

◆ 특집 ◆ 직선 · 회전모터 구동 이송 · 회전체 연구 X

회전체 Whirl 운동을 고려한 고압용 래비린스 씰의 동적 특성에 관한 연구

Study of the Dynamic Characteristics of a High-Pressure Labyrinth Seal Considering Rotor Whirling

김재실^{1,✉}, 이경진², 신민재³
Chae Sil Kim^{1,✉}, Kyung Jin Lee², and Min Jae Shin³

¹ 창원대학교 기계공학부 (School of Mechanical Engineering, Changwon National University)

² 두산중공업㈜ 증기터빈설계 3팀 (Steam Turbine Engineering Team 3, Doosan Heavy Industries & Construction)

³ 창원대학교 진동내구성연구센터 (Vibration Durability Research Center, Changwon National University)

✉ Corresponding author: kimcs@changwon.ac.kr, Tel: +82-55-213-3604

Manuscript received: 2015.6.29. / Revised: 2015.7.16. / Accepted: 2015.7.16.

This article describes the calculation procedure for the dynamic characteristics of a high-pressure labyrinth seal wherein the friction force and rotor whirling force are considered; SFCP, the commercial code developed by Lee and two colleagues, is used in the procedure. The simulation results were reviewed in comparison to those of the experiments provided by Benckert; additionally, the SFCP simulation results were verified using the CFD analysis presented by Toshio Hirano. This calculation procedure may therefore be applied to the dynamic characteristics of the labyrinth seals of high-pressure turbo machinery.

KEYWORDS: Labyrinth seal (래비린스 씰), SFCP (동특성 계수 예측 프로그램), Frictional force (마찰력), Dynamic characteristics of rotor (회전체 동적 특성)

1. 서론

최근, 산업 기술의 발전이 가속화 되면서 산업 기계의 효율을 상승시키는 연구도 중요시 되고 있다. 그 중에서 유체 및 터보 기계 시스템은 2000년도 이후 국내의 유체 및 터보 기계 산업기반 기술이 선진국 수준으로 발전되면서 설계 및 제작이 가능해졌으며 상품화되어 해외 시장에 진출하고 있다. 하지만, 경제성장과 산업 · 사회생활의 고도

화에 따라서 전력 수요의 증대로 인한 에너지 자원과 환경의 제약이 거론되고 있으며 이에 따라, 국산화 된 유체 및 터보 기계는 효율적인 측면을 선진국 수준의 도달하기 위해서 현재까지 많은 연구가 진행되고 있으며, 그 중에서도 래비린스 씰을 사용하여 유체 및 터보 기계의 고효율화를 구현하는 추세이다.

유체 및 터보 기계에 사용되는 래비린스 씰은 내부 유량 손실을 줄이고 기계의 효율을 상승시키

는 역할을 한다. 이에 따라, 래비린스 썰에 대한 연구는 1919년 H. Martin¹이 누설 유량 예측 방정식을 정의하면서 시작되었다. 그리고 B. Gans²는 회전체의 Whirl 운동에 따른 단면적 변화를 고려하고 표면 마찰 계산 방법을 개선하여 정밀한 해석 모델을 제안하였으며, 계산 결과를 Benckert and J. Wachter³의 공기 실험결과와 비교하여 검증하였다.

이를 바탕으로 국내에서는 안중현 등이 CFD 수치해석을 이용하여 래비린스 썰의 형상에 따라 증기 누설량을 예측하고 내부 증기 유동을 분석하였으며,⁴ 래비린스 썰 이의 경사도에 따라 누설량 분석 및 최적안을 도출하여 효율 상승을 취하고자 연구하였다.⁵ 그리고 이경진⁶ 등은 래비린스 썰 날 사이의 압력비와 휘돌림 속도를 고려하여 고압 증기터빈용 래비린스 썰의 동특성 계수를 계산하기 위한 프로그램을 개발하고 Gans의 이론을 기초로 도출된 계산 결과와 비교하였다. 이와 같이, Gans의 해석 모델은 현재까지 래비린스 썰이 사용되는 다양한 유체 및 터보 기계에 이용되고 있다. 하지만, 마찰력과 Whirl 운동에 따라 회전체에 가해지는 힘을 고려하여 Benckert의 저압 및 고압에서의 공기 실험 결과를 적용하여 검증한 연구는 미흡한 실정이다.

따라서, 본 논문에서는 마찰력과 Whirl 운동에 따라 회전체에 가해지는 힘을 고려하여 래비린스 썰의 동특성 계수를 도출하였다. 이 때, 이경진 등이 개발한 래비린스 썰의 동특성 계수 계산용 프로그램인 SFCP를 이용하였으며 결과를 검증하기 위하여 동일한 조건을 입력 후, Benckert의 저압 및 고압에서의 공기 실험 결과와 비교하여 검증하였다. 추가적으로, Toshio Hirano⁷가 CFD 시뮬레이션을 통하여 도출한 래비린스 썰의 동적 특성과 비교하여 SFCP 계산 결과를 검증하였다.

2. 마찰력 및 Whirl 운동을 고려한 래비린스 썰의 동적 특성

2.1 마찰력을 고려한 래비린스 썰의 동적 특성

마찰력을 고려한 래비린스 썰의 동적 특성을 도출하기 위하여 Fig. 1과 같이 회전체 중심이 편심 되어 Whirl 운동을 하고 있는 모델을 선정하였으며, 복잡한 3차원 유동이 존재하는 썰 내부를 단순화 모델로 가정하였다. 또한, 내부 압력과 유속은 원주 방향에 따라서만 변화하고 접선방향 유속은 일정하며 누설 유량은 Martin's 방정식을 따

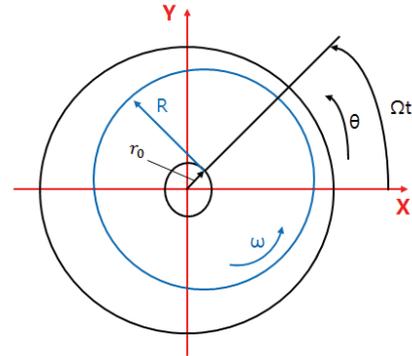


Fig. 1 Orbit of the rotor center with whirl motion

른다고 가정하였다.

Chamber 내부의 평균 원주방향 속도는 동특성 계수에 영향을 미치는 것으로 알려져 있으며⁷ 이를 계산하기 위해서는 표면 마찰계수를 이용한다. 단위 원주 길이당 마찰력은 표면 전단력 τ 와 유체와 접촉하는 주변길이 S 의 곱으로 나타낼 수 있다. 식(1)과 식(2)는 각각 고정체와 회전체에 의한 단위 원주 길이당 마찰력으로 표현할 수 있다.

$$\tau_{Si} S_{Si} = \frac{1}{8} \lambda_{Si} S_{Si} \rho_i c_i^2 \quad (1)$$

$$\tau_{Ri} S_{Ri} = \frac{1}{8} \lambda_{Ri} S_{Ri} \rho_i (u - c_i) |u - c_i| \quad (2)$$

또한, 틈새와 단면적은 원주 방향에 따라 파형을 나타내면서 변화하며 압력 및 속도 변동폭은 정상상태의 절대값에 비해 낮으며 같은 주기의 파형을 나타낸다고 가정하였다. 하지만, 이 때의 위상각은 다를 수 있으므로 각 변수의 위상각을 고려하여 식(3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} p_i &= \bar{p}_i + \hat{p}_i = \bar{p}_i + p_{mi} \cos \Phi_{pi} \\ \left(\because \Phi_{pi} &= \frac{x}{R} - \Omega t + \phi_{pi} \right) \\ c_i &= \bar{c}_i + \hat{c}_i = \bar{c}_i + c_{mi} \cos \Phi_{ci} \\ \left(\because \Phi_{ci} &= \frac{x}{R} - \Omega t + \phi_{ci} \right) \\ \rho_i &= \frac{p}{RT} = \frac{1}{RT} (\bar{p}_i + p_{mi} \cos \Phi_{pi}) \end{aligned} \quad (3)$$

식(3)을 Martin's 방정식 중 래비린스 썰의 단위 원주 길이당 누설 유량 식에 대입하여 선형 근사

하면 식(4)와 같이 래비린스 쉘의 유량 변화량 선형근사식을 얻을 수 있다.

$$\hat{q}_i = \bar{q}_i \left\{ \left(1 + \mu'_{\delta_i} \right) \frac{\hat{\delta}_i}{\bar{\delta}_i} + \left(\mu'_p + P \ln - LP \right)_i \frac{\hat{p}_i}{\bar{p}_i} - \left(\mu'_p + P \ln - LP \right)_i \frac{\hat{p}_{i-1}}{\bar{p}_{i-1}} \right\} \quad (4)$$

마찰력을 고려한 래비린스 쉘의 동적 특성을 파악하기 위해서는 마찰 계수에 영향을 미치는 압력 및 속도 변화가 없다고 가정한다면 식(3)을 식(1)과 식(2)에 대입하면 마찰력에 대한 근사식을 식(5) 및 식(6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau_{si} S_{si} = \frac{1}{8} \lambda_{si} S_{si} \frac{\bar{p}_i u^2}{RT} \left\{ \left(\frac{\bar{c}_i}{u} \right)^2 + 2 \frac{\bar{c}_i \hat{c}_i}{u_i u} - \frac{\hat{p}_i}{\bar{p}_i} \left(\frac{\bar{c}_i}{u} \right)^2 \right\} \quad (5)$$

$$\tau_{ri} S_{ri} = \frac{1}{8} \lambda_{ri} S_{ri} \frac{\bar{p}_i u^2}{RT} \frac{u - \bar{c}_i}{|u - \bar{c}_i|} \left\{ \left(1 - \frac{\bar{c}_i}{u} \right)^2 + 2 \left(1 - \frac{\bar{c}_i}{u} \right) \frac{\bar{c}_i}{u_i} + \frac{\hat{p}_i}{\bar{p}_i} \left(1 - \frac{\bar{c}_i}{u} \right)^2 \right\} \quad (6)$$

SFCP 프로그램을 이용하여 각각의 나열된 식을 적용 후 계산하면 최종적으로 마찰력이 고려된 래비린스 쉘의 동특성 계수를 도출할 수 있다.

2.2 회전체의 Whirl 운동을 고려한 래비린스 쉘의 동적 특성

회전체의 Whirl 운동을 고려한 래비린스 쉘의 동적 특성을 도출하기 위하여 먼저 각 Chamber의 압력을 구한 후 원주를 따라 적분하면 회전체의 가해지는 힘을 구할 수 있다. 회전체의 전향 Whirl 운동의 경우는 식(7)과 같이 나타낼 수 있으며 후향 Whirl 운동의 경우는 식(8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_{XF} = -R\pi \sum_n l_i \bar{p}_i \frac{P_{mi}}{P_i} \cos(-\Omega t + \phi_{piF}) \quad (7)$$

$$F_{YF} = -R\pi \sum_n l_i \bar{p}_i \frac{P_{mi}}{P_i} \sin(-\Omega t + \phi_{piF})$$

$$F_{XB} = -R\pi \sum_n l_i \bar{p}_i \frac{P_{mi}}{P_i} \cos(-\Omega t + \phi_{piB}) \quad (8)$$

$$F_{YB} = -R\pi \sum_n l_i \bar{p}_i \frac{P_{mi}}{P_i} \sin(-\Omega t + \phi_{piB})$$

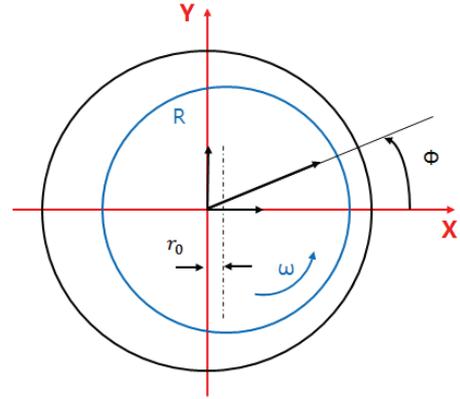


Fig. 2 Rotor center location when the reaction forces were calculated

동특성 계수는 Toshio가 사용한 방법을 따라 계산하였으며, 회전체 중심 좌표를 이용하여 식(9)와 같이 정의하였다. 여기서 식(7)과 식(8)을 이용하여 식(9)에 대입하면 특정 시점에 대한 래비린스 쉘의 반력을 계산할 수 가 있을 뿐만 아니라 동특성 계수를 계산할 수 있는 식을 얻을 수 있다.

$$-\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{11} & -K_{21} \\ K_{21} & K_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_{11} & -C_{21} \\ C_{21} & C_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{pmatrix} \quad (9)$$

Fig. 2는 Ω (t=0) 일 때를 나타내며 이 때, 회전체 중심 위치 및 속도를 대입하면 다음과 같이 식(10)을 도출할 수 있다.

$$-\frac{F_x}{r_0} = K_{11} - C_{21}\Omega \quad (10)$$

$$-\frac{F_y}{r_0} = K_{21}r_0 - C_{11}\Omega r_0$$

다음과 같은 이론적 식을 바탕으로 연속 방정식과 운동량 방정식을 얻어 선형화 한 후 쉘 내부 압력 원주방향 변화량을 계산하고 압력을 적분하여 x방향 및 y방향의 쉘 반력을 계산하고 Whirl 속도를 변화시키면 래비린스 쉘의 동특성 계수를 도출할 수 있다.

앞서 도출한 식을 Fig. 3과 같은 순서도에 따라 적용한다면 마찰력과 회전체의 Whirl 운동이 고려된 래비린스 쉘의 동특성 계수를 SFCP 프로그램을 이용하여 계산할 수 있다.

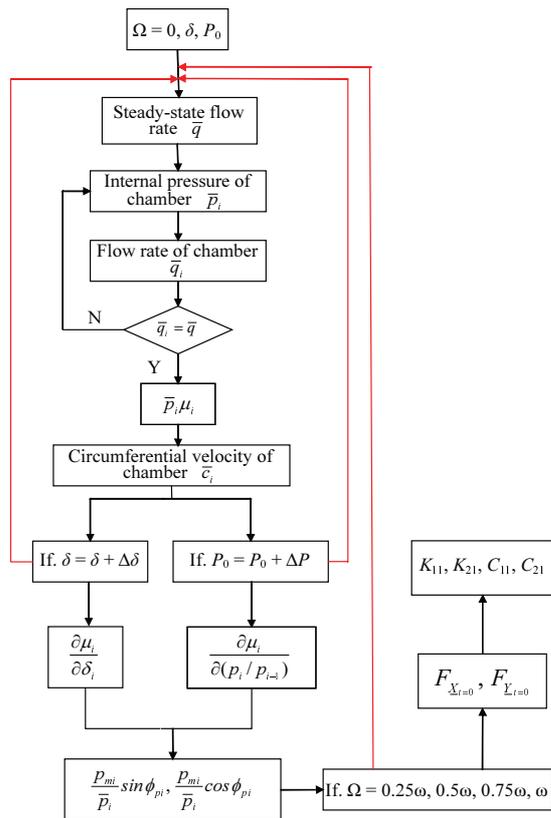


Fig. 3 Flow chart of the seal force calculation program

3. 공기 실험 결과 및 CFD 결과를 이용한 SFCP 프로그램의 동적 특성 결과 검증

3.1 고압 공기 조건의 동적 특성 결과 검증

마찰력과 회전체의 Whirl 운동이 고려된 래비린스 씰의 동적 특성 계산 결과를 SFCP 프로그램을 이용하여 도출하였으며, 씰의 동적 특성 결과를 검증하기 위하여 Benckert의 공기 실험 계산식의 결과를 기준으로 선정하고 Gans의 계산 결과를 SFCP 프로그램 결과의 비교 대상으로 선정하여 검증하였다. 먼저 고압 공기로 수행된 조건에서 공기 압력과 씰 날 수량을 변경하고 유체의 평균 접선방향 속도를 일정하게 적용하여 Table 1과 같이 동특성 계수를 도출하였다.

고압 공기 조건에서 입구 압력을 변경함과 동시에 씰 날 수량을 변경한 두 가지 경우에 대하여 결과를 도출하였다. 비교 결과 Benckert의 결과를 기준으로 Gans의 계산 결과는 최대 2.3×10^6 N/m의 차이가 발생했으며 SFCP 프로그램의 계산 결과는

Table 1 Comparison of cross-coupled stiffness of a high pressure air seal using Benckert, Gans and SFCP

Case	1	2
P [bar]	160	20
C [m/s]	150	150
N	4	31
L [mm]	5	5
K_{21} (Benckert) [$\times 10^6$ N/m]	-9.0	-25.0
K_{21} (Gans) [$\times 10^6$ N/m]	-8.7	-27.3
K_{21} (SFCP) [$\times 10^6$ N/m]	-9.3	-17.9

Table 2 Comparison of cross-coupled stiffness of a low pressure air seal using Benckert, Gans and SFCP

Case	1	2	3	4
P [bar]	1.944	2.448	1.944	2.448
C [m/s]	61	61	61	61
N	18	18	9	9
L [mm]	4.93	4.93	10.01	10.01
K_{21} (Benckert) [$\times 10^4$ N/m]	-2.84	-4.05	-2.63	-3.75
K_{21} (Gans) [$\times 10^4$ N/m]	-5.18	-6.39	-3.47	-4.45
K_{21} (SFCP) [$\times 10^4$ N/m]	-4.62	-5.87	-2.84	-3.72

7.1×10^6 N/m의 차이가 발생함을 확인할 수 있었다. Benckert의 결과가 낮은 압력에서 실험한 결과를 이용하여 검증한 후 고압 공기 조건에 적용하였으며 Gans 또한 비슷한 결과를 도출하도록 유량 계수를 변경하였기 때문이다. 그러므로 보다 확실한 검증을 위해서는 고압 공기 조건뿐만 아니라 저압 공기 조건에서 계산된 결과를 도출하여 검증할 필요가 있다.

3.2 저압 공기 조건의 동적 특성 결과 검증

확실한 검증을 위하여 저압 공기로 수행된 조건에서 공기 압력과 씰 날 수량을 변경하고 유체의 평균 접선방향 속도를 일정하게 적용하여 Table 2와 같이 동특성 계수를 도출하였다. 이 때, Table 1과 같은 방법을 적용하여 동특성 계수를 도출하였지만 처음에는 입구 압력만 변경하고 씰 날 수량을 동일한 상태로 둔 경우에 대한 결과를 도출하였으며 두 번째로는 씰 날 수량도 변경하여 총 4 가지 경우에 대한 결과를 도출하였다. 저압 공기로 수행된 실제 실험 결과와 계산된 결과를 비교한 결과 Benckert의 결과를 기준으로 SFCP 프로그램의 계산 결과는 최대 1.8×10^4 N/m의 차이가

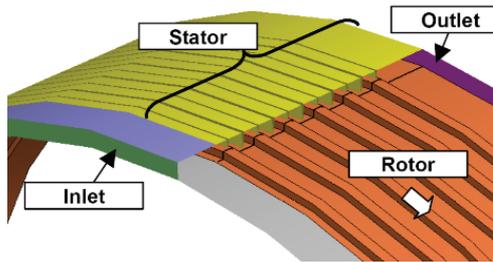


Fig. 4 Shape model of the labyrinth seal chamber

Table 3 Boundary condition of CFD analysis

N	H [mm]	l [mm]	R [mm]
11	7	7	275
P _i [bar]	P _o [bar]	δ [mm]	ω [rpm]
147	130	0.78	3600

발생함을 확인할 수 있었으며, 이는 Gans 방법을 이용한 결과보다 현저히 적은 오차가 발생하였다.

저압 공기로 수행된 실험의 경우 실험적으로 얻을 수 있는 쉘의 반력 자체가 작으므로 측정 오차가 결과에 미치는 영향이 상대적으로 크다는 것을 의미한다. 그러므로 마찰력과 회전체의 Whirl 운동을 고려한 SFCP 프로그램이 적절하게 적용되었다고 예측된다.

3.3 CFD 를 이용한 동적 특성 결과 검증

SFCP 프로그램에서 도출된 결과를 공기 실험 결과와 비교하여 검증하였으며, 더욱 정확한 검증을 위하여 추가적으로 Hirano가 연구한 래비린스 쉘의 동적 특성 결과를 도출하고자 Fig. 4와 같은 형상을 이용하여 Table 3의 조건을 적용한 CFD 해석을 수행하였으며 Fig. 5와 같이 비교한 후 검증하였다.

CFD 해석 조건에서 입구 압력이 147 bar로써 고압 공기 조건에서의 실험 조건과 유사하며 이 때의 해석 결과를 이용하여 SFCP의 결과 및 Gans 해석 모델 결과와 비교하였다. 특히 휘돌림 속도 0.5ω에서 CFD 결과와의 K₂₁ 오차는 SFCP 프로그램을 이용한 계산 결과에서는 7.2×10⁵ N/m로 오차 값이 발생하였으며, 이는 Gans 해석 모델의 K₂₁의 오차 값인 9.0×10⁵ N/m보다도 낮은 값이 발생하였다는 것을 확인할 수 있었다. 이로 인해, SFCP 프로그램을 이용한 동적 특성 결과를 실험 및 시뮬레이션을 통하여 검증하였으며 프로그램에서 도출된 결과를 초기 설계 단계에서 활용 가능하다고 판단된다.

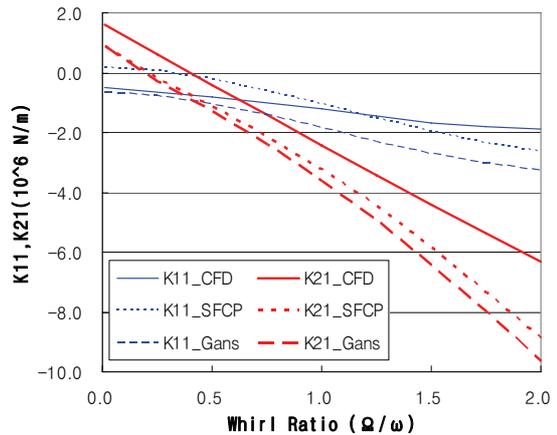


Fig. 5 Dynamic stiffness of T. Hirano's CFD analysis for an air compressor labyrinth seal⁸

4. 결론

본 연구를 통하여 얻은 결론은 다음과 같이 정리할 수 있다.

(1) 회전체의 마찰력과 Whirl 운동에 따라 가해지는 힘을 고려하여 래비린스 쉘의 동특성 계수를 계산하는 방정식을 유도하였으며 이에 따른 결과를 도출하였다. 이 때, 이경진 등이 개발한 래비린스 쉘의 동특성 계수 계산용 프로그램인 SFCP를 이용하였으며 결과를 검증하기 위하여 동일한 조건을 입력 후, Benckert의 저압 및 고압에서의 공기 실험 결과와 비교하여 검증하였다.

(2) 고압 공기 조건에서 입구 압력을 변경함과 동시에 쉘 날 수량을 변경한 두 가지 경우에 대하여 결과를 도출하였다. 비교 결과 Benckert의 결과를 기준으로 Gans의 계산 결과는 최대 2.3×10⁶ N/m의 차이가 발생했으며 SFCP 프로그램의 계산 결과는 7.1×10⁶ N/m의 차이가 발생함을 확인할 수 있었다. 또한, 저압 공기로 수행된 실제 실험 결과와 계산된 결과를 비교한 결과 Benckert의 결과를 기준으로 SFCP 프로그램의 계산 결과는 최대 1.8×10⁴ N/m의 차이가 발생함을 확인할 수 있었으며, 이는 Gans 방법의 결과보다 현저히 적은 오차가 발생하였다.

(3) CFD 해석 결과를 이용하여 고압 공기 조건과 유사한 환경을 설정하고 SFCP 및 Gans의 결과를 비교 및 검증하였다. 이 때, 휘돌림 속도 0.5ω에서 CFD 결과와의 K₂₁ 오차는 SFCP 프로그램을 이용한 계산 결과가 Gans 해석 모델보다 낮은 값이 발생하였다는 것을 확인할 수 있었다.

(4) 따라서, 본 논문에서 마찰력과 회전체의 Whirl 운동을 고려한 SFCP 프로그램이 적절하게 적용되었다고 예측되며, 프로그램에서 도출된 결과를 고압용 터보 기계의 초기 설계 단계에서 활용 가능하다고 판단된다.

후 기

본 논문은 창원대학교 진동내구성연구센터의 지원으로 수행된 연구결과로써 본 논문의 일부 내용은 이경진의 석사 논문⁸에서 인용되었습니다.

REFERENCES

1. Martin, H. M., "Steam Leakage in Dummies of the Ljungstrom Type," Engineering, Vol. 3, 1919.
2. Gans, B. E., "Prediction of the Aero-Elastic Force in a Labyrinth Seal and Its Impact on Turbo Machinery Stability," Ph.D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, 1983.
3. Benckert, H. and Wachter, T., "Flow Induced Spring Constants of Labyrinth Seals," Proc. of the Workshop on Rotordynamic Instability Problems in High-Performance Turbomachinery, pp. 189-212, 1980.
4. Ahn, J. H., Hur, J.-H., Moon, S.-J., Lee, J.-H., and Yoo, H., "Reduction of Leakage through Labyrinth Seal in a Steam Turbine by Modification of the Teeth Shape," Proc. of the SAREK Summer Conference, pp. 857-862, 2009.
5. Hur, J.-H., Ahn, J.-H., Park, J.-G., Moon, S.-J., Lee, J.-H., et al., "Analysis of Leakage through Labyrinth Seal in a Steam Turbine Due to Modification the Teeth Angle," Proc. of the SAREK Winter Conference, pp. 313-318, 2009.
6. Lee, K. J., Jung, H. H., and Kim, C. S., "A Study on the Dynamic Coefficient of Labyrinth Seals in a High Pressure Steam Turbine Considered to Whirl Motion," Proc. of the KSTLE Autumn Conference, pp. 145-146, 2010.
7. Hirano, T., Guo, Z., and Kirk, R. G., "Application of CFD Analysis for Rotating Machinery: Part 2- Labyrinth Seal Analysis," Proc. of the ASME Turbo Expo, International Joint Power Generation Conference, pp. 661-667, 2003.
8. Lee, K. J., "A Study on the Dynamic Coefficient of Labyrinth Seals in a High Pressure Steam Turbine," M.Sc. Thesis, Department of Mechanical Engineering, Changwon National University, 2009.