# 쿼드로터의 H-infinity 제어시스템 설계

# H-infinity Control System Design for a Quad-rotor

강 태 삼, 윤 광 준, 하 태 현, 이 기 건\*

(Taesam Kang<sup>1</sup>, Kwang Joon Yoon<sup>1</sup>, Tae-Hyun Ha<sup>1</sup>, and Gigun Lee<sup>1,\*</sup>)

<sup>1</sup>Department of Aerospace Information Engineering, Konkuk University

**Abstract:** This paper describes the design of a robust H-infinity attitude controller for a quad-rotor. The linear model of a quad-rotor was estimated using PEM (Prediction Error Minimization) method with experimental input and output data. To design an attitude controller, an extended plant was constructed by adjusting several uncertainties and weighting functions. An H-infinity controller was obtained by applying H-infinity methodology to the extended plant. Through frequency-domain analysis, it was shown that the designed controller can overcome uncertainties up to 75% of the plant model. The performance and robustness of the controller were verified through time-domain simulation.

Keywords: quad-rotor, flight control system, robust controller, model identification, H-infinity control

#### I. 서론

무인항공기는 사람이 탑승하지 않고 지상에서 수동/반자동 /자동 프로그램 방식으로 원격 통제하여 임무를 수행하는 항 공기 전체 시스템을 말한다. 최근에 괄목할 만한 성장을 이 룬 컴퓨터와 소프트웨어 산업의 발전은 무인항공기의 개발 또한 급격히 발전시켰다. 무인항공기는 초기에는 조종사의 희생을 줄이기 위해 군사 분야에서 주로 사용되었으나, 현재 는 산립감시나 해안정찰, 기상관측, 재난관측, 조난자 수색, 항공촬영 등 민간 및 공공분야에서의 활용성이 커지고 있다. 특히, 최근 세계 각국은 자연재난이나 대형 사고로부터 국가 의 핵심 기능을 보호하는 것을 주요 과제로 인식하고 있다. 재난, 재해 방지 및 구호를 위해 실시간 대응 능력과 이동성 이 강조되고 있으며 이에 CCTV, 위성 등과 같은 고정형 장 비 대신 지상의 지형 및 지물에 큰 영향을 받지 않으며, 운 용 및 유지가 간단한 소형 무인 비행체가 여러 가지 대안 중 하나로 부각되고 있다.

정찰, 감시 등의 무인항공기 활용에 있어서 공간의 제약을 받지 않고 다양한 기동을 수행하기 위해 수직 이착륙이 가능 하며 공중 정지 비행을 할 수 있는 회전익형 비행체가 적합 한 것으로 평가되고 있다[1-3]. 가장 대표적인 회전익형 비행 체인 헬리콥터는 그 비행 특성으로 인해 고정익 비행기 보다 저속 비행특성이 탁월하며, 이착륙시 장소의 제약이 적어 다 양한 임무에 적용 되어왔다. 그러나 로터 블레이드 허브의 기계적인 복잡함과 로터 블레이드의 공기 역학적인 커플링 으로 인해 시스템이 매우 불안정하여 소형 무인기로 사용하 기에 적합하지 않다. 또한 제작 및 유지보수가 용이하지 않

\* Corresponding Author

강태<sup>A</sup>남, 윤평준, 하태현, 이기건: 건국대학교 항공우주정보시스템공학과 (tskang@konkuk.ac.kr/kjyoon@konkuk.ac.kr/topflyer@nate.com/0130lk2@ gmail.com) ※ 이 논문은 2012학년도 건국대학교의 연구년교원 지원에 의하여

※ 이 논문은 2012학년도 전국대학교의 연구년교원 시원에 의하여 연구되었음. 고 시스템이 복잡하여 모델링 및 제어기 구현이 쉽지가 않다 [4]. 그에 반하여, 다수의 프로펠러를 사용하는 멀티로터는 우선 Payload 특성이 우수하고 모터와 프로펠러의 직접적인 체결로 인해 별도의 감속기어나 허브가 필요하지 않기 때문 에 기구적으로 단순하여 유지 보수가 원활하고, 헬리콥터 보 다 적은 공기역학적 커플링으로 인해 시스템 모델링 및 제어 기 구현이 상대적으로 유리하다[5,6].

대표적인 멀티로터인 쿼드로터는 저기동시, 각속도 교차곱 항(cross product term)을 무시할 수 있기 때문에 간단하게 PID 제어 등을 통해서도 제어기를 구현할 수 있지만, 고기동시에 는 비선형항의 영향이 많기 때문에 안정화를 위해서는 적절 한 제어 알고리즘을 적용해야 한다.

쿼드로터의 제어를 위해 다양한 기법들이 연구되어왔다. Cranfield 대학의 LQR 제어기법, 스위스 Fedral Institude of Technology의 PID 제어와 LQ 제어 기법, 비선형모델의 제어 를 위한 sliding mode, backstepping 제어 기법 등의 연구 결과 가 보고되고 있으며[7,8], 또한 카메라 영상을 이용하여 쿼드 로터의 안정성을 확보하는 기술이 연구되었으며[9], J. Dunfield는 신경망을 이용한 제어기를 시도하였다[10]. 그리고 CMG (Control Moment Gyroscope)를 쿼드로터에 적용하여 자 세제어 성능을 항상시키려는 연구도 수행되었다[11].

본 연구에서는 강인 제어 기법을 적용하여 쿼드로터 비행 체의 자세 제어기를 설계하였다. 제어기 설계에 앞서 실제 쿼드로터를 제작하였으며 전자 하드웨어 및 임베디드 제어 시스템을 개발하였다. 또한 쿼드로터 모델의 동역학 분석 및 비행 실험을 통해 얻은 입출력 데이터를 이용하여 선형 모델 을 추정하였다. 모델 식별은 예측오차기법(prediction error minimization method) 알고리즘을 이용하여 수행되었다. 자세 제어기는 H-infinity 제어기법을 적용하여 설계되었다. 실제의 시스템은 외란에 노출되기 쉽고 센서 잡음 등에 민감하며 또 한, 실제 시스템과 수학적 모델 사이에는 늘 오차가 있기 마 련이기 때문에, 강인성(robustness)은 제어시스템 설계에서 가 장 중요한 요소 중의 하나이다. H-infinity 제어기법은 불확실

Manuscript received August 30, 2014 / revised September 15, 2014 / accepted September 22, 2014

성을 포함한 MIMO (Multi-Input Multi-Output) 시스템 모델에 적용이 가능하며 설계 단계에서 불확실성을 고려하기 때문 에 강인성을 보장하는 제어기라 할 수 있다. 주파수 영역에 서의 해석을 통해 설계된 제어기의 안정성을 확인하였으며, 목표 추종 성능 및 모델 오차에 대한 강인성을 시뮬레이션을 통해 검증하였다.

#### Ⅱ. 비행제어시스템

개발된 쿼드로터 비행제어시스템의 구성은 그림 1과 같다. 마이크로컨트롤러는 지자기 센서가 내장된 3축 관성센서로 부터 3축의 가속도, 각속도, 지자기 데이터를 획득한 후 센서 결합 알고리즘을 이용하여 비행체의 자세를 추정한다. 프로 그램 된 제어기를 통해 적절한 모터 회전속도를 계산한 후 I2C 통신을 이용해 변속기와 모터를 구동하게 된다. I2C 방식 의 변속기는 일반적인 RC수신기에 비해서 매우 빠른 속도로 업데이트가 가능하기 때문에 보다 안정적으로 제어할 수 있 다. 또한 Zigbee와 RC 수신기를 사용하여 지상과의 통신이 가능하다.

지상관제시스템은 모니터링 소프트웨어와 RC 송신기로 구 성된다. 모니터링 소프트웨어는 National Instruments사의 LabView를 기반으로 개발되었고 현재 비행모드, 센서 데이터, 각 로터의 출력 등의 비행상태를 실시간으로 모니터링하고 저 장할 수 있으며 제어기의 이득 조정, 기준 입력 등을 비행제어 시스템으로 전송할 수 있다. RC 송신기는 수동/자동의 비행모 드를 전환하고, 수동 모드에서의 제어 명령을 전송할 수 있다.



그림 1. 비행제어시스템 구성.

Fig. 1. Overview of the flight control system.



그림 2. 비행제어시스템이 탑재된 쿼드로터 비행체. Fig. 2. Quad-rotor Flying robot with flight control system.



그림 3. 모니터링 소프트웨어. Fig. 3. Monitoring software.

### III. 동역학적 모델링 및 모델 식별

#### 1. 동역학적 모델링

일반적으로 쿼드로터는 십자형 프레임에 위치한 네 개의 구동모터와 각 모터에 의해 구동되는 프로펠러로 구성되며 두 쌍의 프로펠러는 서로 반대의 방향으로 회전하는 구조를 가진다. 이러한 구조의 장점은 서로 반대되는 쌍의 프로펠러 에서 발생되는 반토크가 서로 상쇄된다는 것이다. 쿼드로터 는 각각의 구동모터의 회전수를 조절함으로써 자세 및 속도 를 제어하게 되며 그림 4는 쿼드로터 비행체의 기본 구조 및 각 로터에서 발생되는 힘과 모멘트를 나타낸다.

각 로터에서 발생되는 추력과 반토크를 각각  $T_i$ ,  $\tau_i$ 라 정 하고(i = 1,2,3,4), 무게 중심에서 각 로터까지의 거리를 l이라 정하면 식 (1)과 같은 4개의 제어 입력의 식으로 나타낼 수 있다.  $u_1$ 은 총추력,  $u_2$ 는 롤 입력,  $u_3$ 는 피치 입력,  $u_4$ 는 요 입력이다.

$$u_{1} = T_{1} + T_{2} + T_{3} + T_{4}$$

$$u_{2} = l(T_{4} - T_{2})$$

$$u_{3} = l(T_{1} - T_{3})$$

$$u_{4} = \tau_{1} - \tau_{2} + \tau_{3} - \tau_{4}$$
(1)

Newton-Euler 방정식을 이용하여 쿼드로터 동체의 무게중 심에 작용하는 외력과 모멘트에 지구고정의 관성좌표계로의 변환행렬을 곱하여 최종 운동방정식을 유도하였다. 관성좌표 계와 동체좌표계 사이의 좌표 변환 행렬은 식 (2)와 같다. φ,θ,ψ 는 각각 롤, 피치, 요 자세각을 나타낸다.



그림 4. 쿼드로터에 작용하는 힘과 모멘트. Fig. 4. Forces and moments on a quad-rotor.

$$R_{eb} = \begin{bmatrix} \cos\psi\sin\theta & \sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi \\ \sin\psi\cos\theta & \sin\phi\sin\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi \\ -\sin\theta & \sin\phi\cos\theta \\ \cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi \end{bmatrix}$$

 $\frac{\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi}{\cos\phi\cos\theta}$ (2)

최종적으로 유도된 6자유도 운동방정식은 식 (3)과같으며 비행체 및 프로펠러는 강체이며, 비행체는 동체좌표계 중심 으로 대칭이고, 좌표계의 중심과 비행체의 무게중심이 일치 한다고 가정하였다. m은 동체 무게, *I<sub>xx</sub>*, *I<sub>yy</sub>*, *I<sub>z</sub>* 는 동체의 질 량관성모멘트이고, *J<sub>r</sub>* 은 로터의 관성모멘트, Ω<sub>r</sub> 은 로터 회 전각속도를 나타낸다.

$$\begin{split} m\ddot{x} &= (\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi)u_1 \\ m\ddot{y} &= (\cos\phi\sin\theta\cos\psi - \sin\phi\cos\psi)u_1 \\ m\ddot{z} &= (\cos\phi\cos\theta)u_1 - g \\ I_{xx}\ddot{\phi} &= \dot{\theta}\dot{\psi}(I_{yy} - I_{zz}) - J_r\dot{\theta}\Omega_r + u_2 \\ I_{yy}\ddot{\theta} &= \dot{\psi}\dot{\phi}(I_{zz} - I_{xx}) + J_r\dot{\phi}\Omega_r + u_3 \\ I_{zz}\ddot{\psi} &= \dot{\phi}\dot{\theta}(I_{xx} - I_{yy}) + u_4 \end{split}$$

#### 2. 모델 식별

일반적으로 시스템 모델을 식별하는 방법은 여러 가지가 있지만 대표적인 방법으로 해석적 방법과 비행시험 방법이 있다. 해석적 방법은 물리적 법칙에 의한 비선형 운동방정식 으로부터 선형 모델을 유도하는 방법으로 다른 방법에 비해 비교적 경제적이긴 하지만 모델의 오차나 외란의 영향을 고 려하지 못한다. 반면 비행시험 방법은 비행시험 데이터의 분 석을 통하여 수학적 모델과 실제 모델의 차이 그리고 그에 필요한 공력 파라미터를 결정하는 과정에서 생길 수 있는 오 차를 실제 비행체의 시험 데이터를 통해 보정함으로써 실질 적 항공기의 모델 식별이 가능하다.

본 연구에서는 실제 비행시험을 통해 얻은 입,출력 데이터 로부터 모델 식별 알고리즘을 이용하여 선형 모델을 추정하 였다[12].

입력 *u*에서 출력 *y* 로의 전달함수 *G*(*q*)와 에러 *e* 에서 출 력 *y* 로의 전달함수 *H*(*q*)가 식 (4)와 같이 주어질 때,

$$G(q) = C(qI_{nx} - A)^{-1}B + D$$
  

$$H(q) = Cx(qI_{nx} - A)^{-1}K + I_{ny}$$
(4)

실제 시스템의 출력과 가상의 모델의 출력과의 오차인 추 정에러함수 e(k)는 식 (5)와 같이 정리할 수 있다. 식 (4)에서 의 A, B, C, D는 시스템의 상태공간행렬이고 q는 시간 지연 연산자를 나타낸다. 예측오차기법(prediction error minimization method) 알고리즘은 추정에러함수 e(k)의 제곱을 최소화 시키 는 시스템 모델을 찾는다.

y는 실제 시스템의 출력, ŷ은 가상 모델의 출력 값이다.

$$\tilde{y}(k) = y(k) - \hat{y}(k)$$

$$= G(q)u(k) + H(q)e(k) - G(q)u(k) \qquad (5)$$

$$= H(q)e(k)$$

$$e(k) = H^{-1}(q) \left[ y(k) - G(q)u(k) \right]$$

획득한 비행데이터에서 모델의 입력은 각 축방향 로터의 디지털 입력 값의 차이이며, 출력은 롤, 피치, 요의 각속도로 정하였다. 추정 모델은 롤, 피치, 요 각 축 별로 자세와 각속 도, 시간지연 함수를 상태변수로 가지는 3차 시스템으로 가 정하였다. 그림 5는 동일한 입력에 대한 실제 실험의 출력 값과 추정된 모델의 시뮬레이션 출력 값을 비교한 것이며 추 정된 모델의 정확도를 식 (6)의 ft 값으로 표 1에 나타내었다.

$$fit = \left[1 - \frac{|y - \hat{y}|}{|y - \overline{y}|}\right] \times 100 \tag{6}$$

y 는 실험 데이터의 출력, ŷ 은 추정 모델의 출력, ỹ 는 y 의 평균을 나타낸다.



그림 5. 모델 식별 결과.

Fig. 5. Model identification results.

표 1. 식별된 모델의 Fit 값.

Table 1. Fit values of the identified models.

	Roll 모델	Pitch 모델	Yaw 모델
Fit 값	42.22	50.51	50.88

## IV. 제어기 설계

1. H-infinity 제어기

그림 6은 H-infinity 제어시스템의 표준 구조를 나타낸다. 기본적으로 플랜트 G와 제어기 K로 구성되어 있으며, G는 각각 2개의 입력과 출력을 가지는 시스템으로 간주한다. w는 시스템에 들어오는 모든 외부의 입력 신호, z는 외란에 의한 출력으로 성능과 안정도를 위해 최소화되어야 하는 값이고 y는 실제로 측정이 가능하여 제어기 K에서 쓸 수 있는 신호, 그리고 u는 제어기에서 플랜트로 보내는 제어 신호이다. 그림 6을 플랜트와 제어기의 전달함수로 표현하면 식 (7)과 같다.

$$z = G_{zw} w + G_{zu} u$$
  

$$y = G_{yw} w + G_{yu} u$$
(7)  

$$u = K y$$

식 (7)을 z에 대하여 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$z = \left[ G_{zw} + G_{zu} K (I - G_{yu} K)^{-1} G_{yw} \right] w = T_{zw} w$$
(8)

H-infinity 제어기 설계 문제는 모든 입력 w의 에너지를 1보 다 작거나 같도록 제약하는 가운데 출력 z를 최소화 할 수 있 는 안정 제어기 K를 찾는 것이고 이는 w에서 z로의 전달함수 T<sub>av</sub>의 H-infinity 노움(norm)을 최소화 하는 것과 같다[13].

그림 7은 루프 형성을 위한 불확실성과 가중함수가 포함 된 피드백 시스템을 나타낸다. 불확실성은 주로 외란 신호와 동적 섭동 의해 나타난다. 외란 신호는 비행 중 바람 등에 의 해 발생하는 입력과 출력 외란, 센서나 작동기의 잡음 등이고 동적 섭동은 수학적 모델과 시스템의 실제 동역학과의 차이를 뜻한다[14]. r은 시스템이 추종해야 할 기준입력(reference command), d<sub>i</sub> 와 d는 각각 입력외란과 출력외란을, n은 센서 등에 의한 측정 잡음을 의미한다. u는 제어 입력이며 u<sub>p</sub> 는 불확실성에 의해 실제 플랜트 G에 적용되는 제어 입력이다.

제어기를 설계하기 위하여 가중함수와 외란 등이 포함된



그림 6. H-infinity 제어시스템의 구조.

Fig. 6. Structure of H-infinity control system.



그림 7. 외란과 가중함수가 포함된 피드백 시스템.





그림 8. 제어기 설계를 위한 확장 플랜트 구조. Fig. 8. Extended plant structure to design H-infinity controller.

확장된 플랜트를 그림 8과 같이 구성하였다. Wu는 제어 입력 에 대한 가중함수이고 Wp는 자세와 각속도 에러에 대한 가 중함수, Wz는 입력 외란에 대한 가중함수, Wr은 기준입력에 대한 가중함수, Wn은 신호 잡음에 대한 가중함수이다. 또한 실제 환경에서의 조건을 가정하여 각 채널에 대한 외란 입력 을 wl ~ w3로, 센서 측정 잡음의 영향을 nl ~ n6로 정하였다. z와 e는 각각 가중함수가 적용된 제어 출력과 에러를 나타내 고 자세와 각속도(phi, theta, psy, p, q, r)는 출력 y를 나타낸다.

실제 시스템의 출력과 크기가 비슷하고 대역폭이 약 20 rad/s 이상이 되도록 고려하여 Wu와 Wp 결정하였다. 식 (9) 는 각각의 가중함수를 나타내고, 식 (10)은 제어기의 상태공 간 식이다.

$$W_{u} = diag\left(\frac{3s+1}{s+0.1}, \frac{3s+1}{s+0.1}, \frac{20s+1}{s+0.1}\right)$$
(9)  
$$W_{z} = 10^{-7} I_{3\times 3}, \quad W_{n} = 10^{-6} I_{6\times 6}$$

$W_p = diag\left(\frac{1}{s+0.001}, \frac{1}{s+0.001}, \frac{1}{s+0.001}, \frac{1}{s+0.001}, 10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6}\right)$								
$A_c =$								
0	0	0	-6754	-810	-1767	0	0	0
0	-1	0	0	0	0	-6153	-935	-1485
0	0	-2	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-4	1	-2	0	0	0
0	0	0	112	-7	88	0	0	0
0	0	0	-225	-35	-59	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-2	1	-1
0	0	0	0	0	0	40	-6	50
0	0	0	0	0	0	-205	-39	-50
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	3	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	3	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	10013	0	0	1	0	0	]
0	0	0	0	10016	0	0	1	0	
-7433	39	-3192	0	0	10117	0	0	1	
0	0	0	7	0	0	0	0	0	
0	0	0	-274	0	0	0	0	0	
0	0	0	334	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	5	0	0	0	0	
0	0	0	0	-17/1	0	0	0	0	
0	0	0	0	334	0	0	0	0	
1	1	2	0	0	-5	0	0	0	
-50	-14	-20	0	0	51	0	0	0	
-37	_9	-10	0	0	51	0	0	0	
0	0	0	-5	2	0	0	0	0	
2	1	0	0	-3 0	2	0	0	0	
0	1	0	0	0	-5	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	
U		0	0	0		0	0	- U	7
	0	0	0		0	0	0	-	
	0	0	0		0	0	0	1	
	0	0	0		0	0	0	-	
	0	0	0	_	228	0	0	1	
	0	0	0	12	2023	0	0	-	
	0	0	0	4	798	0	0		
	0	0	0		0	-181	0		
	0	0	0		0	9434	0		
	0	0	0		0	4454	0	-	
$B_c =$	0	Û	0		0	0	-352	1	
	0	0	0		0	0	8100		
	0	0	0		0	0	5207		
	1025	0	0		0	0	3307		
	1925	0	0	_	481	0	0		
	0	1925	0		0	-448	0	1	
	0	0	192	5	0	0	-513		
	57735	0	0		0	0	0	1	
	0	57735	0		0	0	0	+	
	0	0	5773	35	0	0	0	1	
<i>C</i> =									
- <i>c</i>	2	0	0					1.0	~
0 0 0		0	0		-0.39	-0.0	)468 -	-1.0	2
		0	0		0		0	0	
		0	0		0		0	0	
0 (		0	0		0	0		0	
-0.3552 -		0.054	-0.08	57	0	0		0	
0		0	0	_	0.0644	0.00	03 -	0.027	6
0 0		č	-			-			~ ¬
0.5781		0	0	C	0.001	0		0	
0 0.		5783	0		0	0.00	1	0	
0		0	0.0876	5	0	0		0	
$D_c =$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	0 0 0 0 0 0	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$					(1	0)

2. 주파수 응답 해석

그림 9는 플랜트와 설계된 제어기가 포함된 시스템의 주

파수 응답을 나타낸다. 제어기는 6개의 입력과 3개의 출력을 가지며 플랜트의 9개의 상태변수와 입력의 가중함수 Wu와 자세 에러의 가중함수 Wp의 상태변수를 위한 18차 식으로 설계되었다. 제어기와 루프 전달함수의 특이값이 저주파 영 역에서는 크고 고주파 영역에서는 작아야 좋은 성능의 제어기 라 할 수 있다. 플랜트와 루프 전달함수의 특이값을 비교해보 면 루프게인의 특이값이 저주파에서는 더 크고 고주파에서는 더 작은 것을 확인할 수 있다. 롤과 피치 응답의 대역폭은 약 26 rad/s, 요의 응답은 14 rad/s 인 것을 확인할 수 있다.

그림 10은 민감도 행렬(Sensitivity matrix)의 특이값 선도를 나타낸다. 민감도 행렬은 식 (11)과 같이 정의된다.  $L_i$ 는 입력 루프의 전달행렬이고  $S_i$ 는 입력 민감도행렬,  $T_i$ 는 입력 상보 감도행렬(Complementary sensitivity matrix)이다.

$$L_i = KG, \quad S_i = (I + L_i)^{-1}, \quad T_i = I - S_i$$
 (11)

그림 10을 보면 저주파에서 S<sub>i</sub> 의 이득이 작기 때문에 저 주파 영역에서의 입력 추적 성능과 외란 감소 성능이 양호함 을 보여준다. 또한 T<sub>i</sub> 가 고주파에서의 이득이 매우 작으므로



그림 9. 플랜트와 루프 전달함수의(L\_=GK) 주파수 응답.

Fig. 9. Frequency responses of loop transfer function.





Fig. 10. Maximum singular values of sensitivity matrix.

고주파 영역에서의 잡음 제거 성능이 뛰어남을 알 수 있다 [15]. 민감도 행렬의 최대 특이값은 2.42 데시벨로 약 1.321이 며 식 (12)의 Small gain theorem에 의해 설계된 제어기는 플랜 트의 75.7% 까지의 불확실성에 대해서 안정성을 유지할 수 있다는 것을 알 수 있다.

$$\|\Delta\|_{\infty} \le \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{1.321} \approx 0.757$$
 (12)

#### 3. 시간영역에서의 시뮬레이션

그림 11은 시간영역에서 계단 입력을 주었을 경우의 시뮬 레이션 결과이다. 롤, 피치, 요에 각각 2초, 4초, 6초에 기준입 력을 인가하였다. 상승시간은 약 0.5초이며 오버슈트는 거의 나타나지 않았다.







그림 12. 모델 오차가 있을 경우의 계단 입력에 대한 응답. Fig. 12. Step response with model uncertainty.

그림 12는 플랜트 모델에 오차가 있을 경우의 시뮬레이션 결과를 나타낸다. 모델의 입력 행렬에 +50%, -50%의 오차를 가정하였다[16]. 요의 응답의 경우 정상 모델의 경우와 비교 하여 입력이 크게 들어올 때 오버슈트가 약 30% 정도 발생 하였고, 입력이 작게 들어올 때에는 응답이 약간 지연되었지 만 목표 추종 성능은 양호한 편이었다. 특히, 롤과 피치의 경 우 정상 모델과 거의 동일한 응답 결과를 보여주어 모델 오 차에 대한 제어기의 강인성을 확인할 수 있었다.

## V. 결론

본 논문에서는 강인제어기법을 적용하여 쿼드로터의 자세 제어기를 설계하고 시뮬레이션을 통해 검증하였다. 제어기의 설계에 앞서, 비행 실험으로부터 얻은 데이터로부터 예측오 차기법을 적용하여 모델을 추정하였다. 각 축 별로 자세와 각속도, 시간지연 함수를 상태변수로 가지는 3차 시스템으로 가정하여 9차의 시스템으로 가정하였다.

추정된 모델을 기반으로 H-infinity 제어 기법을 적용하여 자세제어기를 설계하였다. 설계된 제어기의 성능과 강인성은 주파수영역에서의 해석과 시뮬레이션을 통해 검증하였다. 설 계된 제어기는 민감도 행렬의 특이값 분석을 통해 최대 75.7%의 모델 불확실성에 대하여 강인성을 보장함을 알 수 있었다. 또한 계단 입력에 대한 시뮬레이션 결과 0.5초 이내 의 빠른 상승시간을 가지며 오버슈트가 거의 없는 안정된 제 어 성능을 확인할 수 있었다. ±50%의 모델 오차를 가정한 시뮬레이션에서 요의 응답은 정상모델과 비교하여 약 30% 정도의 오버슈트가 발생하였지만 양호한 목표추종 성능을 보여주었고, 롤과 피치는 정상 모델에서와 차이 없이 기준 입력을 잘 추종하여 모델 오차에 대한 제어기의 강인성을 확 인할 수 있었다. 추후 실제 구현 실험을 통해 설계된 제어기 의 성능을 검증할 계획이다.

#### REFERENCES

- B. Mettler, M. Tischle, and T. Kanade, "System identification of small size unmanned helicopter dynamics," *American Helicopter Society 55' Forum*, Montreal, Quebec, Canada, 1999.
- [2] B. Mettler, Identification Modeling and Characteristics of Miniature Rotorcraft, Kluwer Academic Publishers, 2003.
- [3] D. H. Shim, H. J. Kim, and S. Sastry, "Control system design for rotorcraft-based unmanned aerial vehicles using time-domain system identification," *IEEE International Conference on Control Application*, pp. 808-813, 2000.
- [4] A. R. S. Bramwell, G. Done, and D. Balmford, *Bramwell's Helicopter Dynamics*, 2nd Edition, AIAA, 2001.
- [5] P. Castillo, A. Dzul, and R. Lozano, "Real-time stabilization and tracking of a four-rotor mini rotorcraft control systems technology," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 12, no. 4, pp. 510-516, 2004.
- [6] V. M. Martinez, "Modeling of the flight dynamics of a quadrotor helicopter," MS thesis, Cranfield University, 2007.
- [7] S. Bouabdallh and R. Siegwart, "Backstepping and slidingmode techniques applied to an indoor micro quadrotor," *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2247-2252, 2005.
- [8] S. Bouabdallah, "Design and control of quadrotors with application to autonomous flying," Ph.D. thesis, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, 2007.
- [9] A. Mokhtari and A. Benallegue, "Dynamic feedback controller of euler angles and wind parameters estimation for a quadrotor unmanned aerial vehicle," *IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp. 2359-2366, 2004.
- [10] J. Dunfied, M. Tarbouchi and G. Labonte, "Neural network based control of a four rotor helicopter," *IEEE International Conference on Industrial Technology*, 2004.
- [11] K.-H. Oh and H.-L. Choi, "Attitude control of a quad-rotor using CMG," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 20, no. 7, pp. 695-700, 2014.
- [12] A. Budiyono and S. S. Wibowo, "Optimal tracking controller design for a small scale helicopter," *Journal of Bionic Engineering*, vol. 4, no. 4, pp. 271-280, 2007.

- [13] K. Zhou and J. C. Doyle, *Essentials of Robust Control*, Prentice Hall, 1998.
- [14] D.-W. Gu, P. Hr. Petkov, and M. M. Konstantinov, *Robust Control Design with MATLAB*, A-jin Publishing Company, 2008.
- [15] D. Y. Jung, T. Kang, H. R. Dharmayanda, and A. Budiyono, "H-infinity attitude control system design for a small-scale autonomous helicopter with nonlinear dynamics and uncertainties," *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 25, pp. 501-518, 2012.
- [16] S. Jeong and S. Jung, "Design and experimental studies of a disturbance observer for attitude control of a quad-rotor system," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 19, no. 11, pp. 1004-1010, 2013.



# 강 태 삼

1986년 서울대학교 제어계측공학과 학 사 졸업. 1988년 동 대학원 석사 졸업. 1992년 동 대학원 제어계측 공학박사. 2001년~현재 건국대학교 항공우주정보 시스템공학과 교수. 관심분야는 MEMS 센서, 신호처리, 제어 이론 및 제어시스 템, 강인제어.



# 윤 광 준

1981년 서울대학교 항공공학과 학사 졸업. 1983년 동 대학원 석사 졸업. 1990 년 미국 Purdue 대학 항공우주공학과 박사 졸업. 1991년~현재 건국대학교 항 공우주정보시스템공학과 교수. 관심분 야는 복합재료, 구조설계, 무인항공기.



#### 하 태 현

2013년 건국대학교 항공우주정보시스템 공학과 졸업. 2013년~현재 건국대학교 항공우주정보시스템공학과 대학원 석사 과정 재학 중. 관심분야는 항공기 구조 설계 및 해석, 시제기 시험 평가.

#### 이 기 건

