

스털링 컨버터의 부하를 고려한 통합 해석 및 설계 방법론

권 석 범

(서울과학기술대학교)

1. 머리말

스털링 컨버터(free-piston stirling engine, FPSE)는 스텔링 사이클에 기반하여 열에너지에서 운동에너지로 변환하는 엔진 파트와 이 운동에너지를 전기에너지로 변환하는 발전기 파트로 구분할 수 있다. 엔진은 히터, 쿨러, 압축부, 팽창부, 재생기부 및 피스톤들로 이루어져 있으며, 발전기는 이동자 및 고정자, 외부회로로 이루어진다. 스텔링 컨버터의 전기 발전하는 부하 운전시, 외부회로의 부하저항과 캐패시턴스의 변화(가변 부하)에 따라 엔진과 발전기 모두 동적 거동과 전기출력이 변화한다. 부하 값에 따라 많게는 2배 이상의 전기 출력 차이가 발생하기도 하므로, 부하에 따른 FPSE의 출력을 최적화 시키는 것은 FPSE 성능 예측 및 설계에 있어서 매우 핵심적인 요소라고 할 수 있다. 여기서 가변 저항, 가변 캐패시터는 실제로 엔진에 연결해 사용하는 전기 부하를 모사한다.

이 변수들에 의해 엔진의 동적 거동과 전기 출력의 변화를 예측하는 부하 설계는 엔진 설계에 있어 매우 중요하다. 그렇다면 부하에 따른 엔진의 동적 거동과 전기출력을 어떻게 예측할 수 있을까? 만약 엔진의 진동 스트로크가 저항과 캐패시터 값에 상관없이 일정하다면 역기전력에 의해 발전기에서 발생하는 전압(induced voltage)도

일정한 진폭을 갖는다. 요컨대 쉽게 엔진의 동적 거동 및 전기 출력을 수식적으로 쉽게 구할 수 있다. 그러나 실제로는 전기 부하는 스트로크에 영향을 주고, 스트로크는 발생 전압에 영향을 준다. 즉, 서로 커플링되어 있는 것이다. 그럼으로 전기 회로 외에, 회로의 발생전압에 영향을 미치는 엔진 진동도 변수로 고려해야만 전기 부하에 따른 엔진 동적 거동 및 전기 출력을 구할 수 있다.

이 글에서는 전기 부하 설계 관점에서 전기 부하에 따라 엔진의 동적 거동과 전기 출력이 어떻게 변하는지를 파악하는 방법론을 제시하고, 진동과 발전기의 전기회로의 커플링을 고려하여 FPSE 해석 모델을 제시하고자 한다.

2. 예측 모델 수립

FPSE 해석 모델을 세우기 위해 먼저 FPSE의 작동원리를 수식적으로 표현해야 한다. 앞서 FPSE는 작동 원리에 따라 크게 엔진파트와 발전기 파트로 나눌 수 있다고 언급하였다. 열에너지를 진동에너지를 바꾸는 엔진 파트를 수식적으로 표현하기 위해서는 외부 열이 엔진 내부 기체의 유동을 통해 어떻게 힘을 만들며 이 힘이 어떻게 피스톤의 진동을 만드는지 수식적으로 표현해야 한다. 엔진의 열 유동은 단열 모델(adiabatic model)을 이용하여 수식으로 표현한 기존의 연구

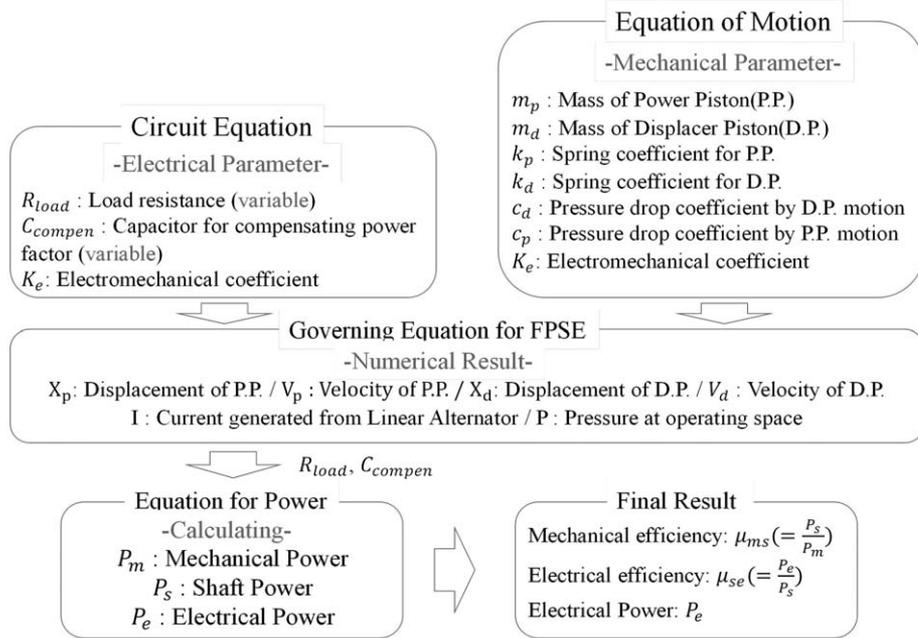


그림 1 FPSE 해석모델 수립 과정

를 참고하였고⁽³⁾, 이를 디스플레이서 피스톤, 파워피스톤 운동방정식에 적용하였다.

한편 진동에너지를 전기에너지로 바꾸는 발전기 파트를 수식적으로 표현하기 위해서는 진동 스트로크가 어떤 원리로 발전기에 전압을 발생시키며 이 전압에 의해 어떻게 전기에너지가 발생하는지 수식적으로 표현해야 한다. 이 연구에서는 발전기 설계 시 스트로크에 특정 비례상수를 곱한 형태로 발전기에 전압을 발생시킨다고 보고 이를 발전기 회로방정식에 적용하였다. 즉, 전기-기계 상수를 도입하는 것이다.

각 파트의 작동 원리를 설명하는 미분방정식 모델이 세워지면 이 연립 미분방정식들을 수치해석 하여 해(solution), 즉 스트로크, 전류값을 구하였다. 디스플레이서 피스톤, 파워 피스톤 스트로크와 발전기 전류가 구해지면 엔진의 동적 거동과 전기 출력 값을 계산할 수 있다. 엔진 파트에서 열 유동 모델을 운동방정식에 적용하는 과정에서 비선형 미분방정식의 형태가 되기 때문에 수치해석을 사용하여 해를 구하였다.

저항과 캐패시터 값의 변화에 따른 동적 거동

및 전기출력 양상을 확인하기 위해 두 값을 변화시켜 가며 해를 구했다. 첫 번째 케이스의 경우 캐패시터 효과를 무시하고(캐패시터 값=∞) 전기 저항만 변화할 때 거동 양상을 시뮬레이션 하여 구하였으며, 두 번째 케이스는 전기 저항을 고정하고 캐패시터만 변화할 때 거동 양상을 시뮬레이션 하여 구하였다. 그림 1은 FPSE 해석모델 d을 수립하는 과정을 간단히 도식화 한 것이다.

그림 2는 엔진 파트의 두 피스톤에 대한 자유물체도(free body diagram, FBD)를 표현한 것이다. 엔진 파트는 디스플레이서 피스톤과 파워 피스톤 두 개의 피스톤에 대한 운동방정식으로 표현할 수 있다. 각각 피스톤의 운동방정식은 질량에 의한 관성 힘(inertia force), 스프링에 의한 강성 힘(stiffness force), 감쇠에 의한 감쇠 힘(damping force), 열 유동에 따른 압력 변화에 의한 힘(pressure force), 발전기 부하에 의한 역기전력(electromotive force) 네 개의 힘으로 구성된다. 피스톤과 실린더 사이의 좁은 간극에서의 디스플레이서 피스톤과 파워 피스톤의 감쇠 힘은 매우 작다고 가정하여 무시하였기 때문에, 실제 두 피

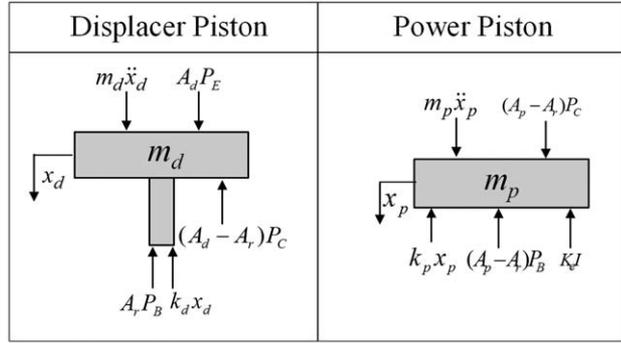
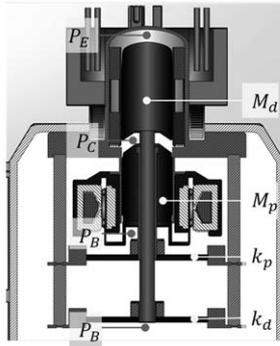


그림 2 엔진 파트의 schematic view & free body diagram

스톤의 자유물체도에는 관성 힘, 강성 힘, 압력 힘, 역기전력만을 보여준다.

자유 물체도를 이용해 디스플레이서 피스톤과 파워 피스톤의 운동방정식을 다음과 같이 수립할 수 있다.

디스플레이서 피스톤 운동방정식:

$$M_d \ddot{x}_d = (P_E - P_C)A_d + (P_C - P_B)A_r - k_d x_d \quad (1)$$

파워 피스톤 운동방정식:

$$M_p \ddot{x}_p = (P_C - P_B)(A_p - A_r) - k_p x_p - K_e I \quad (2)$$

위 수식의 압력 값들 중 P_B 는 압력 충전 공간 (bounce space)의 압력, P_C 는 압축 공간 (compression space)의 압력, P_E 는 팽창공간 (expression space)에서의 압력을 나타낸다. $P_E - P_C$ 는 작동 기체가 재생기의 점성 마찰 (viscous friction)를 거치며 에너지를 소비(energy loss)하기 때문에 발생하는 압력강하를 의미하며, 디스플레이서 피스톤의 운동방정식에서 감쇠 힘의 형태로 표현된다.⁽⁴⁾ $P_C - P_B$ 는 진동을 따라 발생하는 동압으로, 비선형의 외력 힘으로 표현된다. 각 term은 단일모델, 상태방정식, 질량 보존 방정식을 적용해 수식화 하며, 다음과 같다.

압력강하

$$P_E - P_C = \Delta P = C_d \dot{x}_d + C_p \dot{x}_p \quad (3)$$

동 압력

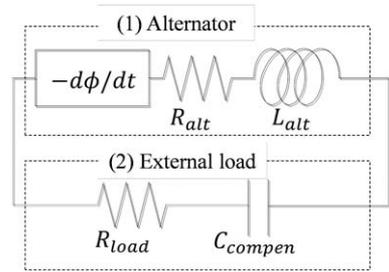


그림 3 발전기 파트의 전기 회로

$$P_C - P_B = \frac{-\gamma^p (dV_c/T_{CK} + dV_E/T_{HE})}{V_c/T_{CK} + \gamma(V_K/T_K + V_R/T_R + V_H/T_H) + V_E/T_{HE}} - p_0 \left[1 - \frac{(A_p - A_r)x_p}{V_{B_0}} \right]^\gamma \quad (4)$$

발전기 파트는 발전기와 부하를 포함한 한 개의 회로 방정식으로 표현할 수 있다. 회로는 진동과 전기를 잇는 매개 상수역할인 역기전력 상수, 발전기 내부 저항, 발전기 내부 인덕턴스, 외부 부하로서 변수인 저항과 캐패시터로 이루어진다. 그림 3은 발전기 및 발전기와 연결된 외부 회로를 포함한 전체 회로를 보여준다.

그림 3의 전기 회로에 키르히호프 법칙을 적용하여 다음과 같은 회로 방정식을 다음과 같이 수립할 수 있다.

$$V_{induced} = -\frac{d\phi}{dx} \cdot v_p = -K_e \cdot v_p \quad (5)$$

$$= (R_{alt} + R_{load})I + L_{alt} \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C_{compen}} \int_0^{\tau=t} I(\tau) d\tau$$

$V_{induced}$ 는 유도 전압, $(d\phi/dx)$ 는 이동자 변위에 따른 자기력선 변화율, v_p 는 파워 피스톤의 속도, K_e 는 전기 기계 상수, R_{alt} , R_{load} 는 발전기 내부 회로 및 외부 회로 저항, I 는 전류, L_{alt} 는 인덕턴스, C_{compen} 은 외부회로 캐패시터이다. $(d\phi/dx)$ 는 K_e 와 같은 값이며, $V_{induced}$ 를 결정하는 동시에 부하를 결정하는 설계변수로, 발전기 설계 시 파워 피스톤이 일정 속도로 움직일 때 일정하도록 설계함으로써 상수로 얻을 수 있다⁶⁾.

최종적으로 FPSE의 동적 거동 및 전기 출력을 예측할 수 있는 지배방정식으로써 세 개의 비선형 미분방정식을 얻을 수 있다. 이 비선형 연립 미분방정식을 수치해석을 적용하여 해 x_p (파워 피스톤의 변위), x_d (디스플레이서 피스톤의 변위), v_p (파워 피스톤의 속도), v_d (디스플레이서 피스톤의 속도), q (전하량), I (전류)를 구할 수 있다. 수치해석 방법으로는 Runge-Kutta 4th method를 사용했다.

디스플레이서 운동방정식:

$$M_d \ddot{x}_d = \left(P - P_0 \left[1 - \frac{(A_p - A_r)x_p}{V_{B0}} \right]^{\gamma} \right) A_r - k_d x_d + C_d \dot{x}_d + C_p \dot{x}_p \quad (6)$$

파워 피스톤 운동방정식:

$$M_p \ddot{x}_p = \left(P - P_0 \left[1 - \frac{(A_p - A_r)x_p}{V_{B0}} \right]^{\gamma} \right) (A_p - A_r) - k_p x_p - K_e I \quad (7)$$

발전기 회로방정식:

$$K_e \cdot \dot{x}_p = L_{alt} \ddot{Q} + \frac{1}{C_{compen}} Q + (R_{alt} + R_{load}) \dot{Q} \quad (8)$$

3. 해석 결과

저항을 변화시켜 가며 엔진의 스트로크, 디스플레이서 피스톤과 파워 피스톤 사이의 위상각, 전류, 전압, 출력 결과를 통해 저항에 따른 엔진의

동적 거동과 전기출력 양상을 확인 할 수 있다.

엔진의 동적 거동 관점에서 볼 때, 디스플레이서 피스톤과 파워 피스톤의 스트로크는 저항이 증가함에 따라, 즉 부하가 감소함에 따라 증가하다가 일정 값에 수렴한다. 이는 저항값의 증가가 역기전력 감소로 이어져 스트로크를 증가시키며 결국 일정 값에 수렴하는 것으로 볼 수 있다. 이 수렴값은 무부하 상태의 진폭과 같아지게 된다. 반면, 위상각과 작동 주파수는 저항이 증가함에 상관 없이 일정한 값을 보인다.

발전기의 출력 관점에서 볼 때, 전류는 저항이 증가함에 따라 스트로크가 증가하는 구간에서 증가하다가 스트로크가 일정해지는 구간부터 감소하기 시작한다. 반면 전압은 저항이 증가함에 따라 계속 증가한다. 전기 출력은 저항이 증가함에 따라 증가하다가 전류가 감소하기 시작하는 시점 거의 뒤에서 최대 점을 보이고 다시 감소한다.

결과를 통해 실제 발전기의 최대 출력 지점이 이론상 최대 출력 지점과 다름을 확인하였다. 발전기의 최대 전기 출력 지점은 스트로크가 일정해지기 시작하는 구간 조금 뒤에 발생했다. 일반적으로 전기 출력은 내부 저항(발전기 내부 저항- R_{alt})과 외부 저항(외부 저항부하- R_{load})가 같아지는 지점에서 최대출력을 발생시킨다. 그러나 실제 FPSE의 경우 내부 저항과 외부 저항이 같을 때 스트로크가 최대가 아니기 때문에 저항이 더 커져도 스트로크가 커져 출력은 증가한다. 요컨대 엔진 파트에 동적 거동의 출력이 최대가 되는 지점과 발전기 파트의 전기출력이 최대가 되는 지점이 일치하지 않으며, 이 둘이 적절히 보상이 되는 지점에서 최대 전기출력을 내는 최적 지점이 존재하는 것으로 볼 수 있다.

캐패시터를 변화시켜 가며 엔진의 스트로크, 디스플레이서 피스톤과 파워 피스톤 사이의 위상각, 전류, 전압, 출력 결과를 통해 캐패시터에 따른 엔진의 동적 거동과 전기출력 양상을 확인 할 수 있다.

엔진의 동적 거동 관점에서 볼 때, 디스플레이

서 피스톤과 파워 피스톤의 스트로크는 캐패시터가 증가함에 따라 계속 감소하다가, 점점 일정 값에 수렴한다. 이는 캐패시터 값의 증가가 역기 전력 증가로 이어져 스트로크를 감소시키며 결국 일정 값에 수렴하는 것으로 볼 수 있다. 작동 주파수는 저항이 증가함에 상관 없이 일정한 값을 보였지만, 위상각은 특정 지점(역률을 최대로 보상하는 지점)을 기준으로 부호가 바뀌며 증가하는 경향을 보인다.

전류와 전압, 전기출력은 캐패시터가 증가함에 따라 처음에는 증가하다가 일정 값 이상이 되면 계속 감소하기 시작한다.

결과를 통해 실제 발전기의 최대 출력 지점이 이론 상 최대 출력 지점과 다름을 확인하였다. 일반적으로 발전기의 최대 전기 출력 지점은 역률 보상이 최대로 발생하는 캐패시터 값($\frac{1}{\omega^2 L}$, L 은 발전기 인덕턴스)에서 발생한다. 그러나 실제 FPSE의 경우 최대로 역률보상되는 지점에서 스트로크가 최대가 아니기 때문에 캐패시터 값이 최대 역률보상 지점에서 더 작아져도 스트로크가 커져 출력이 증가한다. 요컨대 저항 부하와 같이, 엔진 파트에서 동적 거동의 출력이 최대가 되는 지점과 발전기 파트의 전기출력이 최대가 되는 지점이 일치하지 않으며, 상충되는 두 효과가 합쳐져 최대 전기출력을 내는 최적 지점이 존재하는 것으로 볼 수 있다.

4. 맺음말

해석 결과를 통해 부하 변화에 따른 엔진의 동적 거동 및 전기출력 양상을 확인할 수 있었다. 실제 기계적 최대 출력 지점과 전기적 최대 출력

지점이 불일치 하며, 상충되는 두 효과가 조합되어 최대 전기출력을 내는 지점이 따로 존재하는 것을 확인하였다. 이는 부하 설계에 있어서 매우 중요한 사실이다. 이 사실을 실제 우리가 원하는 전기 출력을 내기 위해서 얼마만큼의 부하를 지정해 주어야 하는지 결정할 때 활용할 수 있을 것이다. 또한 엔진 파트의 동적 거동과 발전기 파트의 전기적 거동을 이해, 제어를 적용하여서 엔진이 자동적으로 최대 출력을 낼 수 있도록 활용할 수 있을 것으로 보인다. KSNVE

참고문헌

- (1) 박성제 외 5명, 2015, 양방향 스티어링엔진의 선형발전기 설계에 관한 연구, Trans. of the Korean Hydrogen and New Energy Society, Vol. 26, No. 6, pp. 638~644.
- (2) David M. B., 2016, A Phasor Description of the Stirling Cycle, Proceedings of the 17th International Stirling Engine Conference Global Cooling Inc., pp. 331~341.
- (3) Byun, H. H. et al, 1994, Dynamic Analysis of Free-piston Stirling Engine Using Ideal Adiabatic Model, Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A, Vol. 18, No. 7, pp. 1751~1758.
- (4) Urieli, I. and Berchowitz, D. M., 1984, Stirling Cycle Engine Analysis, Adam Hilger Ltd, Bristol.
- (5) Benvenuto, G. et al., 1995, Analysis of Free-piston Stirling Engine/Linear Alternator Systems Part 1: Theory, University of Genoa, J. of Propulsion and Power, Vol. 11, No. 5.