

무인자율수중운동체의 보정항법을 위한 축소된 오차 모델

Reduced Error Model for Integrated Navigation of Unmanned Autonomous Underwater Vehicle

박용곤*¹, 강철우¹, 이달호², 박찬국*¹
(Yong-gonjong Park^{1,*}, Chulwoo Kang¹, Dal Ho Lee², and Chan Gook Park^{1,*})

¹Department of Mechanical and Aerospace Eng./Automation and Systems Research Institute, Seoul National University

²Department of Electronic Eng, Gachon University

Abstract: This paper presents a novel aided navigation method for AUV (Autonomous Underwater Vehicles). The navigation system for AUV includes several sensors such as IMU (Inertial Measurement Unit), DVL (Doppler Velocity Log) and depth sensor. In general, the 13th order INS error model, which includes depth error, velocity error, attitude error, and the accelerometer and gyroscope biases as state variables is used with measurements from DVL and depth sensors. However, the model may degrade the estimation performance of the heading state. Therefore, the 11th INS error model is proposed. Its validity is verified by using a degree of observability and analyzing steady state error. The performance of the proposed model is shown by the computer simulation. The results show that the performance of the reduced 11th order error model is better than that of the conventional 13th order error model.

Keywords: integrated navigation, Doppler velocity log, inertial navigation, reduced order equation

I. 서론

수중 운동체의 보정 항법은 수중 운동체의 임무를 수행하기 위하여 필수적으로 사용되는 기술이다. 지상이나 상공에서는 GPS의 신호를 이용하여 정확한 위치 정보를 얻을 수 있으나, 수중에서는 위성의 전파 신호를 수신할 수 없으므로 다른 센서들을 이용하여 위치 정보를 파악하는 연구가 계속 진행되고 있다.

수중에서 정확한 위치 정보를 파악하기 위하여 수중 운동체에 직접 탑재하는 센서로는 관성 센서(inertial measurement unit), DVL (Doppler Velocity Log), 심도계(depth sensor), 음파탐지시스템(sonar system) 등이 있으며, 보다 정확한 위치 정보를 얻고자 외부의 보조적인 항법 시스템인 LBL (Long Base Line), SBL (Short Base Line), SSBL (Super-Short Base Line) 등을 서로 복합적으로 사용되고 있다[1]. 음파탐지시스템이나 부가적인 외부의 보조적인 항법 시스템은 매우 고가의 장비이므로 일회성 무인 잠수정인 어뢰나 기뢰 운반체의 경우는 관성 센서와 DVL, 심도계 등의 비교적 저가 센서만을 이용하여 항법을 수행한다.

본 논문에서는 비교적 짧은 시간 운용되는 일회성 무인 잠수정에 IMU, DVL, 심도계를 이용한 보정 항법을 적용하여 그 성능을 향상시킬 수 있는 방법을 제시하고자 한다. 일반적으로 DVL 보정 항법은 INS 오차 모델을 이용하거나 DVL의 바이어스 오차, 스케일 팩터(scale factor) 오차를 추가한 확장 칼만필터(extended Kalman filter)를 사용하여 보정 항법을 수행

한다[2-4]. DVL과 심도계의 측정치로는 모든 상태 변수의 가관측성을 확보하기 쉽지 않으며 헤딩 성분의 상태 변수들의 가관측 정도는 상대적으로 많이 낮다. 따라서 본 논문에서는 헤딩 성분의 상태 변수와 위도 및 경도를 상태 변수에서 제외한 11차 오차 모델을 제시하고 그 타당성을 검증하였다. 제안한 모델의 적용 대상은 모함이나 장수함으로부터 전달 정렬을 할 수 있는 어뢰나 기뢰 운송체로 비교적 작은 초기 오차와 짧은 운용 시간을 갖는 시스템이다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. II 장에서는 일반적인 INS, DVL, 심도계를 이용한 13차 오차 모델에 대해 설명하고, III 장에서는 그 한계에 대해 설명한다. IV 장에서는 본 논문에서 제시하는 축소된 11차 오차 모델을 서술하고, V 장에서는 두 가지 궤적에 대해 13차 오차 모델과 11차 오차 모델의 비교 시뮬레이션을 수행하고, 마지막으로 결론을 맺는다.

II. 일반적인 INS, DVL, 및 심도계 보정항법

1. 시스템 모델

수중 운동체의 위치, 속도, 자세를 결정하기 위하여 항법 좌표계에서의 운동 방정식을 사용하며 다음과 같이 정의된다 [5].

$$\dot{L} = \frac{V_N}{R_m + h} \quad (1)$$

$$\dot{l} = \frac{V_E}{(R_l + h)\cos L} \quad (2)$$

$$\dot{h} = -V_D \quad (3)$$

$$\dot{V}^n = C_b^n f^b - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times V^n + g^n \quad (4)$$

$$\dot{C}_b^n = C_b^n [\omega_{bn}^b] \times \quad (5)$$

여기서 L 은 위도, l 은 경도, h 는 고도, $V^n = [V_N \ V_E \ V_D]^T$ 는

* Corresponding Author

Manuscript received October 17, 2013 / revised December 9, 2013 / accepted April 7, 2014

박용곤, 강철우, 박찬국: 서울대학교 기계항공공학부/자동화시스템 연구소(park0429@snu.ac.kr/julio7@snu.ac.kr/chanpark@snu.ac.kr)

이달호: 가천대학교 전자공학과(dhlee@gachon.ac.kr)

※ 본 연구는 (주) LIGNex1에 의하여 연구되었음.

항법 좌표계에서의 속도, f^b 는 가속도계의 출력, $\omega_e^n = [\Omega_N \ \Omega_E \ \Omega_D]^T$ 는 지구 회전 각속도, g^n 는 중력, R_m 은 지구 곡면의 자오선 반지름(meridian radius), R_t 는 현 위치에서의 지구 회전 축으로의 직각 방향 반지름(transverse radius), $\omega_{em}^n = [\rho_N \ \rho_E \ \rho_D]^T$ 는 지구의 곡면을 따라 움직일 때 생기는 회전 각속도(transport rate), \times 는 교대 행렬(skew-symmetric matrix)이다.

위 운동 방정식에 테일러 급수를 적용하고 1차항까지 전개 하면 오차 방정식이 유도되고 이를 확장칼만필터 적용시 시스템 모델로 사용한다. 일반적으로 INS/GPS 보정 항법에는 15차 오차 모델이 주로 사용되고 있지만, DVL과 심도계를 측정치로 사용할 경우 위도와 경도에 대해서는 가관측성이 확보되지 않는다. 그러므로 위도와 경도를 제외한 다음과 같은 13차의 오차 모델을 사용한다.

$$\delta \dot{x} = F \delta x + w$$

$$\delta x = [\delta h : \delta V_N \ \delta V_E \ \delta V_D : \phi_N \ \phi_E \ \phi_D : \nabla_x \ \nabla_y \ \nabla_z : \varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z]^T \quad (6)$$

$$F = \begin{bmatrix} O_{1 \times 1} & F_{12} & O_{1 \times 3} & O_{1 \times 3} & O_{1 \times 3} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} & F_{24} & O_{3 \times 3} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} & O_{3 \times 3} & F_{35} \\ O_{3 \times 1} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 1} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$F_{12} = [0 \ 0 \ -1]$$

$$F_{21} = \left[\frac{\rho_E}{R_m + h} V_D - \rho_N \rho_D \quad \frac{\rho_D}{R_t + h} V_N - \frac{\rho_N}{R_t + h} V_D \quad \rho_N^2 + \rho_E^2 \right]^T$$

$$F_{22} = \begin{bmatrix} \frac{V_D}{R_m + h} & 2\rho_D + 2\Omega_D & -\rho_E \\ -2\Omega_D - \rho_D & \frac{V_N \tan L + V_D}{R_t + h} & 2\Omega_N + \rho_N \\ 2\rho_E & -2\Omega_N - 2\rho_N & 0 \end{bmatrix}$$

$$F_{23} = \begin{bmatrix} 0 & -f_D & f_E \\ f_D & 0 & -f_N \\ -f_E & f_N & 0 \end{bmatrix}, \quad F_{24} = C_b^n$$

$$F_{31} = \left[-\frac{\rho_N}{R_t + h} \quad -\frac{\rho_E}{R_m + h} \quad -\frac{\rho_D}{R_t + h} \right]^T$$

$$F_{32} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_t + h} & 0 \\ -\frac{1}{R_m + h} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\tan L}{R_t + h} & 0 \end{bmatrix}$$

$$F_{33} = \begin{bmatrix} 0 & \Omega_D + \rho_D & -\rho_E \\ -\Omega_D - \rho_D & 0 & \Omega_N + \rho_N \\ \rho_E & -\Omega_N - \rho_N & 0 \end{bmatrix}, \quad F_{35} = -C_b^n$$

여기서 F 는 시스템 행렬, w 는 프로세스 잡음, O 은 영행렬, δh 는 고도 오차, $\delta V^n = [\delta V_N \ \delta V_E \ \delta V_D]^T$ 는 항법 좌표계에서의 속도 오차, $\phi = [\phi_N \ \phi_E \ \phi_D]^T$ 는 수중 운동체의 자세,

$\nabla = [\nabla_x \ \nabla_y \ \nabla_z]^T$ 는 가속도계의 바이어스, $\varepsilon = [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z]^T$ 는 자이로 바이어스이다.

2. 측정치 모델

본 논문에서는 DVL (Doppler Velocity Log)와 심도계로부터 측정치로 얻는다. DVL은 수중 운동체와 수중 밑바닥과의 도플러 효과를 계산하여 동체 좌표계에서의 속도를 측정하고 심도계는 수면으로부터의 깊이를 측정한다. 따라서 다음과 같이 측정치 행렬을 구할 수 있다[3].

$$z = \begin{bmatrix} h_{INS} - h_{meas} \\ V_{INS}^n - \bar{V}^n \end{bmatrix} = H \delta x + v \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \hat{V}^n - \bar{V}^n &= V^n + \delta V^n - \hat{C}_b^n V_{meas}^b \\ &= V^n + \delta V^n - (I - \Psi) C_b^n V_{meas}^b \\ &= V^n + \delta V^n - V^n + \delta \phi \times V^n \\ &= \delta V^n - V^n \times \delta \phi \end{aligned} \quad (9)$$

$$\Psi = skew(\delta \phi)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$H = \begin{bmatrix} I_{1 \times 1} & O_{1 \times 3} & O_{1 \times 3} & O_{1 \times 6} \\ O_{1 \times 1} & I_{3 \times 3} & -V^n \times & O_{3 \times 6} \end{bmatrix}$$

여기서 h_{INS} , V_{INS}^n 은 관성항법에서의 고도와 항법좌표계의 속도, h_{meas} 는 심도계의 측정고도, \bar{V}^n 는 DVL 측정치로부터 변환된 속도 측정치, V_{meas}^b 는 DVL 측정치, H 는 측정치 행렬, v 는 측정치 잡음, Ψ 는 자세 오차의 교대 행렬이다.

III. 일반적인 13차 모델의 한계

일반적인 13차의 오차 모델에 DVL 측정치를 사용하면 가관측성은 확보되지만 직접적인 자세 보정 정보가 없으므로 자세 성분에 대한 추정 정확도가 떨어지게 된다. 이에 가관측 정도(degree of observability)의 해석과 정상 상태 오차(steady state error)를 분석하여 13차 오차 모델의 한계점을 알아본다.

1. 가관측 정도 분석[6]

전절에서 제시된 13차 오차 모델에 대한 가관측 정도를 분석하기 위하여 식 (6)과 (8)를 이산 시스템으로 변형하면 아래와 같다.

$$\begin{cases} \delta x_{k+1} = F_k \delta x_k + w_k \\ z_k = H_k \delta x_k + v_k \end{cases} \quad (11)$$

위 식으로부터 다음과 같이 가관측 행렬(observability matrix), \bar{O} 를 구할 수 있다.

$$Z = \begin{bmatrix} z_k \\ z_{k+1} \\ \vdots \\ z_{k+n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_k \\ H_{k+1} F_k \\ \vdots \\ H_{k+n-1} F_{k+n-2} \cdots F_k \end{bmatrix} \delta x_k \Rightarrow Z = \bar{O} \delta x_k \quad (12)$$

여기서 Z 는 측정치들의 집합이고, \bar{O} 는 전체 가관측 행렬

(total observability matrix)이므로 시변시스템인 INS 오차 모델에 적용이 가능하다.

정북 방향 직진 궤적일 때 행렬 $\bar{\mathbf{O}}$ 의 랭크는 13이 되어 모든 상태 변수가 가관측하지만 심도를 제외한 동체 좌표계에서의 속도 측정치는 상태 변수의 직접 측정치가 아니므로 특정 상태 변수의 가관측한 정도가 낮을 수 있다. 이를 알아보고자 가관측 행렬의 특이치 분해(singular value decomposition)를 수행하여 그 특성을 파악하고자 한다. 식 (12)의 측정치 행렬에 특이치 분해를 적용하여 δx_k 에 대해 정리하면 다음과 같다.

$$Z = U\Sigma V^T \delta x_k \tag{13}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{14}$$

$$\Sigma_1 = \text{diag}(\sigma_1 \ \sigma_2 \ \dots \ \sigma_n), \ \sigma_1 \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0 \tag{15}$$

$$\begin{aligned} \delta x_k &= V \begin{bmatrix} \Sigma_1^{-1} & 0^T \end{bmatrix} U^T Z \\ &= [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_n] \begin{bmatrix} 1/\sigma_1 & & & | & \\ & 1/\sigma_2 & & | & 0^T \\ & & \ddots & | & \\ & & & 1/\sigma_n & | \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^T \\ u_2^T \\ \vdots \\ u_n^T \end{bmatrix} Z \\ \therefore \delta x_{ki} &= \begin{bmatrix} v_{i1} & v_{i2} & \dots & v_{in} \\ \sigma_1 & \sigma_2 & & \sigma_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^T \\ u_2^T \\ \vdots \\ u_n^T \end{bmatrix} Z \end{aligned} \tag{16}$$

여기서 V 와 U 는 직교 정사각 행렬, Σ 는 $\bar{\mathbf{O}}$ 의 특이치(singular value) 행렬, v_i 와 u_i 는 V 와 U 의 열 벡터이다. 위 식에 프로베니우스 놈(Frobenius norm)을 취하고 행렬의 성질을 이용하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} |\delta x_{ki}| &= \left\| \begin{bmatrix} v_{i1} & v_{i2} & \dots & v_{in} \\ \sigma_1 & \sigma_2 & & \sigma_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^T \\ u_2^T \\ \vdots \\ u_n^T \end{bmatrix} Z \right\|_F \\ &\leq \left\| \begin{bmatrix} v_{i1} & v_{i2} & \dots & v_{in} \\ \sigma_1 & \sigma_2 & & \sigma_n \end{bmatrix} \right\|_F \left\| \begin{bmatrix} u_1^T \\ u_2^T \\ \vdots \\ u_n^T \end{bmatrix} Z \right\|_F \\ &\leq \left\| \begin{bmatrix} v_{i1} & v_{i2} & \dots & v_{in} \\ \sigma_1 & \sigma_2 & & \sigma_n \end{bmatrix} \right\|_F \|Z\|_F \left(\begin{bmatrix} \|u_1^T\| \\ \|u_2^T\| \\ \vdots \\ \|u_n^T\| \end{bmatrix} = 1 \right) \end{aligned} \tag{17}$$

위 식으로부터 가관측한 크기를 알아보고자 다음과 같이 가관측 정도(degree of observability)를 정의한다.

$$\therefore \lambda_i = \left\| \begin{bmatrix} v_{i1} & v_{i2} & \dots & v_{in} \\ \sigma_1 & \sigma_2 & & \sigma_n \end{bmatrix} \right\|_F^{-1} \tag{18}$$

식 (19)는 측정치 집합에서 주어지는 i 번째 상태 변수의

표 1. 가관측 정도.

Table 1. Degree of observability.

	직진 궤적	지상점 궤적
δh	1	1
δv_N	4.46E-11	3.28E-11
δv_E	6.66E-13	1.14E-10
δv_D	1.19E-06	0.002382
$\delta \phi_N$	2.67E-08	1.53E-07
$\delta \phi_E$	1.40E-06	1.19E-06
$\delta \phi_D$	2.52E-12	1.95E-12
Δ_x	1.40E-08	9.80E-08
Δ_y	2.37E-09	2.06E-08
Δ_z	5.77E-08	9.40E-07
ε_x	9.34E-09	3.31E-08
ε_y	3.41E-08	2.81E-08
ε_z	2.61E-11	5.26E-11

가관측 정도를 의미한다. λ_i 의 값이 크면 $|\delta x_{ki}|$ 의 크기가 작게 되므로 해당 상태 변수를 정확하게 추정할 수 있으나, 반대로 λ_i 값이 작으면 $|\delta x_{ki}|$ 의 값이 커지게 되어 i 번째 상태 변수를 정확히 추정할 수 없게 된다. 따라서 λ_i 는 i 번째 상태 변수의 추정 정도를 가늠하는 척도로 사용될 수 있다. 식 (6)과 (8)에 확장 칼만 필터를 적용하고 정북 방향 등속 직진 궤적과 지상점 사이를 직진 운동하는 궤적에 대해 가관측 정도를 계산하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

표 1의 결과를 보면 궤적에 상관 없이 $\delta \phi_D$ 값과 ε_z 의 값이 매우 작게 나왔고 δh 와 δv_D 의 값은 상대적으로 크다는 것을 확인할 수 있다. 이는 δh 와 δv_D 의 경우 측정치로 고도를 이용하므로 추정 결과에 직접 영향을 미치지만, $\delta \phi_D$ 와 ε_z 는 직접적으로 영향을 미치는 측정치가 없고 지구 회전 각속도와 지구의 곡면을 따라 움직일 때 발생하는 회전 각속도(transport rate) 등의 작은 값에 의해 간접적으로 추정되기 때문에 상대적으로 추정 성능이 좋지 않다. 그리고 δv_N 와 δv_E 의 값은 자세에 영향을 받게 되는데 $\delta \phi_D$ 값이 아주 작기 때문에 마찬가지로 작은 값을 갖는다. 또한 $\delta \phi_N$ 와 $\delta \phi_E$ 값은 중력 가속도와 심도계의 측정치를 이용하기 때문에 $\delta \phi_D$ 에 비해서 상대적으로 큰 값을 갖는다. 일반적으로 궤적이 복잡할수록 가관측 정도가 커지는데 위 결과를 보면 대부분의 상태변수의 가관측 정도가 증가했음을 확인할 수 있다.

2. 정상 상태 오차 분석[7]

앞 절에서 특이치 분해를 통한 가관측 정도를 분석하여 $\delta \phi_D$ 와 ε_z 의 추정 성능이 상대적으로 낮다는 사실을 알 수 있었다. 또 다른 방법으로 오차 모델에서 $\delta \phi_D$ 의 추정 성능을 확인하기 위하여 정상 상태 오차의 영향을 알아 본다.

앞에서 설명한 13차 오차 모델을 간략화 하기 위해 정북 방향 등속 직진 운동($\rho_N = \rho_D = 0, f_N = f_E = 0, v_D = 0$)을 가정한다. 식 (6)을 간략화하여 속도, 자세 오차 방정식을 정리하면 다음과 같다.

$$\delta \dot{v}_N = (2\Omega_D)\delta v_E - \rho_E \delta v_D - f_D \phi_E \quad (19)$$

$$\delta \dot{v}_E = (-2\Omega_D)\delta v_N + \left(\frac{v_N \tan L}{R_l + h} \right) \delta v_E + (2\Omega_N)\delta v_D + f_D \phi_N \quad (20)$$

$$\delta \dot{v}_D = (\rho_E^2)\delta h + 2\rho_E \delta v_N - (2\Omega_N + 2\rho_N)\delta v_E \quad (21)$$

$$\dot{\phi}_N = \frac{1}{R_l + h} \delta v_E + (\Omega_D)\phi_E - \rho_E \phi_D - \varepsilon_x \quad (22)$$

$$\dot{\phi}_E = -\frac{\rho_E}{R_m + h} \delta h - \frac{1}{R_m + h} \delta v_N - (\Omega_D)\phi_N + (\Omega_N)\phi_D - \varepsilon_y \quad (23)$$

$$\dot{\phi}_D = -\frac{\tan L}{R_l + h} \delta v_E + \rho_E \phi_N - (\Omega_N)\phi_E - \varepsilon_z \quad (24)$$

식 (19)를 정리하면 $\frac{1}{R_l + h}$ 값은 R_l 의 값이 상대적으로 매우 크기 때문에 0으로 가정하고 다음과 같이 추정 가능한 항과 추정 불가능한 항을 나눠서 정의한다.

$$\hat{\phi}_E = \phi_E + \Delta\phi_E \quad (25)$$

여기서 정상상태에서 추정이 되었다고 가정하면 $\delta \dot{v}_N$, δv_E 와 δv_D 는 0이 되고 ∇_x 는 큰 가속운동이 없어 거의 추정이 되지 않기 때문에 $\hat{\phi}_E$ 의 추정되는 항 ϕ_E 와 추정되지 않는 항 $\Delta\phi_E$ 는 다음과 같다.

$$\phi_E = \frac{2\Omega_D}{f_D} \delta v_E - \frac{\rho_E}{f_D} \delta v_D \quad (26)$$

$$\Delta\phi_E = \frac{\nabla_x}{f_D} \quad (27)$$

다음으로 식 (22)도 식 (26)와 식 (27)을 대입하여 추정되는 항과 추정되지 않는 항으로 정리하면 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_D &= \phi_D + \Delta\phi_D \\ &= \frac{\Omega_D}{\rho_E} \hat{\phi}_E - \hat{\varepsilon}_x \\ &= \frac{\Omega_D}{\rho_E} \phi_E + \frac{\Omega_D}{\rho_E} \Delta\phi_E - \hat{\varepsilon}_x \end{aligned} \quad (28)$$

여기서 ε_x 는 정북 직진 궤적일 때에 추정이 잘 되는 상태 변수 이므로 추정되는 항 ϕ_D 와 추정되지 않는 항 $\Delta\phi_D$ 을 따로 쓰면 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi_D &= \frac{\Omega_D}{\rho_E} \left(\frac{2\Omega_D}{f_D} \delta v_E - \frac{\rho_E}{f_D} \delta v_D \right) - \hat{\varepsilon}_x \\ \Delta\phi_D &= \frac{\Omega_D}{\rho_E} \Delta\phi_E \quad \left(\because \rho_E = \frac{V_N}{R_m + h}, \Omega_D = \Omega_{ie} \sin L \right) \\ &= \frac{R_m + h}{V_N} \left(\Omega_{ie} \sin L \cdot \frac{\nabla_x}{f_D} \right) \end{aligned} \quad (29)$$

식 (30)을 보면 h 와 V_N 에 의해 정상상태 오차가 결정된

다는 것을 알 수 있다. 또한 앞에서 0으로 가정한 값들에 의해 식 (30)의 계산 값은 가장 보수적으로 계산된 결과이므로 실제 오차는 이보다 더 큰 값을 갖는다.

본 논문에서 다루는 시스템 환경을 적용하면 $V_N = 12m/s$, $R_m = 6.3591 \cdot 10^6 m$, $\Omega_{ie} \sin L = -0.4439 \times 10^{-4} rad/s$ 이고, $\nabla_x = 0.1mg$, $f_D = -9.7997m/s^2$ 이므로 이를 대입하면 $\Delta\phi_D = 0.1348 deg$ 의 값을 갖는다. 위의 전개 식에서 변화량의 미분값과 변화량값을 모두 0이라고 가정하였기 때문에 실제 값은 더 큰 값을 갖는다.

직진 궤적이 아닌 자세가 변하는 궤적은 위와 같이 정상상태 오차를 분석하는 것은 쉽지 않다. 하지만 앞 절에서 계산한 가관측 정도를 보았을 때 자세가 변하는 복잡한 궤적이라도 헤딩 성분의 상태변수의 가관측 정도는 거의 영향을 받지 않는다. 또한 추정치가 동체 좌표계에서의 속도이므로 헤딩 성분을 추정할 수 있는 요인은 transport rate과 지구 회전 각속도 이다. 따라서 동체의 속도가 매우 크지 않는 이상 궤적이 복잡해 지더라도 헤딩 성분의 추정 성능은 크게 좋아지지 않는다. 그림 1과 그림 2는 지상점 사이를 등속 직진운동 하는 궤적과 회전 운동을 계속 하는 S턴 궤적이고 그림 3은 두 궤적에서의 자세 오차이다.

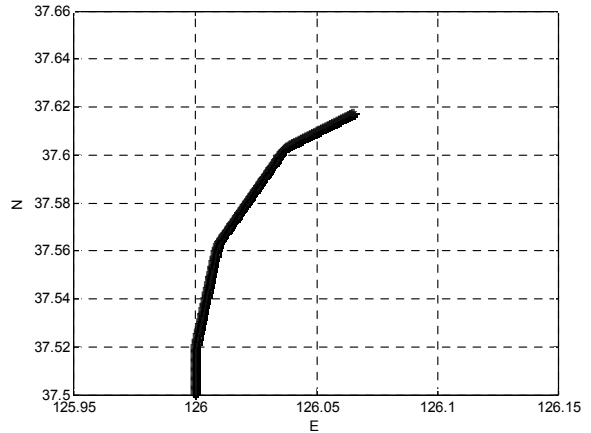


그림 1. 지상점 이동 궤적.
Fig. 1. The way points trajectory.

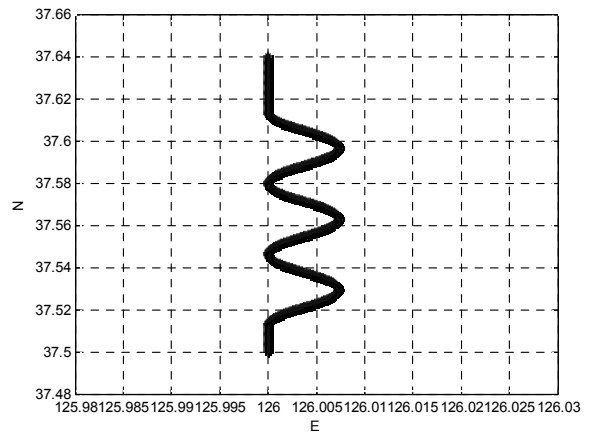


그림 2. S턴 궤적.
Fig. 2. The S tum trajectory.

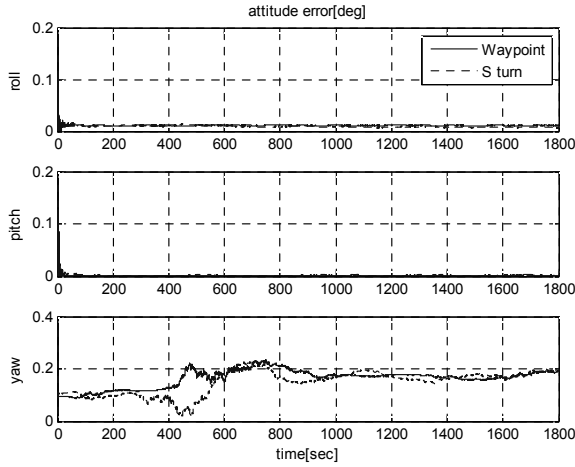


그림 3. 지상점 궤적과 S턴 궤적의 자세오차.

Fig. 3. Attitude error of waypoint and S turn trajectory.

그림 3의 결과에서 보이는 바와 같이 지상점 궤적과 S턴 궤적일 때의 경우 자세오차에 큰 차이를 보이지 않는다. 두 궤적 모두 12m/s로 저속으로 등속운동 하기 때문에 transport rate의 값이 매우 작아 heading 성분의 추정 성능에 큰 차이가 없다. 또한 자세 변화는 transport rate에 영향을 끼치지 못하므로 자세 변화가 심하더라도 heading 성분의 추정 성능에는 도움이 되지 않는다. 다음 장에서는 위의 결과를 바탕으로 동체 좌표계의 속도를 측정치로 사용하는 무인잠수정에 유리할 수 있는 11차 오차 모델을 제안하고 자세한 시뮬레이션 결과는 V 장에서 다루도록 한다.

IV. 제안된 11차 오차 모델

앞 장에서와 같이 일반적인 13차 오차 모델을 사용하였을 때 발생할 수 있는 문제점을 가관측성 분석과 정상 상태 오차 분석을 통해서 확인하였다. 발생한 문제점을 보완하기 위해 본 논문에서는 heading 성분의 상태 변수를 제외한 축소된 11차 오차 모델을 제안한다. 축소된 11차 오차 모델은 다음과 같이 II 장에서 제시한 13차 오차 모델에서 추정 성능이 비교적 저조한 ϕ_D 와 ε_z 를 제외한 형태이다.

$$\begin{aligned} \delta \dot{x} &= F \delta x + w \\ z &= H \delta x + v \end{aligned} \quad (31)$$

$$\delta x = [\delta h : \delta V_N \delta V_E \delta V_D : \phi_N \phi_E : \nabla_X \nabla_Y \nabla_Z : \varepsilon_X \varepsilon_Y]^T$$

$$F = \begin{bmatrix} O_{1 \times 1} & F_{12} & O_{1 \times 2} & O_{1 \times 3} & O_{1 \times 2} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} & F_{24} & O_{3 \times 2} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} & O_{3 \times 3} & F_{35} \\ O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 2} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 2} \\ O_{2 \times 3} & O_{2 \times 3} & O_{2 \times 2} & O_{2 \times 3} & O_{2 \times 2} \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$F_{12} = [0 \quad 0 \quad -1]$$

$$F_{21} = \left[\frac{\rho_E}{R_m + h} V_D - \rho_N \rho_D \quad \frac{\rho_D}{R_l + h} V_N - \frac{\rho_N}{R_l + h} V_D \quad \rho_N^2 + \rho_E^2 \right]^T$$

$$F_{23} = \begin{bmatrix} 0 & -f_D \\ f_D & 0 \\ -f_E & f_N \end{bmatrix}, \quad F_{31} = \begin{bmatrix} -\frac{\rho_N}{R_l + h} & -\frac{\rho_E}{R_m + h} \end{bmatrix}^T$$

$$F_{32} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_l + h} & 0 \\ -\frac{1}{R_m + h} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F_{33} = \begin{bmatrix} 0 & \Omega_D + \rho_D \\ -\Omega_D - \rho_D & 0 \end{bmatrix},$$

$$F_{35} = -C_b^n(1:2,1:2)$$

$$H = \begin{bmatrix} I_{1 \times 1} & O_{1 \times 3} & O_{1 \times 2} & O_{1 \times 5} \\ O_{1 \times 1} & I_{3 \times 3} & -V^n \times(:,1:2) & O_{3 \times 5} \end{bmatrix} \quad (33)$$

F_{24} 와 F_{24} 는 식 (7)과 같다. 여기서 $-C_b^n(1:2,1:2)$ 는 $-C_b^n$ 에서 3행과 3열을 제외한 2x2 행렬이며, $-V^n \times(:,1:2)$ 는 $-V^n \times$ 에서 3열을 제외한 3x2 행렬이다.

위와 같은 축소된 오차 모델을 적용할 때 기존의 모델을 사용하는 것보다 유리한 경우는 다음과 같다.

- 1) 측정치의 특성과 단순한 궤적에서 모든 상태변수가 가관측 하지만 heading 성분의 상태변수가 가관측 정도가 매우 작아 추정 성능이 좋지 않다.
- 2) INS에만 의존한 heading 성분의 오차는 초기 자세 오차와, 자이로 바이어스와 항법 시간의 곱의 합으로 나타난다. 이때 나타나는 오차가 식 (30)에서 계산된 정상 상태 오차보다 작다.
- 3) heading 성분을 INS에만 의존할 경우 오차는 시간에 따라 계속 증가하므로 시스템의 운용시간이 비교적 짧아야 한다.
- 4) 11차 모델을 사용할 경우 heading 초기오차는 추정하지 않으므로 2)를 만족할 수 있을 정도의 초기 정렬 성능을 갖추어야 한다.

본 논문에서 대상으로 하는 시스템은 0.1deg/h급 자이로 바이어스와 0.1mg급 가속도 바이어스를 갖는 IMU를 장착하고 30분동안 약 20km를 이동하는 수중 운동체이다. 자이로 바이어스 성능과 운용시간으로부터 30분 동안 순수 항법을 수행하더라도 자이로 바이어스로부터 생기는 자세 오차는 0.05deg 정도로 앞에서 구한 정상 상태 오차와 큰 차이가 나지 않거나 오히려 더 작을 수 있다. 그러므로 특정 조건에서 추정이 잘 되지 않는 ϕ_D 와 ε_z 를 추정하지 않고 ϕ_D 는 INS의 자세 전파만 수행하는 것이 유리하다. 여기서 특정 조건이란 IMU의 성능이 정상 상태 오차보다 작게 발산할 정도의 성능을 가져야 하며 자세 전파만 했을 경우 ϕ_D 값은 발산하므로 비교적 짧은 시간 동안 항법을 수행하는 경우이다. 본 논문에서 제안한 모델은 장시간 항법을 수행하고 자체 정렬이 가능한 잠수정보다는 비교적 짧은 시간 항법을 수행하고 잠수함이나 모함으로부터 전달 정렬을 할 수 있는 어뢰나 기뢰 운반체 같은 시스템에 적합하다.

V. 시뮬레이션

제안한 모델의 성능을 알아보기로 실제 어뢰나 기뢰 운송체에서 운용되는 시스템 환경을 동일하게 구성하여 시뮬레이션을 수행하였다. 사용된 IMU, DVL, 심도계의 성능을 표 2에 제시하였다.

표 2. 센서 성능.

Table 2. Specification of sensors.

	바이어스 오차	측정치 잡음
가속도계	0.1mg	0.01mg
자이로	0.1deg/h	0.01deg
DVL	0.002m/s	0.5m/s
심도계	0.5m	0.5m

여기서 IMU와 심도계는 100Hz로 측정하며 DVL은 1Hz로 속도를 측정한다.

시뮬레이션을 수행한 궤적은 그림 1의 정북 방향 직진 궤적과 그림 4에서 제시된 여러 개의 정해진 지상점(way point) 사이를 직진 운동하는 궤적으로 각 궤적에 대하여 50회의 몬테 카를로(Monte-Carlo) 시뮬레이션을 수행하였다. 초기조건인 위치 오차는 $[10/R_m \ 10/R_m \ 1]$ m, 속도 오차는 $[0.5 \ 0.5 \ 0.5]$ m/s, 자세 오차는 $[0.1 \ 0.1 \ 0.1]$ deg이며 각 궤적은 5분 동안 12m/s까지 가속한 후 등속 운동을 하다가 27분부터 30분까지 감속하고 정지하는 궤적이다.

정북 방향 직진 궤적에 대하여 13차 오차 모델과 11차 오차 모델의 위치 오차와 자세 오차를 구하고 그 결과를 비교하여

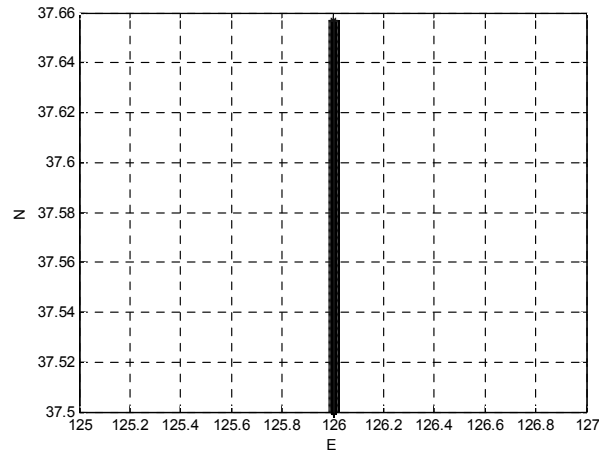


그림 4. 정북 방향 직진 궤적.

Fig. 4. Straight trajectory toward north direction.

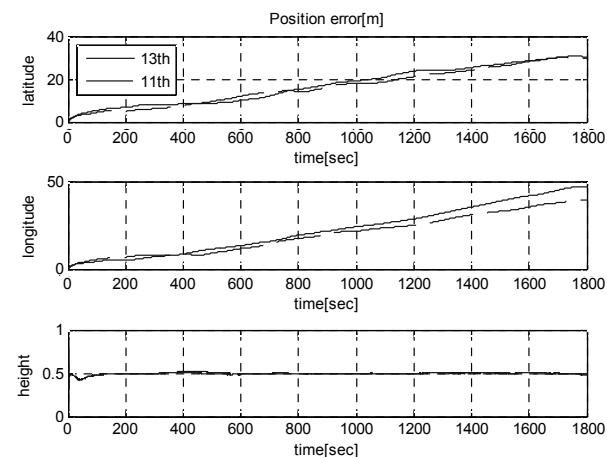


그림 5. 정북 방향 직진 궤적에서의 위치 오차.

Fig. 5. Position error of straight trajectory toward north direction.

그림 5와 그림 6에 제시하였다. 그림 2의 위치오차는 큰 차이가 없고, 그림 6의 자세 오차에서도 롤각과 피치각 오차는 거의 비슷한 결과를 보인다. 요각의 경우 13차 오차 모델의 경우 오차를 추정해나가는 과정에서 빠르게 수렴하지

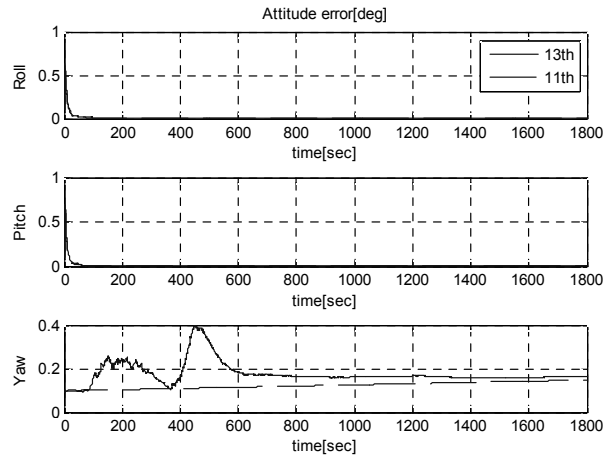


그림 6. 정북 방향 직진 궤적에서의 자세 오차.

Fig. 6. Attitude error of straight trajectory toward north direction.

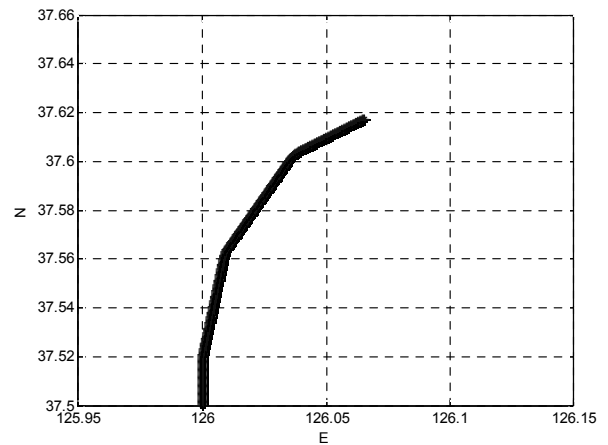


그림 7. 지상점 이동 궤적.

Fig. 7. The way points trajectory.

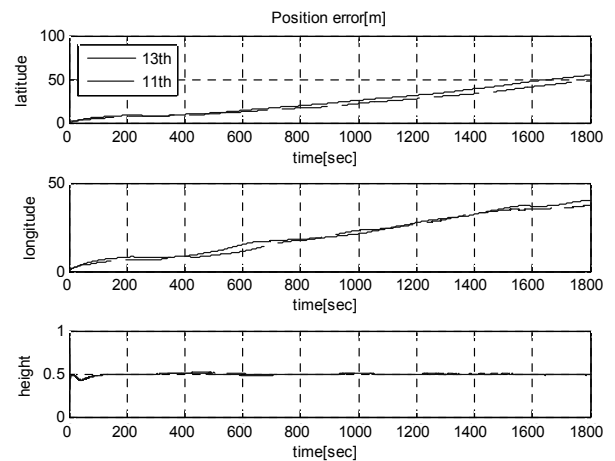


그림 8. 지상점 이동 궤적에서의 위치 오차.

Fig. 8. Position error of the way points trajectory.

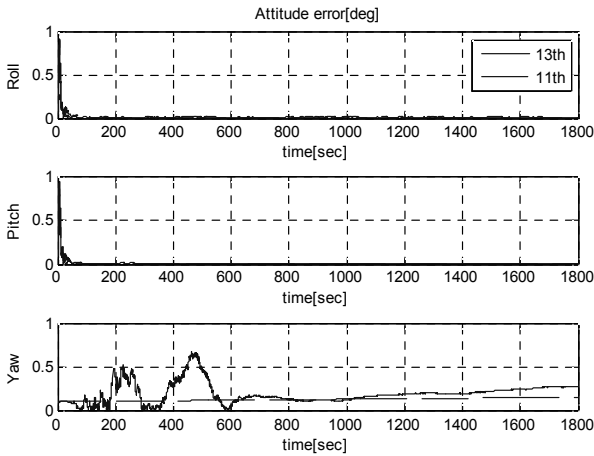


그림 9. 지상점 이동 궤적에서의 자세 오차.
Fig. 9. Attitude error of the way points trajectory.

않고 과도구간에서 심한 요동을 보인 후 수렴하나, 11차 오차 모델의 경우 과도 구간의 요동 없이는 자이로 바이어스 오차 만큼 선형적으로 증가하는 결과를 보인다. 13차 오차 모델의 추정치가 수렴하는 값과 11차 오차 모델의 자세가 전파된 값의 차이는 크게 나지 않지만 13차 오차 모델에서 과도구간에서 생긴 오차가 항법 좌표계의 속도 오차에 전파되고 그 속도 오차가 위치 오차로 전파되어 11차 오차 모델의 위치 오차 보다 더 큰 값을 갖는다. 그림 7에 3개의 지상점을 정하고 그 사이를 직진 운동하는 궤적을 제시하였다. 지상점 이동 궤적 결과인 그림 8과 그림 9의 결과를 보면 직진 궤적과 마찬가지로 11차 오차 모델의 결과가 더 좋게 나타났다. 표 3과 표 4는 정북 방향 직진 궤적에서의 위치 오차와 지상점 이동 궤적에서의 위치 오차의 결과를 비교 제시하였다. 정북 방향 직진 궤적에서의 3차원 위치 오차는 13차 오차 모델의 경우 56.25m, 11차 오차 모델의 경우는 49.27m이며, 지상점 이동 궤적에서의 3차원 위치 오차는 13차 오차 모델의 경우 67.7m, 11차 오차 모델의 경우 60.9m로 두 궤적에서 모두 11차 오차 모델의 추정 성능이 좋은 결과를 보임을 확인할 수 있다.

그림 10과 그림 11은 동일한 조건에서 초기 자세 오차만을 [0.1 0.1 3] deg로 가정하였을 때의 위치 오차와 자세 오차를 제시한 결과이다. 13차 오차 모델의 경우 시간은 다소 소요되지만 작은 바이어스 오차를 갖고 추정이 되나, 11차 오차

표 3. 정북 방향 직진 궤적에서의 위치 오차.

Table 3. Position error of the north straight direction case.

	13 th order model	11 th order model
Latitude	30.51m	29.83m
Longitude	47.25	39.21m
Height	0.49m	0.48m

표 4. 지상점 이동 궤적에서의 위치 오차.

Table 4. Position error of the way points trajectory.

	13 th order model	11 th order model
Latitude	54.46m	48.09m
Longitude	40.21m	37.36m
Height	0.49m	0.48m

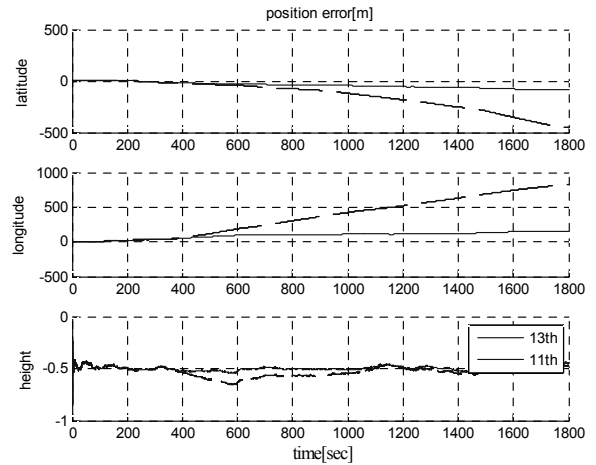


그림 10. 초기 오차가 큰 경우의 위치 오차.
Fig. 10. Position error of large initial attitude error.

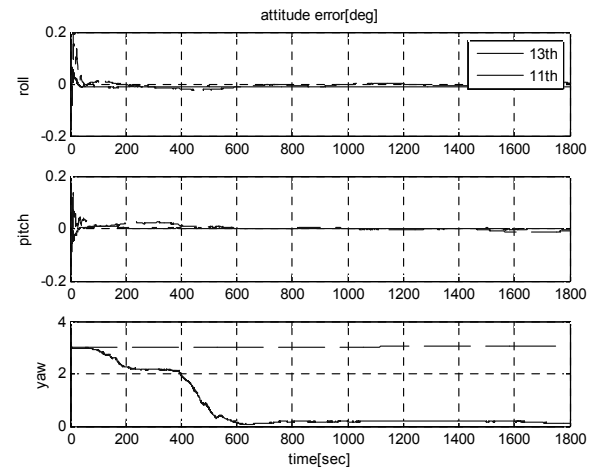


그림 11. 초기 오차가 큰 경우의 자세 오차.
Fig. 11. Attitude error of large initial attitude error.

모델의 경우에는 상태 변수에서 제외하였으므로 오차가 감소하지 않는다. 이로부터 초기 오차가 큰 경우에는 11차 오차 모델을 사용하는 것은 적절하지 않다는 사실을 알 수 있다.

VI. 결론

본 논문에서는 무인 수중 운동체에 대해서 기본적인 복합 항법 알고리즘보다 위치 오차를 더 줄일 수 있는 방법을 제안하였다. 일반적으로 사용되는 위도, 경도를 제외한 13차 오차 모델을 기반으로 DVL, 심도계를 측정치로 사용할 경우의 가관측 정도를 분석하고 오차 모델을 이용하여 정상상태 오차를 계산하여 추정 성능을 예측하였다. 추정이 잘 되지 않는 상태 변수의 잘못된 추정치로 인해 발생하는 오차가 위치 오차로 전파되어 상대적으로 큰 위치 오차를 발생시킬 수 있기 때문에 가관측 정도가 낮고 추정 성능이 낮은 상태 변수를 제거한 11차 오차 모델을 제안하였다. 11차 오차 모델이 더 좋은 성능을 내기 위해서는 먼저 동체좌표계에서의 속도를 측정치로 받아 자세 변화에도 추정 성능이 거의 향상되지 않는 경우, 그리고 초기 정렬과 관성 센서의 성능이 운항시간 동안 순수항법으로 전파되었을 때의 정상상태 오차를 넘지 않아야 한다. 본 논문에서 대상으로 하는 시스템은 위 조건을

만족하므로 11차 오차 모델의 경우 자세 오차가 매우 작게 발산하여 13차 오차 모델에서 자세를 추정 할 때보다 더 좋은 위치 해를 얻을 수 있었다. 제안한 모델은 모함으로부터 전달 정렬을 수행하는 어뢰나 기뢰 운반체 및 소형 수중 탐사선과 같이 운항 시간이 짧고 초기오차가 작은 경우에 효율적으로 적용될 수 있다.

REFERENCES

- [1] Joono Sur, "Sensor fusion for underwater navigation of unmanned underwater vehicle," *the Korea Institute of Military Science and Technology*, vol. 8, no. 4, Dec. 2005.
- [2] B. Jalving, K. Gade, and K. Svartveit, "DVL velocity aiding in the HUGIN 1000 integrated inertial navigation system," *Journal of Modeling, Identification and Control*, vol. 24, no. 4, pp. 223-236, 2004.
- [3] C.g-M. Lee, P.-M. Lee, S.-W. Hong, and S.-M. Kim, "Underwater navigation system based on inertial sensor and doppler velocity log using indirect feedback Kalman filter," *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, vol. 15, no. 2, pp. 88-95, Jun. 2005.
- [4] L. Zhao and W. Gao, "The experimental study on GPS/INS/DVL integration for AUV," *Position Location and Navigation Symposium, PLANS 2004*, 2004.
- [5] D. H. Titterton and J. L. Weston, *Strapdown Inertial Navigation Technology*, 2rd Ed., The Institution of electrical Engineers, 2004.
- [6] X. Pu, S. Liu, H. Jiang, and D. Yu, "A novel degree of observability used for measurement selections in gas path diagnostics," *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, vol. 134, Aug. 2012.
- [7] Y. M. Yoo, J. G. Park, D. H. Lee, and C. G. Park, "A theoretical approach to observability analysis of the SDINS/GPS in maneuvering with horizontal constant velocity," *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 10, no. 2, pp 298-307, Apr. 2012.



박용곤 증

2012년 한국항공대학교 항공우주공학과 졸업. 2012년~현재 서울대학교 대학원 기계항공공학부 석사과정 재학중. 관심 분야는 관성항법응용, 필터링 기법.



강철우

2007년 서울대학교 기계항공공학부 졸업. 2014년 동 대학원 박사. 현재 서울대학교 자동화 시스템 연구소 선임 연구원. 관심 분야는 관성항법 시스템, 비선형 필터링, 센서 및 구동기 FDI 기법.



이달호

1982년 서울대 제어계측공학과 졸업. 1985년 동 대학원 석사. 1992년 동 대학원 박사. 1992년~현재 가천대학교 전자공학과 교수. 1998년 미국 USC 방문연구원. 관심분야는 시스템 식별, 필터링 기법, INS 응용, Data hiding.



박찬국

1985년 서울대 제어계측공학과 졸업. 1987년 동 대학원 석사. 1993년 동 대학원 박사. 1993년 서울대학교 제어계측신기술 연구센터 연구원. 1994년~2002년 광운대학교 정보제어공학과 조교수/부교수. 1994년~2003년 서울대학교 자동제어특화센터 책임연구원. 2003년~현재 서울대학교 기계항공공학부 부교수/교수. 2006년~2007년, 2012년~현재 제어·로봇·시스템학회 편집이사. 2013년~현재 한국연구재단 전문의원 관심분야는 INS/GPS 결합 알고리즘, MEMS IMU 응용, 영상항법시스템, USN을 이용한 Ubiquitous Positioning, 필터링 기법, 인공위성 FDIR 시스템.