

프랙탈 차원 추정을 위한 박스 계수법의 개선

Enhancement of the Box-Counting Algorithm for Fractal Dimension Estimation

소혜림, 소건백, 진강규*

(Hye-Rim So¹, Gun-Baek So¹, and Gang-Gyoo Jin^{2,*})

¹OST Graduate School, Korea Maritime and Ocean University

²Division of IT, Korea Maritime and Ocean University

Abstract: Due to its simplicity and high reliability, the box-counting(BC) method is one of the most frequently used techniques to estimate the fractal dimensions of a binary image with a self-similarity property. The fractal calculation requires data sampling that determines the size of boxes to be sampled from the given image and directly affects the accuracy of the fractal dimension estimation. There are three non-overlapping regular grid methods: geometric-step method, arithmetic-step method and divisor-step method. These methods have some drawbacks when the image size M becomes large. This paper presents a BC algorithm for enhancing the accuracy of the fractal dimension estimation based on a new sampling method. Instead of using the geometric-step method, the new sampling method, called *the coverage ratio-step method*, selects the number of steps according to the coverage ratio. A set of experiments using well-known fractal images showed that the proposed method outperforms the existing BC method and the triangular BC method.

Keywords: fractal dimension, data sampling, coverage ratio, box-counting method, binary image

I. 서론

1967년 Mandelbort의 한 편의 논문[1]으로부터 촉발된 프랙탈 이론은 그동안 많은 연구자들에 의해 잘 정립되어 왔고, 복잡한 자연현상을 기술해주는 새로운 학문으로 인정받아 공학, 과학, 컴퓨터 그래픽과 예술, 의학, 지질학 등 다양한 분야에서 성공적으로 응용되어 왔다[2-6]. 프랙탈(fractal)은 단순한 구조가 끊임없이 반복되면서 복잡하고 특이한 전체 구조의 질서를 형성하는 것을 말하며, 자기 유사성(self-affinity)과 순환성(recursiveness)을 그 특징으로 하고 있다. 프랙탈 차원은 자기유사성을 가진 도형의 기하학적 불규칙성의 정도를 효과적으로 분석해주는 도구로써, 대표적인 추정 방법으로는 박스 계수(BC: Box-Counting)법, 삼각 프리즘(triangular prism)법, 프랙셔널 브라운운동(fractional Brownian motion)법 등[2-5]이 있다.

그 중에서도 2D 이진(흑백) 이미지에 적합한 BC법과 3D 그레이 스케일의 이미지에 적합하도록 이를 변형한 차분 박스계수(differential box counting)법이 단순하면서도 신뢰성이 높아 여전히 많이 사용되고 있고, BC법은 의료용 x-ray/PET/MRI 영상과 강과 해안선, 구조물의 균열 등의 이미지를 이진화(binazation)하고 그 복잡성을 측정하는데 있어서 중요한 역할을 담당하고 있다[7-13].

$M \times M$ 2D/3D 이미지에 BC법 등을 적용할 때에는 X-Y 평면으로 박스를 스캐닝하면서 데이터를 취합하는 과정이 필요하다[15]. 현재까지 제안된 비중복 등격자(non-overlapping regular grid) 샘플링법으로는 기하학적 스텝(GS: Geometric Step)법, 산술적 스텝(AS: Arithmetic Step)법, 제수 스텝(DS: Divisor Step)법이 있다[3,13].

GS법은 log-log 좌표 상에서 데이터간의 간격이 같도록 샘플링하는 방법으로써, M 이 클 때 정밀도를 높일 수 있는 스케일의 데이터가 부족한 것이 단점이지만, 그럼에도 불구하고 대부분의 추정법들이 이를 사용하고 있다. AS법은 작은 크기의 이미지를 다룰 때 회귀분석 데이터를 충분히 얻을 목적으로 제안되었지만 M 이 크면 픽셀 활용률이 낮은 다량의 데이터가 발생되고, DS법은 픽셀 활용률이 100%가 되도록 제안된 방법이지만 M 에 따라 회귀분석용 데이터 수의 변동이 심하고 특히 소수(prime number)이면 데이터를 충분히 얻을 수 없는 단점을 가지고 있다[13].

Foroutan-pour 등[11]은 GS법을 채용하는 BC법을 네 가지 프랙탈 이미지에 적용하면서 박스 크기의 한계치 문제를 다루었고, Kaewaramsri와 Woraratpanya [12]는 기존의 정사각형 박스를 두 개의 삼각형으로 분할하여 박스 계수의 정확성을 높이도록 GS법을 쓰는 삼각 박스계수(TBC: Triangular Box-Counting)을 제안하였고, Buczkowski 등[13]은 AS법으로 샘플링하면서 log-log 좌표 상에서 평활한 데이터들을 제거하고 회귀분석하는 문제를 다루었다.

본 연구에서는 기존의 프랙탈 차원 추정법들이 쓰고 있는 기하학적 스텝법의 단점을 보완하기 위해 픽셀 활용률을 기반으로 하는 새로운 샘플링법을 제안하고, 이를 우선

* Corresponding Author

Manuscript received March 3, 2016 / revised July 7, 2016 / accepted July 11, 2016

소혜림, 소건백: 한국해양대학교 OST 대학원

(shr0318@gmail.com/superior3608@naver.com)

진강규: 한국해양대학교 IT공학부(ggjin@kmou.ac.kr)

BC법에 적용하여 그 추정 정밀도를 높이는 문제를 다룬다. $M \times M$ 픽셀 크기의 이진 이미지가 주어질 때 제안된 샘플링법은 스텝크기를 1에서 $M/2$ 까지 1씩 변경하면서 픽셀 활용률을 얻고 크기순으로 정렬한 다음 적정수의 대응되는 스텝크기를 취해 스텝집합을 구성하게 된다. 이때 스텝수를 결정짓는 매개변수는 이론적 차원이 잘 알려진 프랙탈 도형과 절대오차의 평균값을 최소로 하는 관점에서 정한다.

제안된 방법은 이론적 차원이 잘 알려진 프랙탈 도형으로 성능을 평가하며 기존의 GS법을 사용하는 두 가지 BC법들과 비교하여 그 유효성을 밝힌다.

II. 기존의 박스 계수법

박스 계수법은 $M \times M$ 이진 이미지가 주어질 때 이를 내포하는 기준이 되는 정사각형(한 변의 길이가 1)을 만들고 한 변의 길이를 r 스케일로 줄여나가면서 격자로 분할하고 프랙탈 도형이 포함된 박스의 개수를 세는 과정을 반복한다. 여기서 M 은 2^m 이고 m 은 양의 정수로 간주된다. 따라서 프랙탈 도형을 완전히 덮는데 요구되는 최소한의 박스 개수 $N(r)$ 은 r 에 따라 달라지며 다음 관계식으로 표시된다.

$$N(r) = \left(\frac{1}{r}\right)^D \tag{1}$$

만약 $M \times M$ 픽셀 이미지를 다룰 경우에는 각 변을 스텝크기 δ 로 줄여나가면 δ 와 M 은 $\delta = rM (0 < r < 1)$ 의 관계를 가지므로 식 (2)와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$N(\delta) = \left(\frac{1}{r}\right)^D = \left(\frac{M}{\delta}\right)^D = M^D \left(\frac{1}{\delta}\right)^D \tag{2}$$

여기서 M^D 는 상수이므로 다시 식 (3)으로 쓸 수 있다.

$$N(\delta) \propto \left(\frac{1}{\delta}\right)^D \tag{3}$$

따라서 BC법은 δ 를 달리하면서 분할할 때 프랙탈 도형이 포함된 박스의 개수를 세는 과정을 반복하면서 $N(\delta)$ 를 얻게 되면, 프랙탈 차원은 식 (4)와 같이 $\log(1/\delta)$ - $\log(N(\delta))$ 그래프의 기울기가 된다.

$$D = \frac{\log(N(\delta))}{\log(1/\delta)} \tag{4}$$

그림 1은 코흐 눈송이 커브가 그려진 16×16 픽셀의 이미지를 샘플링하면서 $N(\delta)$ 를 구하는 예를 보여주며, 표 1은 그 결과이다.

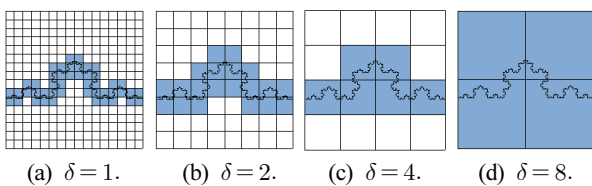


그림 1. 16×16 픽셀 이미지에서 박스 계수.

Fig. 1. Box counting on an image of 16×16 pixels.

표 1. 스텝크기와 박스 수.

Table 1. Step size and box numbers.

δ	$N(\delta)$	$\log(1/\delta)$	$\log(N(\delta))$
1	46	0	3.8286
2	20	-0.6931	2.9957
4	6	-1.3863	1.7918
8	4	-2.0794	1.3863

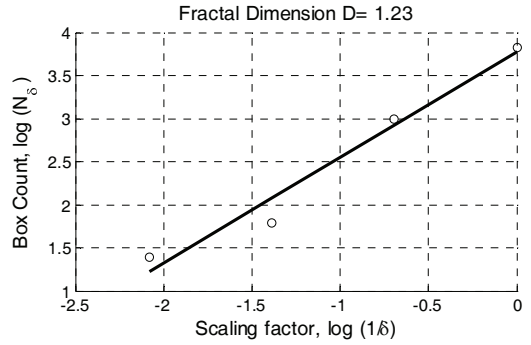


그림 2. 최소자승법에 의한 회귀분석 결과.

Fig. 2. Data fitting using the least squares method.

표 1의 데이터를 가지고 최소자승법으로 직선모델로 회귀분석하면 $D=1.23$ 이고, 이는 이론적 프랙탈 차원 1.262에 근접한 값을 알 수 있다.

III. 개선된 샘플링법

1. 기존의 데이터 샘플링

데이터 샘플링은 주어진 이미지로부터 어떤 크기의 박스를 취해 어떤 방법으로 스캐닝하고 또 스텝크기의 하한치와 상한치를 어떻게 정할 것인지를 정의하는 절차로써, 프랙탈 차원 추정치의 정밀도에 직접적인 영향을 주게 되므로 선정 시 세심한 주의가 필요하다. 여기서는 기존의 몇 가지 샘플링법에 대해 살펴본다.

기하학적 스텝법(GS)은 대부분의 프랙탈 추정법들이 채용하고 있는 방법으로써 $M \times M$ 이미지가 주어질 때 log-log 좌표 상에서 데이터간의 간격이 같도록 2의 배수로 커지는 기하학적 수(geometric number)로 샘플링하며, 이때 스텝집합은 $\Delta_{GS} = \{\delta | 2^k, k = 0, 1, 2, \dots, \log_2(M) - 1\}$ 이 되고 스텝수는 $n_{GS} = |\Delta_{GS}| = \log_2(M)$ 이 된다.

예로 8×8 이미지에 GS법을 적용하면 $\Delta_{GS} = \{1, 2, 4\}$, $n_{GS} = 3$ 이 되고, 그림 3은 GS법을 적용했을 때의 결과를 보여준다.

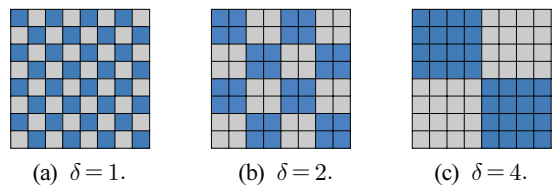


그림 3. 8×8 픽셀 이미지에서 GS 샘플링.

Fig. 3. GS sampling on an image of 8×8 pixels.

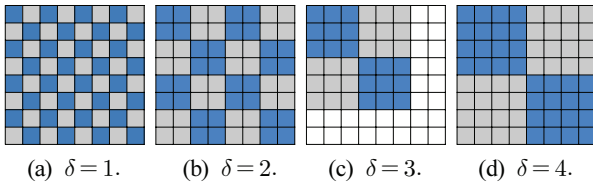


그림 4. 8×8 픽셀 이미지에서 AS 샘플링.

Fig. 4. AS sampling on an image of 8×8 pixels.

산술적 스텝법(AS)은 작은 크기의 이미지를 다룰 때 회귀분석용 데이터를 충분히 얻을 목적으로 제안된 방법으로써, δ 를 1에서 $M/2$ 까지 산술적으로 1씩 증가시키면서 샘플링하게 되며 스텝집합은 $\Delta_{AS} = \{\delta \mid \delta = 1, 2, 3, \dots, M/2\}$ 이 되고 스텝수는 $n_{AS} = |\Delta_{AS}| = M/2$ 이 된다.

앞서 사용한 8×8 이미지에 AS법을 적용하면 $\Delta_{AS} = \{1, 2, 3, 4\}$, $n_{AS} = 4$ 가 되고, 그림 4는 AS법을 적용했을 때의 샘플링 결과를 보여준다. $\delta = 3$ 일 때 28개의 픽셀이 낭비되는 것을 볼 수 있다.

제수 스텝법(DS)은 어떤 δ 에도 픽셀 활용률이 100%가 되도록 설계된 방법으로써, δ 는 M 의 자연수 제수(M 은 제외)가 되며, 스텝집합은 $\Delta_{DS} = \{\delta \mid \delta \text{는 } M \text{의 자연수 제수 and } \delta \approx M\}$ 이 된다. M 이 기하학적 수이면 DS법과 GS법은 같게 된다. 역시 8×8 이미지에 DS법을 적용하면 $\Delta_{DS} = \{1, 2, 4\}$, $n_{DS} = 3$ 이 되고, 샘플링 결과는 그림 3과 같게 된다.

2. 새로운 샘플링법

BC법에서 스텝크기를 정하고 그 한계치를 정하는 것은 대단히 중요하다. GS법은 M 이 클 때 정밀도를 높일 수 있는 스케일(즉, 작은 δ)의 데이터가 부족한 것이 단점이고, AS법은 스텝수가 커서 회귀분석용 데이터는 충분하지만, 픽셀 활용률이 낮은 다량의 δ 를 가지는 것이 단점이고, 한편 DS법은 M 이 기하학적 수가 아닐 때에는 GS법보다 스텝수가 적을 수도 있고 또 M 이 소수이면 스텝수가 1이 되어 적용 자체가 어렵게 된다[13].

이를 개선하기 위해 직관적으로 스텝마다 픽셀을 더 많이 활용하면서 충분한 크기의 회귀분석 데이터를 확보할 때 추정값이 더 대표성을 갖는다고 할 수 있어, 새로운 샘플링법을 제안한다. 이를 위해 먼저 $M \times M$ 이미지와 δ 가 주어질 때 픽셀 활용률, 즉 커버리지 비율(coverage ratio) $CR(\delta)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$CR(\delta) = \frac{\text{int}(\frac{M}{\delta})\delta \times \text{int}(\frac{M}{\delta})\delta}{M \times M} \quad (\delta \in \Delta) \quad (5)$$

여기서 $\text{int}(\frac{M}{\delta})\delta \times \text{int}(\frac{M}{\delta})\delta$ 는 스텝크기가 δ 일 때 사용된 픽셀 수를, Δ 는 스텝집합을 의미한다. 또한 모든 δ 에 대해 평균 커버리지 비율(average coverage ratio) \overline{CR} 를 다음과 같이 정의한다.

$$\overline{CR} = \frac{1}{|\Delta|} \sum_{\delta \in \Delta} CR(\delta) \quad (6)$$

따라서 제안하는 방법, 즉 커버리지 비율에 기초한 스텝(CRS: Coverage Ratio Step)법은 전체 픽셀 활용률을 높이면서 GS법 보다 더 많은 데이터를 확보하도록 $\delta = 1, 2, 3, \dots, M/2$ 에서 $CR(\delta)$ 를 구해 내림차순으로 정렬한 다음 크기 순으로 대응되는 δ 를 n_{CRS} 만큼 취해 스텝집합 Δ_{CRS} 를 구성하게 된다.

$$n_{CRS} = \min(M/2, \text{round}(\eta \cdot n_{GS})) \quad (7)$$

여기서 n_{GS} 는 GS법의 스텝수이고 $n_{GS} = \log_2(M)$ 이며, η (≥ 1)는 성능에 직접적인 영향을 끼치는 양의 실수로서 실험을 통해 결정되고, $\text{round}()$ 는 반올림 연산자이다.

CRS법의 알고리즘은 다음과 같다.

Coverage_Ratio_Step

Step 1: Input M and η ;

Step 2: Calculate n_{CRS} using Eq. (7);

Step 3: for $k = 1$ to $M/2$ do Step 4

Step 4: Calculate $CR(\delta_k)$ for $\delta_i = i$ using Eq. (5);

Step 5: Set up matrix $\mathbf{A} = [CR(\delta_k), \delta_k] (k = 1, 2, \dots, M/2)$;

Step 6: After sorting \mathbf{A} in descending order based on the first column, take the step sizes of n_{CRS} from the second column of \mathbf{A} to setup Δ_{CRS} ;

Step 7: Output Δ_{CRS} sorted in ascending order;

예로 8×8 이미지에 $\eta = 1.7$ 을 가지고 CRS법을 적용하면 $n_{CRS} = \min(4, \text{round}(1.7 \times 3)) = 4$, $CR(\delta) = \{1, 1, 0.563, 1\}$ 이 되므로 결국 $\Delta_{CRS} = \{1, 2, 3, 4\}$ 가 된다. Δ_{CRS} 에는 Δ_{GS} 에 없는 3이 추가된 것을 알 수 있고 $\overline{CR} = 0.89$ 이 된다.

IV. 실험 및 검토

1. 테스트 이미지

제안된 CRS법의 매개변수 η 를 정하고 이를 이용하는 BC법의 추정 성능을 평가하기 위하여 기존의 BC법[11]과 TBC법[12]의 결과와 비교하였다. 이를 위해 1~2 사이의 차원을 가지는 프랙탈 도형 8개를 선정하고, 이들을 수식으로 그린 다음 128×128, 256×256, 512×512 픽셀 크기의 이진 이미지로 변환하였다. 프랙탈 차원 추정치는 도형의 레벨에 따라 약간의 차이가 발생할 수 있으므로 각 도형의 경우 5개의 레벨에서 그린 이미지들을 사용하였다.

표 2는 실험에 사용된 도형과 이론적인 차원과 레벨을 요약한 것이다.

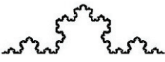
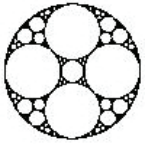
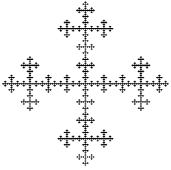
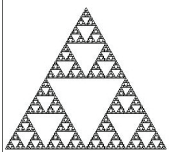
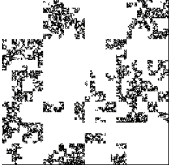
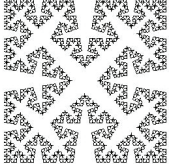
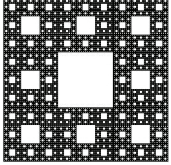
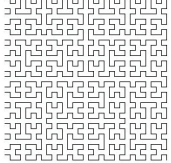
2. η 의 결정

제안된 CRS법에서 η 는 $M/2$ 개의 δ 중에서 몇 개를 선택할지를 정하는 매개변수으로써, 표 2의 이미지를 대상으로 실험을 통해 결정하였다. 추정 성능을 좋고 나쁨을 계량하기 위한 평가함수로는 추정된 차원 D_i 와 이론적 차원 D_i 의 절대오차의 평균값(MAE: Mean Absolute Error)을 사용하였다.

$$J = \frac{1}{w} \sum_{i=1}^w |D_i - D_i| \quad (8)$$

표 2. 실험용 테스트 이미지.

Table 2. Test images for experiments.

번호	도형 명	도형	차원	레벨
1	코흐 눈송이 (Koch snowflake)		1.262	4~8
2	아폴로니안 개스킷 (Apollonian Gasket)		1.328	3~7
3	빅셀 프랙탈 (Vicsek fractal)		1.465	3~7
4	시어핀스키 삼각형 (Sierpinski triangle)		1.585	5~9
5	랜드 칸토 (Rand cantor)		1.678	5개 시드로 발생
6	코흐 커브 (Koch curve 85°)		1.785	5~9
7	시어핀스키 카페트 (Sierpinski Carpet)		1.893	3~7
8	힐버트 커브 (Hilbert curve)		2	6~10

여기서 w 는 실험에 사용된 총 이미지 수이다.

그림 5는 η 를 1에서 3까지 변경해 가면서 8개의 도형, 5개 레벨, 3가지 크기로 취한 총 120개의 이미지에 대해 J 를 계산하고 그린 것이다. 그림에서 보면 $1 < \eta \leq 2$ 일 때에는 GS법($\eta = 1$ 일 때)보다 성능이 개선되면서, $\eta = 1.7$ 일 때 최적의 성능을 얻을 수 있고, $\eta > 2$ 일 때에는 픽셀 활용률이 낮은 스텝크기가 많이 포함되어 GS법 보다 성능이 좋지 못함을 알 수 있다. 이 실험 결과는 $M \times M$ 크기(M 은 기하학적 수)에 GS법을 채용하는 기존의 추정법들은 100%

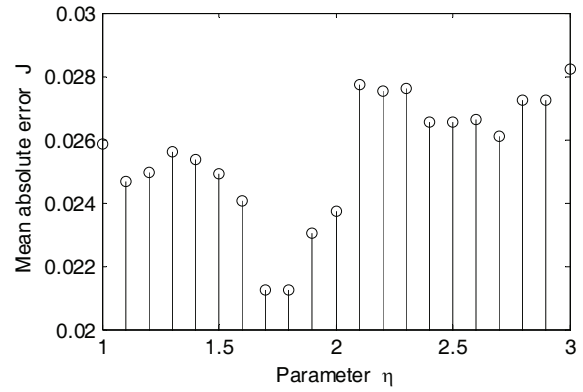


그림 5. η 에 대한 절대오차의 평균값 J .

Fig. 5. η versus MAE J .

표 3. 표 2의 이미지에 대하여 세 방법의 추정 결과.

Table 3. Estimated results of the three methods for the images used in Table 2.

No	Geometry	Dimension			
		Theoretic	BC	TBC	Proposed
1	Koch snowflake (Opened form)	1.262	1.250 (0.0197)	1.354 (0.0374)	1.264 (0.0109)
2	Apollonian gasket	1.328	1.378 (0.0154)	1.446 (0.0432)	1.368 (0.0149)
3	Vicsek fractal	1.465	1.458 (0.0324)	1.585 (0.0544)	1.470 (0.0292)
4	Sierpinski triangle	1.585	1.583 (0.0216)	1.623 (0.0311)	1.585 (0.0164)
5	Rand cantor	1.678	1.664 (0.0281)	1.662 (0.0257)	1.680 (0.0233)
6	Koch curve 85°	1.785	1.792 (0.0390)	1.761 (0.0401)	1.791 (0.0376)
7	Sierpinski Carpet	1.893	1.899 (0.0186)	1.896 (0.0226)	1.898 (0.0170)
8	Hilbert curve	2.000	1.969 (0.0639)	1.961 (0.0679)	1.972 (0.0577)

픽셀 활용률을 보장받지만, 픽셀 활용률이 약간 낮더라도 스텝수를 n_{GS} 의 1.7배로 유지하는 것이 더 효과적임을 말해준다.

3. $M \times M$ 이미지에서 실험

다음은 CRS법을 쓰는 BC법의 성능을 확인하기 위하여 표 2의 프랙탈 도형에서 실험을 실시하였고, 각 도형마다 15개(= 레벨×크기)의 이미지를 사용하여 프랙탈 차원을 구한 다음 이들을 평균하였고 표준편차도 함께 구하였다. 표 3은 이론적인 차원과 세 방법으로 추정된 차원을 요약한 것이다.

표에서 보면 제안된 방법은 전반적으로 두 방법에 비해 더 이론적 차원에 근접한 결과를 보여줄 뿐만 아니라 표준편차도 작은 것을 알 수 있다. 특히 TBC법의 경우 레벨에 따라 추정치의 변동이 심한 것(표준편차)은 삼각 패턴[12]이 효과적이지 못함을 알 수 있다.

다음은 프랙탈 도형을 회전시켰을 경우에도 제안하는 방법의 강인성을 살펴보기 위해 표 2의 1번(코흐 눈송이)

표 4. 회전한 이미지에 대한 세 방법의 추정 결과.

Table 4. Estimated results of the three methods for curves rotated.

Angle of rotation	Fractal dimension		
	BC	TBC	Proposed
0°	1.250 (0.0197)	1.354 (0.0374)	1.264 (0.0109)
45°	1.259 (0.0271)	1.225 (0.0231)	1.262 (0.0316)
90°	1.227 (0.0124)	1.290 (0.0133)	1.267 (0.0060)
180°	1.227 (0.0127)	1.290 (0.0133)	1.268 (0.0073)

256×256 이미지(4~8 레벨)에서 실험을 실시하였다. 각 레벨마다 좌단 끝을 중심으로 반시계 방향으로 각각 45°, 90°, 180° 회전시킨 도형을 그리고 256×256 크기의 이미지를 취해 사용하였고, 표 4는 각도마다 5개의 이미지를 대상으로 추정치의 평균값과 표준편차를 구해 요약한 것이다.

표 4에서도 알 수 있듯이 도형의 회전과는 상관없이 제안된 방법은 이론적인 차원인 1.262에 근접하게, BC법은 약간 낮게, TBC법은 45°를 제외하고 약간 높게 나왔다.

4. 임의 크기 $M \times M$ 이미지에서 실험

앞의 실험에서 비교대상의 방법들은 모두 픽셀을 100% 사용하고 있지만, 실제 환경에서는 다양한 크기의 이미지들은 다를 때가 많으므로 $M(\approx 2^m)$ 크기에 대해 세 방법의 성능을 평가하기 위해 256×256 시어핀스키 삼각형(레벨 5~9)과 시어핀스키 카펫(레벨 3~7)을 사용하였다.

M 을 128에서 256까지 2씩 증가시키면서 좌상단을 기점으로 $M \times M$ 픽셀 크기의 서브이미지(sub image)를 취해 프랙탈 차원을 구하고 다시 MAE를 구하였다. 그림 6과 그림 7은 각각 5개의 이미지에서 MAE를 구해 평균값을 그린 것이다.

그림에서도 확인할 수 있겠지만 제안하는 방법은 초기에는 이미지의 크기가 작아 약간의 차이가 나지만 M 이 커질수록 이론적인 값에 수렴해가는 것을 볼 수 있다. 하지만 GS법을 채용하는 나머지 두 방법은 이미지의 크기에 따라 성능이 민감하고 평균 낭비를 $\overline{WR}(=1-\overline{CR})$ 이 낮은 크기

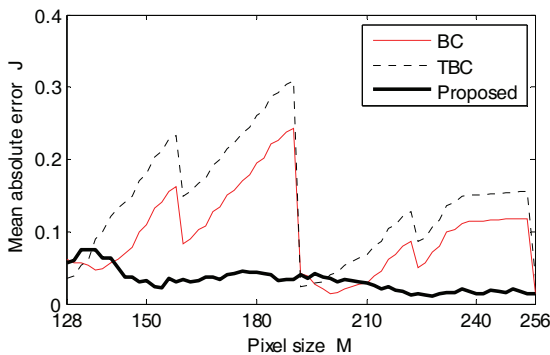


그림 6. $M \times M$ 시어핀스키 삼각형(레벨 5~9)에서 구한 세 방법의 MAEs.

Fig. 6. MAEs of the three methods for $M \times M$ Sierpinski triangle images(level 5~9).

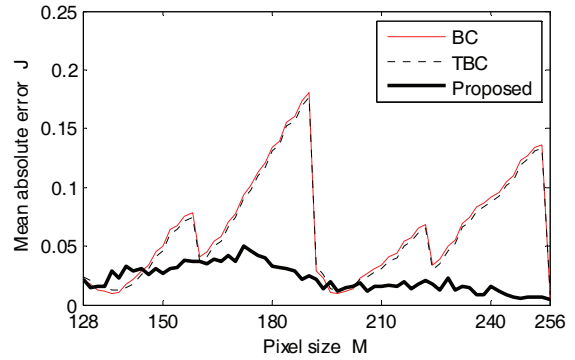


그림 7. $M \times M$ 시어핀스키 카펫(레벨 3~7)에서 구한 세 방법의 MAEs.

Fig. 7. MAEs of the three methods for $M \times M$ Sierpinski carpet images(level 5~9).

의 M 을 제외하고는 전체적으로 만족스럽지 못함을 알 수 있다.

V. 결론

본 연구에서는 픽셀 활용률을 기반으로 스텝집합을 구성하는 새로운 샘플링법을 제안하였고, 이를 BC법에 적용하여 프랙탈 차원 추정치의 정밀도를 개선하는 문제를 다루었다. 이때 성능에 영향을 주는 매개변수 η 는 이론적 차원이 잘 알려진 프랙탈 도형을 사용하여 MAE 평가함수를 최소화 하는 관점에서 구하였다. 각 프랙탈 도형을 수식으로 그린 다음 이진화하고 제안된 BC법과 기존의 GS법을 채용하는 BC법과 TBC법을 비교한 결과 정밀도가 개선됨을 확인할 수 있었다. 한 가지 흥미로운 결과는 M 이 기하학적 수라도 CRS법의 스텝수를 GS법의 약 1.7배로 유지할 때, 비록 평균 활용률은 100%가 안 될지라도 BC법의 정밀도가 더 개선된다는 사실이다.

앞서 다룬 BC법은 특정 스텝크기에서는 픽셀 일부를 사용 못하고 버리지만 여기에 실수 계수(real number counting)을 도입하면 정밀도를 더욱 개선할 수 있고 또 $M \times N$ 이미지에 적용할 수도 있어 이에 대한 후속 연구가 필요하다.

REFERENCES

- [1] B. Mandelbrot, "How long is the coast of britain? statistical self-similarity and fractional dimension," *Science*, vol. 156, no. 3775, pp. 636-638, 1967.
- [2] A. Pentland, "Fractal-based description of natural scenes," *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 6, no. 6, pp. 661-674, 1984.
- [3] K. C. Clarke, "Computation of the fractal dimension of topographic surfaces using the triangular prism surface area method," *Computers & Geosciences*, vol. 12, no. 5, pp. 713-722, 1986.
- [4] D. Saupe, *The Science of Fractal Images*, Springer-Verlag, New York, 1988.
- [5] R. Lopes and N. Betrouni, "Fractal and multifractal analysis: A review," *Medical Image Analysis*, vol. 13,

- pp. 634-649, 2009.
- [6] A. Napolitano, S. Ungania, and V. Cannata, "Fractal dimension estimation methods for biomedical images," In *MATLAB-A Fundamental Tool for Scientific Computing and Engineering Applications*, V. N. Katsikis (Editor), vol. 3, pp. 161-178, 2012.
- [7] D. Russel, J. Hanson, and E. Ott, "Dimension of strange attractors," *Physical Review Letters*, vol. 45, no. 14, pp. 1175-1178, 1980.
- [8] N. Sarkar and B. B. Chaudhuri, "An efficient differential box-counting approach to compute fractal dimension of image," *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 24, no. 1, pp. 115-120, 1994.
- [9] X. C. Jin, S. H. Ong, and Jayasooriah, "A practical method for estimating fractal dimension," *Pattern Recognition Letters*, vol. 16, no. 5, pp. 457-464, 1995.
- [10] J. Li, Q. Du, and C. Sun, "An improved box-counting method for image fractal dimension estimation," *Pattern Recognition*, vol. 42, pp. 2460-2469, 2009.
- [11] K. Foroutan-pour, P. Dutilleul, and D. L. Smith, "Advances in the implementation of the box-counting method of fractal dimension estimation," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 105, no. 2-3, pp. 195-210, 1999.
- [12] Y. Kaewaramsri and K. Woraratpanya, "Improved triangle box-counting method for fractal dimension estimation," *Recent Advances in Information and Communication Technology 2015*, vol. 361, pp. 53-61, 2015.
- [13] S. Buczkowski, S. Kyriacos, F. Nekka, and L. Cartilier, "The modified box-counting method: Analysis of some characteristic parameters," *Pattern Recognition*, vol. 31, no. 4, pp. 411-418, 1998.
- [14] W. Ju and N. S.-N. Lam, "An improved algorithm for computing local fractal dimension using the triangular prism method," *Computers and Geosciences*, vol. 35, pp. 1224-1233, 2009.
- [15] Scan type, https://en.wikipedia.org/wiki/Box_counting.



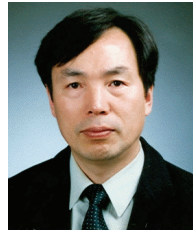
소혜림

2015년 부경대학교 식품공학과 졸업. 2015년 한국해양대학교 해양과학기술전문대학원 해양과학기술융합학과 석사과정 재학 중. 관심분야는 프랙탈 이론과 응용.



소건백

2009년 한국해양대학교 선박전자기계공학부 졸업. 2010 현대상선 주식회사. 2012년 한국해양대학교 제어계측공학과 공학석사. 2015년 한국해양대학교 해양과학기술전문대학원 해양과학기술융합학과 박사과정 재학 중. 관심분야는 PID 제어, 유전알고리즘 응용.



진강규

1977년 한국해양대학교 기관학과 졸업. 1985년 FIT 전기·전자·컴퓨터공학과 공학석사. 1996년 University of Wales, Cardiff 전기·전자·시스템공학과 공학박사. 2013년~2014년 Georgia Tech 교환교수. 1996~현재 한국해양대학교 IT공학부 교수. 관심분야는 지능제어, 진화연산과 응용, 프랙탈 응용.