계 및 매니플레이터의 동역학, 모달해석, 시스템 규명.



박 영 진

1980년 서울대학교 기계공학과(공학사). 1982년 서울대학교 기계공학과(공학석사). 1987년 University of Michigan 기계공학과(공학박사). 1990년~현재 KAIST 기계공학과 교수. 관심분야는 제어 이론, 가상 음장 제어, 능동적 소음 및 진동 제어, 시스템 판별.