Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (2013) 19(5):398-409
http://dx.doi.org/10.5302/J.ICROS.2013.13.9003 ISSN:1976-5622 eISSN:2233-4335

거리기반 편대 제어: 기초지식, 주요결과 및 이슈

Distance-based Formation Control: Background, Principal Results and Issues

강 성 모, 박 명 철, 이 병 훈, 오 광 교, 안 효 성*
(Sung-Mo Kang[1], Myoung-Chul Park[1], Byung-Hun Lee[1], Kwang-Kyo Oh[2], and Hyo-Sung Ahn[1])
[1]School of Mechatronics, Gwangju Institute of Science and Technology
[2]Digital Convergence Research Center, KETI

Abstract: This paper provides an overview of distance-based formation control. Firstly, in this paper, we introduce preliminary background materials that are used in defining the distance-based formation control. Then, based on the preliminary background, we briefly review main results developed thus far in this field. Lastly, we provide some issues that need to be studied further in future works.

Keywords: formation control, formation stabilization, graph rigidity, graph persistence, consensus, localization

I. 서론

편대 제어(formation control)는 공학분야에서 오랫동안 연구되어온 주제로 최근에는 다양한 응용 관점에서 활발히 연구되고 있다[1,2]. 대표적인 응용분야로는 다중 무인비행기, 군집 로봇, 전력망 제어, 교통망 제어, 군집현상에 기반한 미디어 아트 기술 등이라 할 수 있다. 편대 제어는 각 개체를 어떻게 제어하면 원하는 형태의 모양, 패턴, 군집 행동 등을 할 수 있는지 관심이 있고, 제어기를 설계하기 위해서 전체 시스템의 안정성을 분석하고 해석한다. 본 논문에서는 편대 제어와 관련해서 최근에 많이 연구되고 있는 거리기반(distance-based) 편대 제어의 동향을 분석하고 주요 이슈를 소개하고자 한다.

편대 제어는 편대의 목표 및 지향하는 편대 형태에 따라서 분류할 수 있고, 예를 들어 정형화된 편대와 비정형화된 편대로 나뉘어진다. 정형화된 편대는 편대의 형태를 달성하고자 하는 접근과 편대의 특성을 달성하고자 하는 접근으로 나뉘어진다. 비정형화된 편대는 개체간의 정형화된 기하학적 구조보다는 무리 전체를 어떻게 위치시키고 서로 상관관계를 설정하게 하는지에 관심이 있다. 편대 제어는 각 개체가 어떠한 정보를 이용하고 사용하는지에 따라서도 분류될 수 있다. 각 개체가 중앙 서버의 명령에 따라서 구동할 수 있고, 또는 각 개체의 자체 판단에 따라서 구동할 수 있다. 중앙 서버에서 명령이 전송될 경우 서버는 각 개체의 상태를 정밀하게 파악하고 모든 개체의 움직임을 계획해서 개체로 전송해야 한다. 이 방법은 개체수가 적거나 통신환경이 안정적일 경우 실용적으로 이용될 수 있는 방법이다. 이와 반대로 각 개체가 자신의 센서 정보로 개체의 상태를 파악하고 스스로 움직임을 결정하는 경우 기동성이나 데이터의 집중화를 피할 수 있기 때문에 전체 시스템의 안정성, 경량화, 신속성 등에서 유리하다. 본 논문에서는 각 개체가 자신의 센서 정보에 기반하여 편대를 제어하는 방법을 다뤄보고, 특히 국소 정보(local information)에 기반하여 편대 제어를 수행하는 접근법에 대해서 소개한다. 이미 언급되었듯이 비록 각 개체가 스스로 판단하고 스스로 움직임을 결정한다고 해도 사용하는 정보가 전역 정보(global information)인가 아닌가에 따라서 편대 문제를 다르게 정의하게 된다. 예를 들어 각 개체의 위치를 GPS (Global Positioning System) 등 전역 정보를 사용한다면 편대 제어는 국소 정보만 사용하는 방법에 비하여 상대적으로 수월할 것이다. 하지만 전역 정보를 사용하는 것에는 좀 더 강력한 데이터 처리 및 센서가 제공되어야 하고, 이는 전역 정보가 제공되지 않는 환경에서는 사용되기 어렵다. 따라서 최근에 국소 정보를 기반으로 하는 편대 제어가 많이 연구되고 있다. 여기서 이용되는 개체의 상태가 전역 정보인지 국소 정보인지에 따라서 위치기반(position-based) 편대 제어와 거리기반(distance-based) 편대 제어로 나뉘어진다. 위치

그림 1. 새 군무 (자연계의 편대 비행).
Fig. 1. Flocking of birds (formation flying in nature).

* 책임저자(Corresponding Author)
Manuscript received February 20, 2013 / revised March 10, 2013 / accepted March 15, 2013
강성모, 박명철, 이병훈, 안효성: 광주과학기술원 기전공학부
(smkang0521@gist.ac.kr/mcpark@gist.ac.kr/bhlee@gist.ac.kr/hyosung@gist.ac.kr)
오광교: 전자부품연구원(kwangkyo.oh@gmail.com)
※ 본 연구는 한국연구재단 일반연구자 지원사업으로 수행되었음(과제번호 NRF-2011-0021474).

Copyright© ICROS 2013

기반 편대 제어는 절대 좌표계에서 각 개체의 위치를 기준으로 제어를 하고 거리기반 제어에서는 각 개체의 좌표계에서 국소적 제어를 수행한다. 위치기반 및 거리기반 제어에 관한 자세한 비교는 [3]을 참고하기 바란다.

자연계의 현상을 보면, 예를 들어, 새떼들의 움직임에서 각 새들은 상대방과 자신의 거리 및 상대 각도를 관측하고 이 정보를 이용해서 군무를 형성하고 비행을 한다고 볼 수 있다. 사람의 집단 움직임 역시 주변 사람과 자신의 거리 및 상대 각도를 관측하고 이러한 관측된 값을 원하는 값으로 유지하는 과정에서 자연스럽게 군집 이동을 한다. 따라서 자연계에서는 거리기반 편대 제어가 위치기반 제어보다는 좀 더 일반적인 현상처럼 보인다.

II. 배경지식

1. 표기법

- $\mathbb{R}$: 실수 전체 집합
- $\mathbb{R}_{>0}$: $\{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$
- $\mathbb{R}_{\geq 0}$: $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$
- $|\mathrm{S}|$: 집합 S 의 원소의 개수
- $\mathrm{A} \times \mathrm{B}$: 집합 A 와 집합 B 의 데카르트 곱(Cartesian product)
- $\|\mathbf{v}\|$: 벡터 $\mathbf{v}$ 의 유클리디언 노름(Euclidean norm)
- I_n: n 행 n 열의 단위행렬
- A^T: 행렬 A 의 전치행렬
- $\mathrm{rank}A$: 행렬 A 의 계수(rank)
- $A \otimes B$: 행렬 A 와 행렬 B 의 크로네커 곱(Kronecker product)
- $\dot{\mathbf{v}}(t) = \mathrm{d}\mathbf{v}(t)/\mathrm{d}t$

2. 그래프 이론

그래프 이론은 물체와 각 물체 사이의 관계를 수학적인 구조로 표현하고, 구조의 조합 및 형태 등을 다루는 방법을 말한다. 그래프는 그림 2(a)와 같이 노드(node)와 변(edge)으로 구성된다. 하나의 노드는 하나의 물체 또는 에이전트를 의미하며, 하나의 변은 그 변으로 연결된 두 노드 사이의 연결 관계를 나타낸다. 하나의 노드가 다른 노드와 변으로 연결되어 있을 경우 연결된 다른 노드를 이웃(neighbor)이라고 부른다. 그래프는 변의 형태에 따라 무향그래프(undirected graph)와 유향그래프(directed graph)로 나뉜다. 그림 2(a)와 같이 모든 변이 방향성을 가지지 않을 경우 그래프를 무향그래프라고 하며, 그림 2(b)와 같이 적어도 하나 이상의 변이 방향성을 가질 경우 그래프를 유향그래프라고 한다.

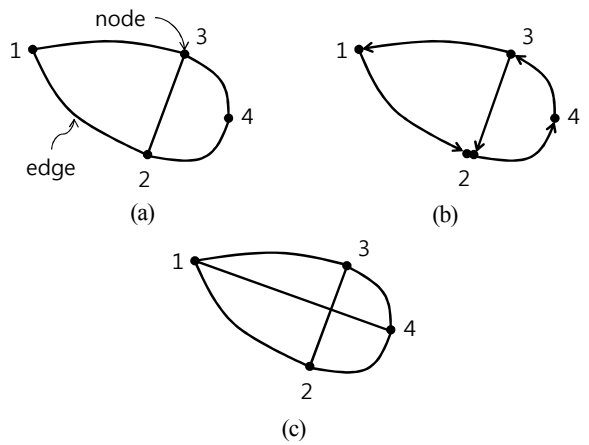


그림 2. 다양한 그래프 구조.
Fig. 2. Various structure of graphs.

유향그래프는 $\mathrm{G} = (\mathrm{V}, \mathrm{E})$ 로 표현되며, V 는 노드들의 집합, $\mathrm{E} \subset \mathrm{V} \times \mathrm{V}$ 는 변들의 집합을 의미한다. 노드 i 의 이웃들의 집합을 $\mathrm{N}_i = \{j \in \mathrm{V} : (i,j) \in \mathrm{E}\}$ 로 정의한다. 거리기반 편대 제어 문제에서는 보통 각 노드는 자기 자신을 이웃으로 가질 수 없다고 가정한다. 즉, 모든 $i \in \mathrm{V}$ 에 대해 $(i,i) \notin \mathrm{E}$ 를 만족한다.

어떤 변을 (i,j) 로 표현할 경우, 변 i 로부터 j 를 가리키며 이는 노드 i 가 노드 j 의 정보에 접근 가능하다는 의미이다. 예를 들어, 노드들이 어떠한 공간에 배치되어 있는 센서들을 나타내고 노드 i 와 j 가 각각 i 번째 센서와 j 번째 센서를 나타낸다고 하자. 이 때 변 (i,j) 는 i 번째 센서가 j 번째 센서의 번호, 측정값 등의 정보를 읽어올 수 있음을 의미한다. 그래프가 표현하는 실제 시스템이 무엇인지에 따라 전달되는 정보의 의미는 달라질 수 있다. 거리기반 편대 제어 문제에서는 노드들은 모바일 에이전트들을 의미하고 변 (i,j) 는 i 번째 에이전트가 j 번째 에이전트의 상대 변위를 측정할 수 있음을 의미한다.

이러한 변 표기에서 주의할 점은 무향그래프를 유향그래프의 개념에 비추어 볼 때, 무향그래프는 모든 변들이 양쪽 방향으로 방향성을 갖고 있다고 간주하기 때문에 $(i,j) \in \mathrm{E}$ 와 $(j,i) \in \mathrm{E}$ 가 필요충분 조건 관계를 갖는다는 점이다. 따라서, 무향그래프를 언급할 경우에는 (i,j) 와 (j,i) 둘 중 하나만 E 의 원소에 포함된다고 가정한다. 편의상 (i,j) 와 (j,i) 중 $i < j$ 를 만족하면 (i,j) 를, $i > j$ 를 만족하면 (j,i) 를 택하기로 한다. 만약 그림 2(c)와 같이 그래프 G 의 모든 에이전트가 변으로 서로 연결되어 있으면 G 는 완전그래프(complete graph)라고 하고 K 로 표현 한다.

3. 단단함 정리(rigidity theorem)

앞서 II-2절에서 설명한 추상적인 그래프는 주어진 노드들과 노드들 사이의 연결 관계를 나타내는 변들 만을 이용해서 정의가 된다. 만약 그래프의 노드들이 물리적 의미를 갖는 분산된 센서들이나 모바일 로봇과 같은 에이전트들을 표현할 경우 유클리디언 공간(Euclidean space)에서 각 에이전트의 위치를 좌표로 표현하게 된다. 우리는 n 차원 공간에서 존재하는 에이전트 i 의 위치 벡터의 좌표를 데카르트 좌표계에서 $\mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^n$ 으로 표현한다.

주어진 N 개의 에이전트에 대해 각 에이전트의 위치 벡터를 쌓아 만든 벡터의 좌표 $\mathbf{p} = [\mathbf{p}_1^T \cdots \mathbf{p}_N^T]^T \in \mathbb{R}^{nN}$ 을 그래프 G 의 실현(realization)이라고 한다. 그래프와 실현의 조합인 $(\mathrm{G}, \mathbf{p})$ 를 프레임워크(framework)라고 한다. 따라서, 공간상에 존재하는 에이전트들로 이루어진 편대는 프레임워크를 통해 표현이 가능하다.

주어진 두 프레임워크 $(\mathrm{G}, \mathbf{p})$ 와 $(\mathrm{G}, \mathbf{q})$ 가 다음과 같은 조건

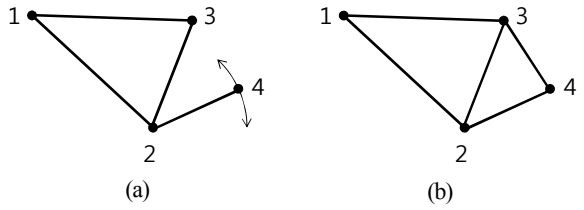


그림 3. 유연한 프레임워크와 단단한(rigid)한 프레임워크.
Fig. 3. Flexible and rigid frameworks.

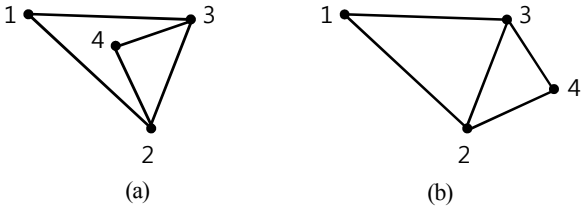


그림 4. 불연속적으로 다른 실현들.
Fig. 4. Discontinuously different realizations.

$$\|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j\| = \|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j\|, \ \forall (i,j) \in \mathrm{E},$$

을 만족하면 두 프레임워크를 동등하다(equivalent)라고 말한다. 또한 두 실현 $\mathbf{p}$ 와 $\mathbf{q}$ 가 다음과 같은 조건

$$\|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j\| = \|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j\|, \ \forall i,j \in \mathrm{V},$$

을 만족하면 두 실현을 합동이다(congruent)라고 말한다.

어떠한 프레임워크가 그래프와 에이전트들간의 상대 거리 조건으로 주어질 경우 상대 거리 조건을 만족하는 실현은 여러 종류가 존재할 수 있다. 그림 3(a)와 같이 변의 길이를 고정시키고 에이전트 4를 움직일 경우 프레임워크의 모양은 연속적으로 변형이 가능하다. 이러한 프레임워크를 유연한(flexible) 프레임워크라고 한다. 이와 달리 그림 3(b)의 경우 변들의 길이를 고정시키면 프레임워크의 모양을 연속적으로 변형시킬 수 없다. 이러한 프레임워크를 단단한(rigid) 프레임워크라 한다.

단단한 프레임워크 중에서는 그림 4와 같이 불연속적으로 다른 실현을 갖는 프레임워크도 있다. 만약 어떤 단단한 프레임워크가 유일한 실현을 가질 경우 그 프레임워크를 전역적으로 단단(globally rigid)하다고 말한다. 단단함(Rigidity)과 전역적 단단함(global rigidity)에 대한 보다 엄밀한 정의는 다음과 같다.

정의 1 [4]: 주어진 프레임워크 $(\mathrm{G},\mathbf{p})$ 에 대해 변함수(edge function) $g_{\mathrm{G}} : \mathbb{R}^{n|\mathrm{V}|} \to \mathbb{R}^{|\mathrm{E}|}$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$g_{\mathrm{G}}(\mathbf{p}) = \frac{1}{2}\left[\cdots \|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j\|^2 \cdots\right]^T, \ \forall (i,j) \in \mathrm{E}.$$

그래프 G 의 완전그래프 K 에 대해

$$g_{\mathrm{G}}^{-1}\left(g_{\mathrm{G}}(\mathbf{p})\right) \cap U_{\mathbf{p}} = g_{\mathrm{K}}^{-1}\left(g_{\mathrm{K}}(\mathbf{p})\right) \cap U_{\mathbf{p}},$$

를 만족하는 $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^{n|\mathrm{V}|}$ 의 근방(neighborhood) $U_{\mathbf{p}}$ 가 존재하면 프레임워크 $(\mathrm{G},\mathbf{p})$ 는 단단하다. 만약,

$$g_{\mathrm{G}}^{-1}\left(g_{\mathrm{G}}(\mathbf{p})\right) = g_{\mathrm{K}}^{-1}\left(g_{\mathrm{K}}(\mathbf{p})\right),$$

를 만족할 경우, 프레임워크 $(\mathrm{G},\mathbf{p})$ 는 전역적으로 단단하다.

정의 1에 서술된 단단함의 정의는 다음과 같이 해석할 수 있다. 주어진 프레임워크 $(\mathrm{G},\mathbf{p})$ 가 단단하다는 말은 $\mathbf{p}$ 에 충분히 가까운 모든 실현들 $\mathbf{q}$ 를 생각할 때, $(\mathrm{G},\mathbf{p})$ 와 $(\mathrm{G},\mathbf{q})$ 의 동등함이 $\mathbf{p}$ 와 $\mathbf{q}$ 가 합동임을 함축한다는 의미이다. 더 나아가 $\mathbf{p}$ 근방의 실현들뿐만 아니라 모든 실현들에 대해 프레임워크의 동등함이 두 실현이 합동임을 함축하면 주어진 프레임워크를 전역적으로 단단하다라고 말한다.

어떠한 그래프(또는 프레임워크)가 단단할 때, 단단함을 잃지 않고 제거 가능한 변이 존재하지 않으면 그 그래프(또는 프레임워크)를 최소로 단단(minimally rigid)하다 라고 말한다.

주어진 프레임워크 $(\mathrm{G},\mathbf{p})$ 가 n 차원 공간상에 존재할 때 시간 t 에 따라 변하는 실현을 $\mathbf{p}(t) \in \mathbb{R}^{n|\mathrm{V}|}$ 로 나타내자. 그러면 변의 길이가 고정된 상태로 프레임워크가 t 에 대해 연속적으로 움직이기 위해서는 다음과 같은 조건을 만족해야 한다.

$$\|\mathbf{p}_i(t) - \mathbf{p}_j(t)\|^2 = c_{ij} \ (\text{constant}), \ \forall (i,j) \in \mathrm{E}. \tag{1}$$

식 (1)의 양변을 t 에 대해 미분하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$[\mathbf{p}_i(t) - \mathbf{p}_j(t)]^T [\dot{\mathbf{p}}_i(t) - \dot{\mathbf{p}}_j(t)] = 0, \ \forall (i,j) \in \mathrm{E}. \tag{2}$$

식 (2)를 행렬로 표현하면 다음과 같다.

$$R_{\mathrm{G}}\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{0}. \tag{3}$$

여기서 R_{G} 는 $|\mathrm{E}|$ 행 $n|\mathrm{V}|$ 열 행렬로 단단함 행렬(rigidity matrix)이라 불린다.

예를 들어, 그림 5에 나타난 2차원 공간상에 있는 프레임워크의 경우 단단함 행렬은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{array}{c} \\ (1,2) \\ (1,3) \\ (2,3) \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} p_1^x & p_1^y & p_2^x & p_2^y & p_3^x & p_3^y \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

만약 주어진 프레임워크가 단단하다면 변들의 길이가 고정된 채로 노드들이 연속적으로 움직임으로써 발생할 수 있는 자유도는 평행이동에 의한 자유도와 회전에 의한 자유도뿐이고, 이러한 자유도는 식 (3)을 만족하는 모든 $\dot{\mathbf{p}}$ 으로 이루어진 선형 공간의 차원을 결정한다. 따라서, R_{G} 의 계수를 조사해 봄으로써 주어진 프레임워크가 단단한지 아닌지를

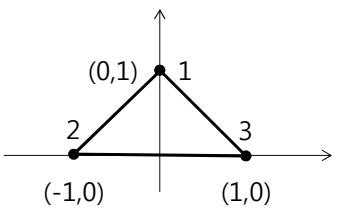


그림 5. $\mathbb{R}^2$ 상에 존재하는 프레임워크
Fig. 5. A framework in $\mathbb{R}^2$.

결정할 수 있다. 하지만 이러한 방식으로 정의된 단단함은 정의 1과는 약간 다른 특성을 나타내고 무한소 단단함(infinitesimal rigidity)으로 알려져 있다.

만약 모든 노드들이 독립적으로 움직이게 되면 $\dot{\mathbf{p}}$ 이 가질 수 있는 최대 자유도는 $n|\mathrm{V}|$ 이다. 여기에서 프레임워크의 평행이동과 회전으로 인해 발생하는 자유도를 제외한 값이 R_{G} 의 계수가 된다. 이러한 해석을 바탕으로 주어진 프레임워크가 무한소로 단단(infinitesimally rigid)하기 위한 필요 충분 조건은 정리 1과 같이 알려져 있다.

정리 1 [5]: n 차원 공간에 존재하는 프레임워크 $(\mathrm{G},\mathbf{p})$ 에 대해 다음과 같은 값을 정의하자.

$$S(|\mathrm{V}|,n)=\begin{cases} n|\mathrm{V}|-\dfrac{n(n+1)}{2}, & |\mathrm{V}|\geq n, \\ \dfrac{|\mathrm{V}|(|\mathrm{V}|-1)}{2}, & |\mathrm{V}|< n. \end{cases}$$

이 때, $(\mathrm{G},\mathbf{p})$ 가 무한소로 단단하기 위한 필요 충분 조건은 다음과 같다.

$$\mathrm{rank}R_{\mathrm{G}} = S(|\mathrm{V}|,d).$$

무한소 단단함과 단단함 사이에는 다음 정리와 같은 관계가 있다.

정리 2 [6]: 만약 $(\mathrm{G},\mathbf{p})$ 가 $\mathbb{R}^n$ 에서 무한소로 단단하면 $(\mathrm{G},\mathbf{p})$ 는 $\mathbb{R}^n$ 에서 단단하다.

4. 퍼시스턴스(persistence)

무향그래프로 구성된 프레임워크는 고정된 변의 길이에 대해 프레임워크의 연속적인 변형이 불가능하도록 하기 위해 단단함의 개념이 필요했다. 변에 연결된 두 노드가 변의 길이 변화에 능동적으로 영향을 미치는 것이 허용된 무향 프레임워크와는 달리 유향그래프로 구성된 프레임워크의 경우는 상황이 조금 더 복잡하다. 유향 프레임워크에서는 변의 방향성에 따라 해당 변의 길이 변화에 능동적으로 참여가 가능한 노드가 다르다. 그림 6(a)와 그림 6(b)를 비교해 보면, 그림 6(b)의 노드 4는 오로지 노드 3과의 거리를 조정하는 데만 관여할 수 있고 노드 2와의 상대 거리에 대해서는 제약조건을 갖지 않는다. 따라서, 노드 4가 노드 3을 중심으로 하는 원 위에서 움직이게 될 경우 노드 2는 노드 1,3,4와의 상대 거리 조건을 동시에 만족시킬 수 없다.

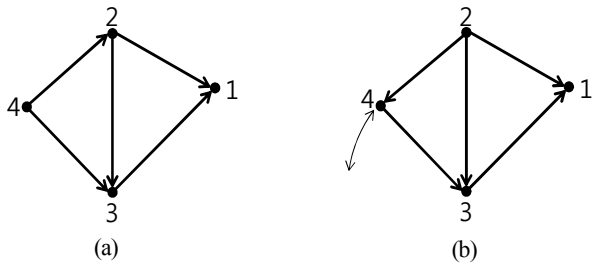


그림 6. 퍼시스턴트(Persistent)한 프레임워크와 그렇지 않은 프레임워크.

Fig. 6. Persistent and non-persistent frameworks.

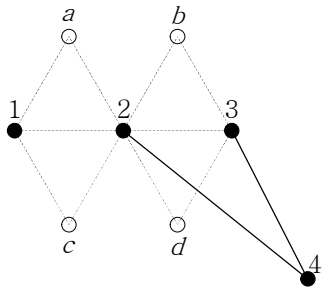


그림 7. 가능한 맞추기 위치.

Fig. 7. Possible fitting position.

따라서 무향 프레임워크와 달리 유향 프레임워크에서는 단단함보다 좀 더 강력한 조건이 필요하다. 유향 프레임워크에서 노드간의 상대 거리 조건만으로 프레임워크의 연속적인 변형을 피하기 위한 조건으로 퍼시스턴스라는 개념이 있다. 퍼시스턴스의 정의에 앞서 필요한 몇 가지 기본적인 개념들을 먼저 정의하고자 한다.

정의 2 [7,8]: 주어진 실현 $\mathbf{p}\in\mathbb{R}^{n|\mathrm{V}|}$ 와 거리 집합 $\{d_{ij}\in\mathbb{R}_{>0}:(i,j)\in\mathrm{E}\}$ 에 대해 다음과 같은 포함관계

$$\{(i,j)\in\mathrm{E}:\|\mathbf{p}_i-\mathbf{p}_j\|=d_{ij}\}$$
$$\ddot{\mathrm{O}}\{(i,j)\in\mathrm{E}:\|\mathbf{p}_i'-\mathbf{p}_j\|=d_{ij}\},$$

를 만족하는 $\mathbf{p}_i'\in\mathbb{R}^n$ 이 존재하지 않으면 노드 i 의 위치가 맞추기(fitting)이라고 말한다. 만약 모든 노드들이 맞추기 위치에 있으면 주어진 실현이 거리 집합에 대해 맞추기라고 말한다.

정의 2는 $\|\mathbf{p}_i-\mathbf{p}_j\|=d_{ij}$ 를 만족하는 변의 개수가 최대가 되도록 하는 위치에 노드 i 가 있을 때 그 노드의 위치를 맞추기(fitting)라 함을 말한다. 예를 들어, 그림 7에서 노드 1과 2의 거리가 1이고 노드 2와 3의 거리가 1이 되도록 일직선 위에 위치할 경우 노드 4가 나머지 노드들로부터 상대 거리가 1이 되도록 할 때 가능한 맞추기 위치는 a, b, c, d가 된다. 노드 4가 a, b, c, d중 하나의 위치에 있을 때 거리조건을 만족하는 변의 개수는 최대 두 개까지 있을 수 있고 그 외의 어느 위치에서도 세 개의 변들이 동시에 주어진 거리조건을 만족할 수 없다.

맞추기의 개념을 이용한 퍼시스턴스의 정의는 다음과 같다.

정의 3 [7,8]: 주어진 유향그래프 $\mathrm{G}=(\mathrm{V},\mathrm{E})$ 에 대해 $\mathbb{R}^n$ 에서의 서로 다른 두 실현을 $\mathbf{p}\in\mathbb{R}^{n|\mathrm{V}|}$ 와 $\mathbf{q}\in\mathbb{R}^{n|\mathrm{V}|}$ 로 두고, 함수 $d:\mathbb{R}^{n|\mathrm{V}|}\times\mathbb{R}^{n|\mathrm{V}|}\to\mathbb{R}$ 을 다음과 같이 정의하자.

$$d(\mathbf{p},\mathbf{q})=\max_{i\in\mathrm{V}}\|\mathbf{p}_i-\mathbf{q}_i\|.$$

그리고 실현 $\mathbf{p}$ 로부터 유도된 거리 집합 D 를 다음과 같이 정의하자.

$$\mathrm{D}=\{d_{ij}\in\mathbb{R}_{>0}:d_{ij}=\|\mathbf{p}_i-\mathbf{p}_j\|,(i,j)\in\mathrm{E}\}.$$

만약 $d(\mathbf{p},\mathbf{q})<\delta$ 을 만족하면서 거리 집합 D 에 대해 맞추기인 모든 실현 $\mathbf{q}$ 가 $\mathbf{p}$ 와 합동이 되도록 하는 양수 δ이 존

재하면, 프레임워크 $(G,\mathbf{p})$ 를 퍼시스턴트(persistent)하다 라고 말한다.

어떠한 유향그래프(또는 유향 프레임워크)가 퍼시스턴트할 때, 퍼시스턴스를 잃지 않고 제거가 가능한 변이 존재하지 않으면 주어진 유향그래프(또는 유향 프레임워크)를 최소 퍼시스턴트(minimally persistent)하다 라고 말한다.

거리기반 편대 제어 문제에서는 프레임워크의 단단함 또는 퍼시스턴스의 개념과 더불어 그래프의 실현 가능성(realizability) 문제가 중요한 역할을 한다. 이후 다루는 문제에서는 노드간의 상대 거리 조건을 이미 주어진 실현으로부터 취함으로써 실현 가능성 문제에 대한 언급을 피한다. 실현 가능성으로 인해 발생하는 이슈에 대한 내용은 논문 [9]을 참고하라.

III. 거리기반 편대 제어

편대 제어는 평면 또는 공간상에서 존재하는 모바일 에이전트들로 구성된 그룹이 편대의 모양을 특정한 형태로 유지하거나 혹은 유지한 채로 움직이는 것을 의미한다. 이중 거리 기반 편대 제어는 편대의 모양을 유지하는데 있어 이웃한 에이전트들 간의 상대적인 거리만을 조절함으로써 전체 편대의 모양이 원하는 형태를 이루도록 하는 것을 말한다. 거리기반 편대 제어에서는 각 에이전트들은 전역 좌표계에서의 위치와 방향(orientation)을 공유하지 않고, 지역 좌표계에서의 서로의 상대 위치를 측정 한다고 가정한다. 다시말해, 각 에이전트의 방위각이 전역 좌표계에 대해 정렬되어 있지 않다. 이 경우에는 각 에이전트가 자신의 지역 좌표계에서 이웃하는 에이전트의 상대 위치를 측정하지만, 에이전트들의 방향이 정렬되어 있지 않으므로, 변위기반(displacement-based) 편대 제어를 할 수 없다[10]. 따라서 거리기반 편대 제어는 이웃과의 상대 거리를 제어하고 상대 위치 자체를 제어하지는 않는다.

또한, 측정하는 변수(상대 위치)와 제어하는 변수(상대 거리)간의 관계가 비선형적 특성을 갖기 때문에 전체 시스템이 비선형 시스템으로 표현이 되어 거리기반(distance-based) 편대 제어는 변위기반 편대 제어에 비해 시스템의 해석 과정이 복잡하다. 이러한 이유로 주로 단일 적분기(single integrator)와 같은 단순화된 모델로 표현되는 에이전트들의 편대 제어가 우선적으로 연구되어 왔다.

거리기반 편대 제어는 이웃한 에이전트들 간의 정보 흐름이 단방향성을 가지는 변이 존재하는 유향편대(directed formation) 제어와 양방향성을 가지는 무향편대(undirected formation) 제어로 나눌 수 있다. 각각의 경우는 앞서 정의한 프레임워크의 단단함과 퍼시스턴스 개념이 관련이 있으며, 이를 바탕으로 지금까지 제안된 여러가지 제어방식을 소개한다. 편대 제어 문제와 그래프의 단단함과 퍼시스턴스간의 관계에 대한 기본적인 지식은 논문 [11]에서도 자세히 다뤄지고 있다.

1. 무향(undirected) 거리기반 편대 제어

앞서 II 장에서 보았듯이 다중 에이전트로 구성된 편대에서 각 에이전트들 간의 정보 흐름 관계는 그래프 $G=(V,E)$ 로 표현이 가능하고 공간상에 존재하는 에이전트들의 위치까지 고려하게 되면 프레임워크 $(G,\mathbf{p})$ 를 이용해 편대를 표현할 수 있다. 그래프의 실현은 에이전트들의 위치가 되고 노드간의 유클리디언 노름은 에이전트간의 상대 거리가 된다.

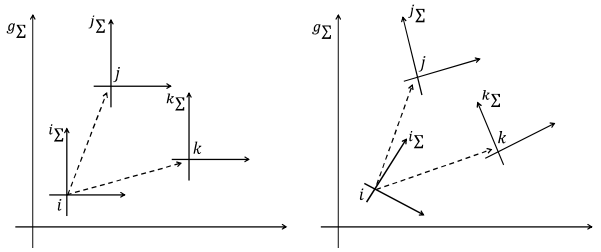


그림 8. 변위기반 및 거리기반 편대 제어.

Fig. 8. Displacement-based and distance-based formation control.

일반적으로 편대 제어의 목적은 원하는 편대의 모양이 $\mathbf{p}^*$ 로 주어졌을 때, 에이전트들을 제어해서 $\mathbf{p}^*$ 와 합동인 특정 위치로 수렴하도록 하거나 $\mathbf{p}^*$ 와 합동인 위치들로 이루어진 부분집합 안에서 움직이도록 만드는 것이다. 이러한 목적을 거리기반 편대 제어에서는

$$\left\|\mathbf{p}_i-\mathbf{p}_j\right\|\to\left\|\mathbf{p}_i^*-\mathbf{p}_j^*\right\|,\ \ \forall i,j\in V,$$

을 달성함으로써 이루고자 한다. 이를 위해서는 II 장에서 언급한 프레임워크의 단단함과 퍼시스턴스 개념이 필요하다.

1.1 단일 적분기 모델

우리는 n 차원 공간에 존재하는 N 개의 에이전트로 이루어진 편대를 고려한다. 즉, $V=\{1,\cdots,N\}$ 이다. 각 에이전트의 움직임이 단일 적분기로 표현되는 다음과 같은 시스템을 고려한다.

$$\dot{\mathbf{p}}_i=\mathbf{u}_i,\ \ i\in V. \tag{4}$$

즉, 데카르트 좌표계로 표현된 에이전트 i 의 위치는 $\mathbf{p}_i\in\mathbb{R}^n$ 으로, 제어 입력은 $\mathbf{u}_i\in\mathbb{R}^n$ 으로 표현된다. 식 (4)와 같이 위첨자 없이 표현된 좌표계를 ${}^g\Sigma$ 로 나타내고 전역 좌표계라 부르자. 거리기반 편대 제어 문제에서는 각 에이전트들이 독립적인 좌표계에서 자신의 움직임을 제어하고 있다고 가정한다. 이는 에이전트 i 가 사용하고 있는 지역 좌표계의 오리엔테이션이 전역 좌표계의 오리엔테이션과 일치하지 않을 수 도 있다는 의미이다(그림 8).

에이전트 i 가 사용하는 지역 좌표계를 ${}^i\Sigma$ 로 표현하고 벡터들의 ${}^i\Sigma$ 에서의 좌표들에는 모두 위첨자 i 를 이용하기로 한다. 그러면 식 (4)는 지역 좌표계에서 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$\dot{\mathbf{p}}_i^i=\mathbf{u}_i^i,\ \ i\in V.$$

에이전트 i 가 에이전트 j 를 이웃으로 가진다 함은 에이전트 i 가 자신의 지역 좌표계에서 에이전트 j 의 상대 위치를 측정할 수 있음을 의미한다. 즉, 에이전트 i 는 다음과 같은 측정값을 사용할 수 있다고 가정한다.

$$\mathbf{p}_{ji}^i=\mathbf{p}_j^i-\mathbf{p}_i^i,\ \ \forall j\in N_i,\ \ i\in V. \tag{5}$$

원하는 편대를 이루는 실현들의 집합을 다음과 같이 정의한다.

$$E_{\mathbf{p}^*} = \left\{ \mathbf{p} \in \mathbb{R}^{nN} : \left\| \mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i \right\| = \left\| \mathbf{p}_j^* - \mathbf{p}_i^* \right\|,\ \forall i, j \in \mathrm{V} \right\}. \quad (6)$$

원하는 편대를 만들기 위한 방법으로 많은 논문에서 그래디언트(gradient) 기반의 제어 기법을 제안하고 있다. 에이전트 i 의 지역 포텐셜 함수(local potential function) $\phi_i : \mathbb{R}^{n(|\mathrm{N}_i|+1)} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$\phi_i\left(\mathbf{p}_i^i, ..., \mathbf{p}_j^i, ...\right) = \frac{k_p}{2} \sum_{j \in \mathrm{N}_i} \gamma_{ij}\left(\left\| \mathbf{p}_j^i - \mathbf{p}_i^i \right\| \right),\ \ i \in \mathrm{V}.$$

여기서 k_p 는 양의 상수이고, $\gamma_{ij} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ 는 미분 가능한 함수이다. 앞서 정의한 포텐셜 함수를 이용한 그래디언트 기반의 제어 방식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i^i &= -\nabla_{\mathbf{p}_i^i} \phi_i(\mathbf{p}_i^i, ..., \mathbf{p}_j^i, ...) \\ &= k_p \sum_{j \in \mathrm{N}_i} \frac{\partial \gamma_{ij}\left(\left\| \mathbf{p}_j^i - \mathbf{p}_i^i \right\| \right)}{\partial \left(\left\| \mathbf{p}_j^i - \mathbf{p}_i^i \right\| \right)} \frac{\mathbf{p}_j^i - \mathbf{p}_i^i}{\left\| \mathbf{p}_j^i - \mathbf{p}_i^i \right\|}. \end{aligned} \quad (7)$$

제어 입력 (7)은 에이전트 i 의 지역 좌표계에서 측정된 측정값만을 이용함에 주목하자. 식 (7)은 실제로는 ${}^{i}\Sigma$ 상에서 구현되지만, 전체 시스템의 안정성 해석 과정에서는 편의를 위해 ${}^{g}\Sigma$ 에서의 표현으로 나타낸다. 식 (7)을 적절한 좌표변환을 통해 ${}^{g}\Sigma$ 에서 나타내면 다음과 같다.

$$\mathbf{u}_i = -\nabla_{\mathbf{p}_i} \phi_i(\mathbf{p}_i^i, ..., \mathbf{p}_j^i, ...). \quad (8)$$

식 (8)을 통해 전체 시스템을 그래디언트 시스템으로 표현할 수 있고, 이를 위해 전역 포텐셜 함수 $\phi : \mathbb{R}^{nN} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\phi(\mathbf{p}) = \sum_{(i,j) \in \mathrm{E}} \gamma_{ij}\left(\left\| \mathbf{p}_j^i - \mathbf{p}_i^i \right\| \right). \quad (9)$$

그러면 무향그래프의 특성으로 인해 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\nabla_{\mathbf{p}_i} \phi_i(\mathbf{p}_i^i, ..., \mathbf{p}_j^i, ...) = \nabla_{\mathbf{p}_i} \phi_i(\mathbf{p}).$$

이로부터 전체 시스템의 동작은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{u} = -\nabla \phi_i(\mathbf{p}). \quad (10)$$

그래디언트 제어 기법을 이용해 원하는 편대를 얻기 위해서는 $E_{\mathbf{p}^*}$ 가 $\phi(\mathbf{p})$ 의 임계점들로 이루어진 집합에 속하도록 γ_{ij} 를 택해야 한다. Krick 등은 2차원 공간상에서의 편대 제어를 위해 γ_{ij} 를 다음과 같이 제안하고 있다[12].

$$\gamma_{ij}\left(\left\| \mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i \right\| \right) = k_p \left(\left\| \mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i \right\|^2 - \left\| \mathbf{p}_j^* - \mathbf{p}_i^* \right\|^2 \right)^2. \quad (11)$$

여기서 k_p 는 양의 상수이다.

Krick 등은 원하는 편대를 나타내는 프레임워크 $(\mathrm{G}, \mathbf{p}^*)$ 가 $\mathbb{R}^2$ 상에서 무한소로 단단하다는 가정 하에, $E_{\mathbf{p}^*}$ 가 3차 다양체(manifold)라는 것을 보이고. 안정성 해석 과정에서 $E_{\mathbf{p}^*}$ 가 콤팩트(compact)하지 않음으로 인해 발생하는 복잡함을 피하기 위해, 센트로이드 다이나믹(centroid dynamics)을 별도로 분리하였다. 센트로이드 다이나믹을 분리하고 남은 상태로 구성된 시스템은 그래디언트 시스템 이며, 이 그래디언트 시스템의 평형 집합(equilibrium set)은 부분 다양체(submanifold)가 된다. 이 부분 다양체에 중심 다양체 이론(center manifold theory)을 적용해서 지역에서의 점근적 안정성(local asymptotic stability)을 보이고 있다[12].

Dorfler와 Francis는 논문 [12]에 제안된 그래디언트 제어 기법을 적용하여 시스템의 안정성을 보이기 위해 리아푸노프(Lyapunov) 안정성 해석 방법을 이용하였다[13]. 구체적으로는 시스템 (10)을

$$\mathbf{e} = [\mathbf{e}_1^T \cdots \mathbf{e}_{|\mathrm{E}|}^T]^T = (H^T \otimes I_2)\mathbf{p} \in \mathbb{R}^{2|\mathrm{E}|},$$

로 표현하고, 리아푸노프 함수를 아래와 같이 선택했다.

$$V(\mathbf{e}) = \sum_{i=1}^{|\mathrm{E}|} \left(\left\| \mathbf{e}_i \right\|^2 - \left\| \mathbf{e}_i^* \right\|^2 \right).$$

여기에서

$$[\mathbf{e}_1^{*T} \cdots \mathbf{e}_N^{*T}]^T = (H^T \otimes I_2)\mathbf{p}^*,$$

이고 H 는 그래프 $\mathrm{G} = (\mathrm{V}, \mathrm{E})$ 에 대한 입사(incident) 행렬이다.

Dorfler와 Francis는 만약 $\mathbb{R}^2$ 상에서 $(\mathrm{G}, \mathbf{p}^*)$ 가 최소 무한소로 단단(minimally infinitesimally rigid)하면 콤팩트한 평형 집합 근방에서 시간에 대한 V 의 미분이 음의 한정(negative definite)임을 보이고 있다[13].

Oh와 Ahn은 논문 [13]의 결과를 n 차원으로 확장하였을 때, $E_{\mathbf{p}^*}$ 의 지역에서의 점근적 안성성을 얻기 위해 $(\mathrm{G}, \mathbf{p}^*)$ 의 무한소 단단함이 결정적인 역할을 하지 않음을 증명하였다. 즉, 만약 $\mathbb{R}^n$ 상에서 $(\mathrm{G}, \mathbf{p}^*)$ 가 단단하면, $E_{\mathbf{p}^*}$ 가 (10)에 대해 지역에서 점근적으로 안정하다는 것을 보였다[14].

Dimarogonas와 Johansson은 다음과 같은 포텐셜 함수를 제안하고 있다[15,16].

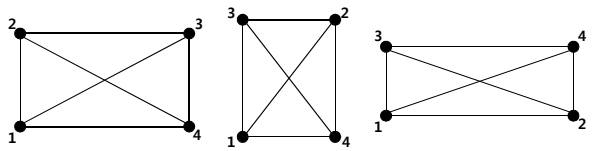
$$\gamma_{ij}\left(\left\| \mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i \right\| \right) = k_p \frac{\left(\left\| \mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i \right\|^2 - \left\| \mathbf{p}_j^* - \mathbf{p}_i^* \right\|^2 \right)^2}{\left\| \mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i \right\|^2}. \quad (12)$$

여기서 k_p 는 양의 상수이다. 식 (12)에서 모든 $(i, j) \in \mathrm{E}$ 에 대해 $\left\| \mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i \right\| \to 0$ 인 경우, γ_{ij} 는 무한대로 발산한다. 따라서 각 에이전트는 자신의 이웃들과의 충돌을 회피한다.

Dimarogonas와 Johansson은

$$E'_{\mathbf{p}^*} = \{ \mathbf{p} \in \mathbb{R}^{nN} : \left\| \mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i \right\| = \left\| \mathbf{p}_j^* - \mathbf{p}_i^* \right\|, \forall (i, j) \in \mathrm{E} \},$$

로 주어지는 평형 집합 $E'_{\mathbf{p}^*}$ 는 지역에서 점근적으로 안정함을 보이고 있다. 또한, 모든 에이전트들이 초기에 동일한 위치에 놓여있지 않다는 가정 하에 $\mathbf{p}$ 가 항상 $E'_{\mathbf{p}^*}$ 에 점근적으로 수렴하기 위한 필요충분 조건은 그래프 G 가 트리(tree)



(a) (b) (c)

그림 9. 직사각형 모양의 평형 편대.

Fig. 9. Rectangular equilibrium formations.

구조를 가지는 것임을 보이고 있다. 이와는 달리, 어떤 그래프가 순환(cycle) 구조를 포함하는 경우, 전역에서의 안정성은 더 이상 유효하지 않다[16,17].

원하는 편대와 합동인 실현들의 집합으로 정의된 $E_{\mathbf{p}^*}$ 와는 달리 $E'_{\mathbf{p}^*}$ 는 원하는 편대와 동등한 프레임워크를 구성하는 실현들의 집합으로 정의되어 있다. 따라서 그래프가 전역적으로 안정할 경우 $E_{\mathbf{p}^*} = E'_{\mathbf{p}^*}$ 이 성립하지만 그렇지 않은 경우 일반적으로 $E_{\mathbf{p}^*} \subset E'_{\mathbf{p}^*}$ 의 관계가 성립한다.

Krick 등은 식 (11)에 주어진 γ_{ij} 와 식 (10)으로 주어진 그래디언트 제어 기법을 이용한 편대 제어 문제에서 원하는 모양의 편대를 형성하지 못하는 평형 상태가 있음을 반례를 들어 보이고 있다. 예를 들어 네 개의 에이전트들로 이루어지고 완전 그래프로 표현되는 직사각형 모양의 편대가 그림 9(a)와 같이 주어졌다고 가정하자. 원하는 편대의 모양을 얻기 위해 필요한 에이전트간의 상대 거리가 다음과 같다고 가정하자.

$$\left\|\mathbf{p}_2^* - \mathbf{p}_1^*\right\| = a, \ \left\|\mathbf{p}_4^* - \mathbf{p}_1^*\right\| = b.$$

Krick 등은 에이전트들의 초기 위치에 따라 그림 9(b) 또는 그림 9(c)와 같이 꼬인 형태의 원하지 않는 편대 모양에서 평형 상태를 가질 수 도 있음을 보이고 있다[12]. 즉, 대각선 위에 있던 에이전트 3이 에이전트 2 또는 에이전트 3과 위치가 바뀌어 있고, 이웃한 에이전트들과의 상대거리들도 원하는 편대 모양의 것들과 일치하지 않는다.

Krick 등이 제시한 반례로부터 네 개의 에이전트로 이루어진 직사각형 모양의 편대에 대해 전역에서의 안정성에 대한 보다 자세한 결과들이 알려져 있다[18-20].

Oh와 Ahn은 포텐셜 함수의 그래디언트 형태를 취하는 기존의 제어 기법과 달리, 에이전트들의 움직임으로 인해 발생하는 상대 거리의 동적 특성을 가상의 시스템으로 생각하고, 이를 제어 함으로써 원하는 편대를 얻기 위한 제어 기법을 제안하고 있다[21-23]. 그들은 제안한 제어 기법을 통해 2차원 공간에서 무한소로 단단(infinitesimally rigid)한 프레임워크로 주어지는 원하는 편대가 지역에서 점근적으로 안정함을 보이고 있다. 더 나아가, 세 개의 에이전트로 이루어진 시스템의 경우 에이전트들의 초기 위치가 일직선상에 위치하지만 않으면 원하는 편대가 지수적으로 안정함(exponentially stable)을 보이고 있다.

1.2 이중 적분기 모델

에이전트들의 움직임을 이중 적분기로 표현하여 편대 제어 문제를 다루고 있는 문헌들도 있다[14,24]. 이중 적분기로 표현되는 N 개의 에이전트들의 움직임은 n 차원 공간에서 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\mathbf{p}}_i = \mathbf{v}_i, \ \ \dot{\mathbf{v}}_i = \mathbf{u}_i, \ \ i \in \mathbb{V} = \{1, \cdots, N\}. \tag{13}$$

여기서 $\mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{v}_i \in \mathbb{R}^n$ 과 $\mathbf{u}_i \in \mathbb{R}^n$ 은 각각 ${}^g\Sigma$ 에서 표현된 에이전트 i 의 위치, 속도 그리고 제어 입력을 의미한다. 각 에이전트는 그들의 지역 좌표계에서 이웃들의 속도와 위치를 측정한다. 원하는 편대 모양을 나타내는 평형 집합은 다음과 같이 정의된다.

$$E_{\mathbf{p}^*,\mathbf{v}^*} = \{[\mathbf{p}^T \ \mathbf{v}^T]^T \in \mathbb{R}^{2nN} : \left\|\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i\right\| = \left\|\mathbf{p}_j^* - \mathbf{p}_i^*\right\|, \ \mathbf{v} = \mathbf{0}, \forall i, j \in \mathbb{V}\}.$$

이중 적분기로 표현된 에이전트들의 제어를 위해 Olfati-Saber와 Murray는 다음과 같은 제어 기법을 제안하고 있다[24].

$$\mathbf{u} = -\nabla_{\mathbf{p}}\phi(\mathbf{p}) - D(\mathbf{p}, \mathbf{v}). \tag{14}$$

여기서 ϕ 는 식 (9)와 (11)로 정의되고, $D(\mathbf{p}, \mathbf{v})$ 는 다음과 같은 조건을 갖는다.

$$D(\mathbf{p}, \mathbf{0}) = \mathbf{0}, \ \ [D(\mathbf{p}, \mathbf{v})]^T \mathbf{v} > 0, \ \ \forall \mathbf{v} \neq \mathbf{0}.$$

Olfati-Saber와 Murray는 식 (14)로 주어진 제어 기법을 사용할 경우 $E_{\mathbf{p}^*,\mathbf{v}^*}$ 가 지역에서 점근적으로 안정함을 보이고 있다.

2. 유향(directed) 거리기반 편대 제어

우리는 그림 6에서 편대를 표현하는 프레임워크의 그래프가 단방향성을 갖는 변을 포함할 경우, 변의 방향성에 따라 주어진 거리조건을 동시에 만족시키지 못하는 에이전트가 존재할 수 있음을 보았다. 즉, 유향편대의 경우 프레임워크의 단단함 혹은 무한소 단단함은 더 이상 거리기반 편대 제어를 위한 적절한 조건을 제공하지 못한다. 이로 인해 유향편대에서 거리기반 제어를 이루기 위한 조건들이 연구되었다[7,8,25].

Baillieul과 Suri는 단일 적분기로 모델링 되는 에이전트들의 2차원 공간에서의 편대 제어를 위한 제어 기법을 다음과 같이 제안하고 있다[25].

$$\mathbf{u}_i = k_p \sum_{j \in \mathbb{N}_i} \left(\left\|\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i\right\| - \left\|\mathbf{p}_j^* - \mathbf{p}_i^*\right\|\right)\left(\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i\right). \tag{15}$$

Baillieul과 Suri는 그래프가 순환 구조를 포함할 경우 측정값에 잡음(noise)이나 편향(bias)이 존재할 경우 불안정성을 야기할 수 있음을 언급하면서 프레임워크가 안정적으로 단단(stably rigid)하기 위한 세 가지의 필요조건들을 제시하고 있다. Eren은 논문 [25]에서 제시하고 있는 세 가지 조건 중 하나가 불필요하다고 주장하고 있다[26]. 즉, 다음 조건들을 만족하면, 식 (15)로 주어진 제어 기법을 통해 유향편대가 안정적으로 단단하다는 것을 보이고 있다.

- 유향편대의 무향 프레임워크가 무한소로 최소로 단단(infinitesimally minimally rigid)하다.
- 유향편대의 그래프가 순환 구조를 갖지 않는다.

Hendrickx 등은 순환 구조를 갖지 않는 모든 유향 퍼시스턴트(directed persistent) 그래프는 Henneberg 노드 추가 시퀀스

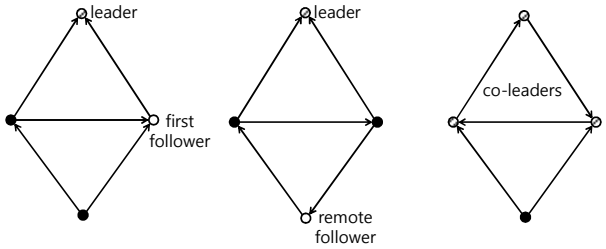


그림 10. 최소 퍼시스턴스 편대.
Fig. 10. Minimally persistent formations.

(Henneberg vertex addition sequence)를 통해 만들어 질 수 있음을 말하고 있다[7]. 이러한 사실에 기반하여 Krick 등은 식 (11)에 주어진 γ_{ij} 와 식 (8)에 주어진 제어 기법을 이용했을 때 순환 구조를 갖지 않는 최소 퍼시스턴트(minimally persistent) 편대가 지역에서 점근적으로 안정함을 보이고 있다[12]. 또한 Oh와 Ahn은 입력-상태 안성성(input-to-state stability) 개념을 통해 순환 구조를 갖지 않는 퍼시스턴트 편대의 지역에서의 점근적 안정성을 보이고 있다[27,28].

Yu 등과 Summers 등은 최소 퍼시스턴트 편대의 안정성에 대한 많은 결과들을 보여주고 있다[29,30]. Summers 등은 모든 최소 퍼시스턴트 편대는 다음과 같은 세 가지 구조 중 하나를 가진다고 말하고 있다(그림 10).

- LFF (Leader-First-Follower): 하나의 리더(leader) 에이전트가 나가는 변을 가지고 있지 않고, 첫 번째 추종자(follower)가 리더로 들어가는 오직 하나의 나가는 변만을 가지고 있다. 다른 에이전트들은 두 개의 나가는 변을 가지고 있다.
- LRF (Leader-Remote-Follower): 하나의 리더 에이전트가 나가는 변을 가지고 있지 않다. 하나의 떨어진 추종자(remote follower)가 자신으로부터 나가서 리더가 아닌 다른 에이전트로 들어가는 하나의 변을 가지고 있다. 다른 에이전트들은 두 개의 나가는 변을 가지고 있다.
- Co-leader: 공동리더(co-leader)로 불리는 세 개의 에이전트들이 각각 하나의 나가는 변을 가지고 있다. 다른 에이전트들은 두 개의 나가는 변을 가진다.

Yu 등은 평면상에서 단일 적분기로 모델링 되는 N 개의 에이전트들로 이루어진 편대에 대해 편대의 그래프가 LFF 구조를 갖는 경우에 한해 다음과 같은 제어 기법을 제안하고 있다.

$$\mathbf{u}_i = K_i(\bar{\mathbf{p}}_i - \mathbf{p}_i), \quad \forall i \in \mathrm{V}. \tag{16}$$

여기서 $K_i \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ 는 이득(gain) 행렬이고, $\bar{\mathbf{p}}_i$ 는 모든 $j \in \mathrm{N}_i$ 에 대해 $\|\mathbf{p}_j - \bar{\mathbf{p}}_i\| = \|\mathbf{p}_j^* - \mathbf{p}_i^*\|$ 을 만족하는 $\mathbf{p}_i$ 로부터 가장 가까운 위치이다. Yu 등은 식 (16)에 주어진 제어 기법을 통해 원하는 편대 근처에서 선형화된 시스템의 시스템 행렬이 Hurwitz이도록 하는 이득 행렬을 찾을 수 있음을 보이고 있다[29].

Summers 등은 논문 [29]의 결과를 확장해서 식 (16)으로 주어진 제어 기법을 통해 LRF 및 공동리더 구조의 편대 역시 지역에서 점근적으로 안정하도록 이득 행렬을 택할 수 있음을 보이고 있다[30].

보다 일반적인 최소 퍼시스턴트 편대의 제어 문제에 앞서 2차원 공간에서 세 개의 에이전트들로 이루어진 간단한 형태의 편대인 삼각형 모양의 편대에 대해서는 안정성에 대한 전역적인 해석 결과들이 있다[31-36].

Anderson 등은 공동리더 타입의 삼각 편대를 위해 다음과 같은 제어 기법을 제안하고 있다.

$$\mathbf{u}_i = \left(\|\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i\| - \|\mathbf{p}_j^* - \mathbf{p}_i^*\|\right)\frac{(\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i)}{\|\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i\|}, \quad j \in \mathrm{N}_i.$$

Anderson 등은 $\mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}_2$, $\mathbf{p}_3$ 가 초기에 동일직선상(collinear)에 있지 않다면, 각 에이전트 사이의 상대 거리가 원하는 값으로 지수적으로 수렴함을 보이고 있다[31]. Cao 등은 그들이 제안한 제어 기법을 공동리더 형태의 삼각 편대에서 사용했을 때 에이전트들이 초기에 동일직선상(collinear)에 위치에 있지 않으면 모든 양의 시간 구간에서 동일직선상 위치로 수렴하지 않고 결국 원하는 편대로 수렴함을 보이고 있다[32,34,35]. 또한 비슷한 해석 방법을 통해 LFF 형태의 삼각 편대도 같은 안정성 속성을 가진다는 것을 보이고 있다[33].

Dorfler와 Francis는 Cao 등이 다룬 공동리더 형태의 삼각 편대에서 에이전트들이 원하지 않는 다양체 근처에서 보이는 움직임을 미분 기하학적 해석을 통해 살펴봄으로써 원하는 편대의 안정성을 보이고 있다[36]. Park 등은 N 개의 에이전트들로 구성된 유향(directed) 순환 편대에 대해 에이전트들이 초기에 일직선상에 위치하지 않으면 그래디언트 기반의 제어 기법으로 에이전트들이 이웃들과 원하는 상대 거리를 유지할 수 있음을 보이고 있다[37]. 그리고 LFF 형태의 삼각 편대에서 동일직선상 위치에 있는 에이전트들이 불변 집합(invariant set)을 형성하지 않고 동일직선상 위치로부터 빠져나오도록 하는 제어 기법 또한 제안하고 있다[38].

IV. 주요 이슈

앞서 II 장과 III 장에 걸쳐 언급한 바와 같이 거리기반 편대 제어 문제에서 고려하는 것은 단단한 편대 (무향 편대의 경우) 또는 퍼시스턴트 편대 (유향 편대의 경우)의 제어 문제이다. 이는 근본적으로 편대 그래프가 단단하지 않은 경우 주어진 상대 거리 조건을 만족하면서도 원하는 편대와 합동이지 않은 편대가 무수히 많이 존재하기 때문이다. 하지만, 편대 그래프의 단단함 또는 퍼시스턴스는 에이전트들이 원하는 편대를 형성하는데 있어서 충분조건이 되지 못한다. IV 장에서는 거리기반 편대 제어에 있어 어떠한 미해결 문제와 이슈들이 있는지 구체적으로 알아본다.

1. 무향 편대의 경우

III 장에서 본 바와 같이 거리기반 편대 제어 시스템에서는 전역 안정성이 보장되지 못하는 경우가 대부분이다. 예를 들어 4개의 에이전트들로 이루어진 무향그래프로 표현이 되는 편대에서 그래디언트 제어 기법을 이용한 경우, 직사각형(rectangular) 편대에 대해서는 모든 원하지 않는 평형 집합이 불안정함이 알려져 있지만[19], 일반적인 사변형(quadrilateral) 편대에 대해서는 흡인적인 원하지 않는(attractive undesired) 평형 집합의 존재 여부가 밝혀져 있지 않다[18].

무향 편대에서의 또 다른 쟁점은 강인성(robustness)에 대한 문제이다. 무향 편대에서는 하나의 변에 대해 두 개의 에이전트가 원하는 변의 길이를 얻기 위해 움직인다. 이 때, 두 에이전트에 할당된 원하는 변 길이에 편차가 존재할 경우 원하는 변 길이를 얻지 못해 끊임없이 움직이게 된다. 예를 들어 3개의 에이전트들로 이루어진 삼각형 편대의 경우 원하는 변 길이의 불일치로 인해 에이전트들의 궤적이 닫힌 궤도(closed orbit)를 향해 지수적으로 수렴한다[39]. 물론, 보다 일반적으로 N 개의 에이전트들로 이루어진 시스템의 경우 상황은 더욱 복잡하다.

편대의 제어 방법에 있어 기존에 사용된 포텐셜 함수의 그래디언트를 이용한 제어 방법은 에이전트들이 원하는 편대로 수렴해 가는 과정에서 보여주는 궤적이 다소 비효율적인 양상을 보인다. 이러한 단점을 보완하기 위해 에이전트들의 움직임으로 인해 발생하는 변 길이의 변화로 인해 발생하는 동적 특성을 이용해 변 길이를 직접 변화시키는 가상의 제어 신호를 설계하고 이로부터 각 에이전트들에게 필요한 제어 신호를 역으로 설계 함으로써 편대 제어를 이룬 제어 기법도 존재한다[21-23]. 하지만 아쉽게도 효율성의 개선 여부에 대해 시뮬레이션을 통한 정성적인 결과만을 보여주고 있다. 따라서, 편대 제어 문제에 있어 기존 문헌들에서 사용하고 있는 제어 방법보다 보다 최적화된 제어 방법의 설계 문제도 중요한 쟁점이다.

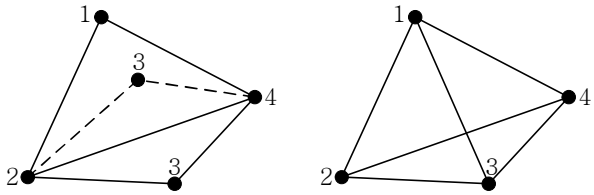
2. 유향 편대의 경우

유향 편대에서는 최소 퍼시스턴트 편대에 대해 지역에서의 점근적 안정성을 얻기 위한 제어 방법과 안정성 해석 방법이 알려져 있다[29,30]. 하지만, 최소 퍼시스턴트하지 않은 편대에 대해서는 점근적 안정성을 얻기 위해 제안된 제어 방법이 아직까지 나타나지 않고 있다. 또한 논문 [29]과 [30]에서 제안된 제어 방법과 안정성 해석에는 수렴 반경에 대한 내용을 포함하고 있지 않다. 따라서, 수렴 반경에 대한 추정 문제는 지역에서의 점근적 안정성 결과로부터 나올 수 있는 당면한 과제이다.

거리기반 편대 제어에서 전역 안정성을 얻지 못하는 가장 큰 문제점들 중 하나는 동일직선상 편대의 불변성에 있다. 다시 말해, 에이전트들의 초기 위치가 동일직선상 편대를 형성할 경우 포텐셜 함수의 그래디언트를 이용한 제어 기법의 경우 에이전트들이 동일직선상 편대를 형성하는 위치에서 빠져 나오지 못한다. 논문 [38]에서는 이러한 문제점에 대해 부분적인 해법을 제시하고 있다. 하지만, 논문 [38]에서 제시된 방법은 비순환적 최소 퍼시스턴트(acyclic minimally persistent) 편대에 대해서만 결과가 국한되어 있다는 아쉬움이 있다.

3. 공통 이슈들

거리기반 편대 제어에 있어서 무향 편대와 유향 편대 모두 공통적으로 갖고 있는 문제점은 편대의 접힘으로 인한 모호성(flip ambiguity) 문제이다. 예를 들어 2차원 공간에서의 편대 제어의 경우 그림 11(a)를 보면 3번 에이전트는 $3'$ 의 위치에 존재해도 이웃한 에이전트들과의 상대 거리 조건을 모두 만족한다. 즉, 주어진 거리조건만으로는 편대의 모양이 유일하게 결정되지 않는다. 반면 그림 11(b)를 보면 고정된 변 길이가 주어지면 그림 11(a)에 존재하던 접힘으로 인한 모호성 문제가 발생하지 않는다. 이러한 두 그래프의 구조적인 차이점을 설명해주는 개념이 전역적 단단함이다. 특히 2차원 공간상에서 에이전트들 간에 상대 거리 조건이 주어졌을 때 편대의 모양이 유일하기 위한 그래프 조건은 그래프가 3-연결(3-connected)이고 과다로 단단(redundantly rigid)한 것이다[40]. 따라서 전역적으로 단단한 그래프를 이용해 표현이 되는 편대에 대해 전역적으로 원하는 편대를 얻기 위한 제어 기법의 개발이 궁극적으로 이루어져야 한다.



(a) Not globally rigid formation. (b) Globally rigid formation.

그림 11. 접힘으로 인한 모호성.
Fig. 11. Flip ambiguity.

이러한 접힘으로 인한 모호성 문제에 관해 그래프 이론적 관점으로 바라볼 수 있는 또 다른 문제는 전역적으로 단단하지 않은 그래프로부터 그래프의 연결 구조를 변형하여 전역적으로 단단한 그래프를 얻는 문제이다. Hur와 Ahn은 2차원 공간 상에서 전역적으로 단단한 그래프를 얻기 위한 능동 측위(active localization) 개념을 도입하고 있다[41].

대부분의 편대 제어 관련 결과들이 원하는 편대로의 안정화 문제에 초점을 맞추고 있지만, 전체 편대가 특정 위치로 이동하는 문제나 특정 속도를 갖고 움직이는 문제들 역시 중요한 문제들이다. Ahn은 에이전트들의 측위를 통한 편대 조율(coordination)의 개념을 도입하여 에이전트들이 원하는 궤적을 따라 움직이도록 하는 알고리즘을 제시하고 있다[42].

4. 편대 제어를 위한 다른 접근 방법들

거리기반 편대 제어 문제에서는 각 에이전트들이 서로 다른 지역 좌표계에서 측정된 변수들만을 이용해 편대 제어를 이뤄야 하는 상황에 놓여 있다. 이와 달리, 각각의 지역 좌표계들의 방향이 정렬되어 있다는 조건이 주어지거나 혹은 특정 알고리즘을 통해 방향의 정렬이 가능하다는 조건이 주어질 경우 변위기반의 편대 제어가 가능해진다. 이러한 변위기반의 편대 제어는 기본적으로 컨센서스 알고리즘 기반의 제어 기법을 통해 이뤄지고, 관련된 많은 결과들이 나와있다[43-47].

거리기반 편대 제어 방식을 넘어서 최근에는 순수 거리기반 편대 제어, 각(angle)기반 편대 제어 등의 문제도 화두가 되고 있다. 순수 거리기반 편대 제어 문제에서는 거리기반 편대 제어 문제와 달리 각 에이전트가 지역에서 측정하는 변수 자체도 상대 변위보다 더 적은 정보를 포함하고 있는 상대 거리만으로 주어지는 경우를 다룬다[48].

각 기반 편대 제어 문제에서는 원하는 편대가 상대 변위 또는 상대 거리가 아닌 이웃한 에이전트들 간의 상대 각으로 주어진다. 예를 들어, 세 개의 에이전트로 이루어진 편대에서 각 에이전트가 이웃한 두 에이전트들과 이루는 상대 각을 $\pi/3$ 로 유지하게 되면 편대의 모양은 정삼각형 모양이 된다. 하지만, 각 기반의 편대 제어 방식은 편대의 모양은 제어가 가

능 하더라도 전체 크기가 초기값에 의해 임의로 결정된다는 점이 기존의 편대 제어 문제들과 다른 특성을 보인다[49,50].

V. 결론

본 논문에서는 거리기반 편대 제어를 소개하였다. 구체적으로 거리기반 편대 제어를 설명하기 위한 수학적 배경지식과 주요 결과를 정리하였고, 이슈를 나열하였다. 거리기반 제어는 편대 제어라는 측면에서는 변위기반 제어 (예를 들어 컨센서스)보다 일반적인 프레임워크라고 볼 수 있다. 거리기반 제어는 그래프 이론에 기반을 해서 설명되지만, 각 개체들의 움직임이 동역학 특성을 가지기 때문에 단순하게 그래프 이론으로 해석되어지지 않는다. 거리기반 편대 제어에서는 상대방과 절대거리와 상대각도를 관측하고 이를 바탕으로 원하는 편대 제어를 수행한다. 제어 분야에서는 상대적으로 최근에 연구된 주제로 응용분야의 다양성으로 인하여 많은 관심을 끌고 있는 제어이론이라 할 수 있다. 본 논문에서는 간단하게 소개를 하였으나, 거리기반 편대 제어의 다양한 문제 및 수학적으로 정리된 주요 결과에 관심이 있는 독자는 참고문헌을 참고하기 바란다.

참고문헌

[1] J.-S. Kim and Y.-H. Joo, "Asynchronous behavior control algorithm of the swarm robot for surrounding intruders," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 18, no. 9, pp. 812-818, Sep. 2012.

[2] S.-H. Kim, S.-O. Cho, S.-B. Cho, and C.-B. Park, "Development of operation network system and processor in the loop simulation for swarm flight of small UAVs," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 18, no. 5, pp. 401-508, May 2012.

[3] K.-K. Oh, M.-C. Park, and H.-S. Ahn, "A survey of multi-agent formation control: Position-, displacement-, and distance-based approaches," Number: Gist DCASL TR 2012-02, Dec. 2012.

[4] L. Asimow and B. Roth, "The rigidity of graphs, II," *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, vol. 68, no. 1, pp. 171-190, 1979.

[5] B. Hendrickson, "Conditions for unique graph realizations," *SIAM Journal on Computing*, vol. 21, no. 1, pp. 65-84, 1992.

[6] R. Connelly, "Generic global rigidity," *Discrete and Computanional Geometry*, vol. 33, no. 4, pp. 549-563, 2005.

[7] J. M. Hendrickx, B. D. O. Anderson, J.-C. Delvenne, and V. D. Blondel, "Directed graphs for the analysis of rigidity and persistence in autonomous agent systems," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 17, no. 10-11, pp. 960-981, 2007.

[8] C. Yu, J. M. Hendrickx, B. Fidan, B. D. O. Anderson, and V. D. Blondel, "Three and higher dimensional autonomous formations: Rigidity, persistence and structural persistence," *Automatica*, vol. 43, no. 3, pp. 387-402, 2007.

[9] H.-S. Ahn and K.-K. Oh, "Command coordination in multi-agent formation: Euclidean distance matrix approaches," *in Proceedings of the IEEE International Conference on Control Automation and Systems*, pp. 1592-1597, Oct. 2010.

[10] K.-K. Oh and H.-S. Ahn, "A survey of formation of mobile agents," *in IEEE Multi-conference on Systems and Control*, pp. 1470-1475, Sep. 2010.

[11] B. D. O. Anderson, C. Yu, B. Fidan, and J. M. Hendrickx, "Rigid graph control architectures for autonomous formations," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 28, no. 6, pp. 48-63, 2008.

[12] L. Krick, M. E. Broucke, and B. A. Francis, "Stabilisation of infinitesimally rigid formations of multi-robot networks," *International Journal of Control*, vol. 82, no. 3, pp. 423-439, 2009.

[13] F. Dorfler and B. Francis, "Formation control of autonomous robots based on cooperative behavior," *in Proceedings of the 2009 European Control Conference*, pp. 2432-2437, Aug. 2009.

[14] K.-K. Oh and H.-S. Ahn, "Distance-based undirected formations of single-integrator and double-integrator modeled agents in n-dimensional space," *International Journal of Robust and Nonlinear Control* (published online), 2013.

[15] D. V. Dimarogonas and K. H. Johansson, "On the stability of distance-based formation control," *in Proc. of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1200-1205, Dec. 2008.

[16] D. V. Dimarogonas and K. H. Johansson, "Further results on the stability of distance-based multi-robot formations," *in Proceedings of the American Control Conference*, pp. 2972-2977, Jun. 2009.

[17] D. V. Dimarogonas and K. H. Johansson, "Stability analysis for multi-agent systems using the incidence matrix: quantized communication and formation control," *Automatica*, vol. 46, no. 4, pp. 695-700, 2010.

[18] B. D. O. Anderson, C. Yu, S. Dasgupta, and T. H. Summers, "Controlling four agent formations," *in Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Distributed Estimation and Control in Networked Systems*, pp. 139-144, Sep. 2010.

[19] S. Dasgupta, B. D. O. Anderson, C. Yu, and T. H. Summers, "Controlling rectangular formations," *in Proceedings of the Australian Control Conference*, pp. 44-49, Nov. 2011.

[20] T. H. Summers, C. Yu, S. Dasgupta, and B. D. O. Anderson, "Formation shape control: global asymptotic stability of a four-agent," *in Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control and the 28th Chinese Control Conference*, pp. 3002-3007, Dec. 2009.

[21] K.-K. Oh and H.-S. Ahn, "Distance-based formation control using Euclidean distance dynamics matrix: Three-agent case," *in Proceedings of the American Control Conference*, pp. 4810-4815, Jun. 2011.

[22] K.-K. Oh and H.-S. Ahn, "Distance-based formation control using Euclidean distance dynamics matrix: General cases," *in Proceedings of the American Control Conference*, pp. 4816-4821, Jun. 2011.

[23] K.-K. Oh and H.-S. Ahn, "Formation control of mobile agents based on inter-agent distance dynamics," *Automatica*, vol. 47, no. 10, pp. 2306-2312, 2011.

[24] R. Olfati-Saber and R. M. Murray, "Distributed cooperative control of multiple vehicle formations using structural potential functions," *in Proceedings of the 15th IFAC World Congress*, pp. 495-500, Jul. 2002.

[25] J. Baillieul and A. Suri, "Information patterns and hedging brocketts theorem in controlling vehicle formations," *in Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 556-563, Dec. 2003.

[26] T. Eren, B. D. O. Anderson, A. S. Morse, and P. N. Belhumeur, "Information structures to secure control of rigid formations with

leader-follower architecture," *in Proceedings of the American Control Conference*, pp. 2966-2971, Jun. 2005.
[27] K.-K. Oh and H.-S. Ahn, "Distance-based control of cycle-free persistent formations," *in IEEE Multi-conference on Systems and Control*, pp. 816-821, Sep. 2011.
[28] K.-K. Oh and H.-S. Ahn, "Local asymptotic convergence of a cycle-free persistent formation of double-integrators in three-dimensional space," *in IEEE Multi-conference on Systems and Control*, pp. 692-696, Oct. 2012.
[29] C. Yu, B. D. O. Anderson, S. Dasgupta, and B. Fidan, "Control of minimally persistent formations in the plane," *SIAM Journal on Control and Optimization*, vol. 48, no. 1, pp. 206-233, 2009.
[30] T. H. Summers, C. Yu, S. Dasgupta, and B. D. O. Anderson, "Control of minimally persistent leader-remote-follower and coleader formations in the plane," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 56, no. 12, pp. 2778-2792, 2011.
[31] B. D. O. Anderson, C. Yu, S. Dasgupta, and A. S. Morse, "Control of a three-coleader formation in the plane," *Systems & Control Letters*, vol. 56, no. 9-10, pp. 573-578, 2007.
[32] M. Cao, A. S. Morse, C. Yu, B. D. O. Anderson, and S. Dasgupta, "Controlling a triangular formation of mobile autonomous agents," *in Proc. of the 46th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 3603-3608, Dec. 2007.
[33] M. Cao, B. D. O. Anderson, A. S. Morse, and C. Yu, "Control of acyclic formations of mobile autonomous agents," *in Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1187-1192, Dec. 2008.
[34] M. Cao, C. Yu, A. S. Morse, B. D. O. Anderson, and S. Dasgupta, "Generalized controller for directed triangle formations," *in Proceedings of the 17th IFAC World Congress*, pp. 6590-6595, Jul. 2008.
[35] M. Cao, A. S. Morse, C. Yu, B. D. O. Anderson, and S. Dasgupta, "Maintaining a directed, triangular formation of mobile autonomous agents," *Communications in Information and Systems*, vol. 11, no. 1, pp. 1-16, 2011.
[36] F. Dorfler and B. Francis, "Geometric analysis of the formation problem for autonomous robots," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 55, no. 10, pp. 2379-2384, 2010.
[37] M.-C. Park, B.-Y. Kim, K.-K. Oh, and H.-S. Ahn, "Control of inter-agent distances in cyclic polygon formations," *in IEEE Multi-conference on Systems and Control*, pp. 951-955, Oct. 2012.
[38] M.-C. Park, K.-K. Oh, and H.-S. Ahn, "Modified gradient control for acyclic minimally persistent formations to escape from collinear position," *in Proceedings of the 51st IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1423-1427, Dec. 2012.
[39] A. Belabbas, S. Mou, A. S. Morse, and B. D. O. Anderson, "Robustness issues with undirected formations," *in Proceedings of the 51st IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1445-1450, Dec. 2012.
[40] J. Aspnes, T. Eren, D. K. Goldenberg, A. S. Morse, W. Whiteley, R. Yang, B. D. O. Anderson, and P. N. Belhumeur, "A theory of network localization," *IEEE Transactions on Mobile Computing*, vol. 5, no. 12, pp. 1663-1677, 2006.
[41] H. Hur and H.-S. Ahn, "Active localization in distributed networks: A framework," *in Proceedings of the 2010 International Conference on Control Automation and Systems*, pp. 1586-1591, Oct. 2010.
[42] H.-S. Ahn, "Formation coordination for self-mobile localization: framework," *in Proceedings of the IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation*, pp. 340-348, Dec. 2009.
[43] R. Olfati-Saber, J. A. Fax, and R. M. Murray, "Consensus and cooperation in networked multi-agent systems," *Proceedings of the IEEE*, vol. 95, no. 1, pp. 215-233, 2007.
[44] W. Ren, R. W. Beard, and E. M. Atkins, "Information consensus in multivehicle cooperative control," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 27, no. 2, pp. 71-82, 2007.
[45] K.-K. Oh and H.-S. Ahn, "Formation control of mobile agent groups based on localization," *in IEEE Multi-conference on Systems and Control*, pp. 822-827, Sep. 2011.
[46] K.-K. Oh and H.-S. Ahn, "Formation control of mobile agents without an initial common sense of orientation," *in Proceedings of the 51st IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1428-1432, Dec. 2012.
[47] K.-K. Oh and H.-S. Ahn, "Formation control of mobile agents based on distributed position estimation," *Accepted for the publication in IEEE Transactions on Automatic Control*.
[48] M. Cao, C. Yu, and B. D. O. Anderson, "Formation control using range-only measurements," *Automatica*, vol. 47, no. 4, pp. 776-781, 2011.
[49] M. Basiri, A. N. Bishop, and P. Jensfelt, "Distributed control of triangular formations with angle-only constraints," *Systems & Control Letters*, vol. 59, no. 2, pp. 147-154, 2010.
[50] A. N. Bishop, I. Shames, and B. D. O. Anderson, "Stabilization of rigid formations with direction-only constraints," *in 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, pp. 746-752, Dec. 2011.

강 성 모

2012년 한동대학교 기계제어공학부 학사 졸업. 2012년~현재 광주과학기술원 기전공학부 석사과정 재학 중. 관심분야는 로보틱스, 다개체 편대 제어, 비선형 시스템 제어.

박 명 철

2011년 충남대학교 전자전파정보통신학사 졸업. 2011년~현재 광주과학기술원 기전공학부 박사과정 재학중. 관심분야는 다개체 편대 제어, 비선형 시스템 제어. 분산시스템 제어.

이 병 훈

2011년 8월 인하대학교 전자공학과 학사 졸업. 2011년 9월~ 현재 광주과학기술원 기전공학부 석사과정 재학중. 관심분야는 무선센서네트워크상에서 위치추적, 다개체 편대 제어.

오 광 교

1998년 서울대학교 자원공학과(공학사). 2001년 동 대학 전기컴퓨터공학부(공학석사). 2013년 광주과학기술원 기전공학부(공학박사). 2013년~현재 전자부품연구원 위촉연구원. 관심분야는 분산제어 및 전력전자.

안 효 성

1998년 연세대학교 천문학과 학사 졸업. 2000년 동 대학원 석사 졸업. 2003년 University of North Dakota 전기공학과 석사 졸업. 2006년 Utah State University 전기컴퓨터공학과 박사 졸업. 2006년~2007년 한국전자통신연구원 선임연구원. 2007년~현재 광주과학기술원 부교수. 관심분야는 제어 시스템, 자율 시스템, 항공우주 항법 및 제어.