

# 점탄성 유체해석용 RANS 기반 난류 모델 개발 및 검증

노경철  
동양대학교 철도차량학과

## Development and Evaluation of RANS based Turbulence Model for Viscoelastic Fluid

Kyoungh-Chul Ro

Department of Railroad Vehicle Engineering, Dongyang University

**요약** 대동맥이나 협착된 경동맥에서는 심장수축기에 간헐적으로 난류현상이 발생하고 있으며, 혈액의 점성특성으로 인해 기존 난류모델로는 정확한 해석이 어려운 실정이다. 혈류는 점탄성 유체의 성질을 가지고 있어 유체의 전단 변형률 증가에 따라 점도가 감소하는 점탄성 유체이며, 이러한 점탄성 유체는 난류 유동시 저항 감소 현상이 발생한다. 기존의 난류해석 모델들은 점성변화가 없는 뉴턴 유체에 적합한 모델들이 대부분이기 때문에, 점탄성 유체의 저항 감소 현상을 고려한 비뉴턴 유체 해석에 적합한 난류 모델개발이 필요하다. 본 논문은 난류 모델 가운데 수렴성이 좋고 해석시간이 짧은 표준 k-ε 모델을 기반으로 저항 완충 함수를 이용하여 비뉴턴 유체의 저항감소 현상을 해석할 수 있는 수정된 난류모델을 제시하였으며, 이를 기존 난류모델들과 비교하여 제시된 난류 모델을 검증하였다. 새로 제시된 수정된 난류모델은 벽함수 및 점성저항을 고려하지 않았기 때문에 해석시간이 대폭적으로 감소하였으며, 적은 격자수를 이용하여 효율적으로 비뉴턴 유체의 난류 현상을 해석할 수 있기 때문에 향후 혈류해석 및 점탄성유체 해석에 적용할 예정이다.

**Abstract** When the systolic blood pressure is high, intermittent turbulence in blood flow appears in the aorta and carotid artery with stenosis during the systolic period. The turbulent blood flow is difficult to analyze using the Newtonian turbulence model due to the viscous characteristics of blood flow. As the shear rate is increased, the blood viscosity decreases by the viscoelastic properties of blood and a drag reduction phenomenon occurs in turbulent blood flow. Therefore, a new non-Newtonian turbulent model is required for viscoelastic fluid and hemodynamics. The main aims of this study were to develop a non-Newtonian turbulence model using the drag reduction phenomenon based on the standard k-ε turbulent model for a general non-Newtonian fluid. This was validated with the experimental data and has a good tendency for non-Newtonian turbulent flow. In addition, the computation time and resources were lower than those of the low Reynolds number turbulent model. A modified turbulent model was used to analyze various turbulent blood flows.

**Keywords** : CFD, Drag Reduction, Hemodynamics, non-Newtonian, Turbulence

### 1. 서론

혈액은 대표적인 점탄성(Viscoelastic) 유체로 전단변형률 증가에 따라 점도가 감소하는 비뉴턴(Non-Newtonian) 유체이다. 일반적인 혈류는 혈액의 높은 점성과 혈관 직

경이 작아 대부분 층류 유동이 발생하나, 주기성을 가진 맥동 현상으로 인해 혈류속도가 높고 직경이 상대적으로 큰 대동맥이나 분지혈관 형태인 경동맥 등에서 간헐적으로 난류 현상이 보고된다.[1] 이러한 맥동 현상으로 인해 혈관 내에서는 층류현상과 난류현상이 공존하며, 특

이 논문은 2014년도 동양대학교 학술연구비의 지원으로 수행되었음.

\*Corresponding Author : Kyoungh-Chul Ro(Dongyang Univ.)

Tel: +82-54-630-1384 email: kcro@dyu.ac.kr

Received November 18, 2016

Revised December 14, 2016

Accepted March 10, 2017

Published March 31, 2017

히 심장수축기(Systole)를 지나 속도가 감소되는 구간에서는 임계 레이놀즈수 보다 낮은 속도영역에서도 유동의 불안정성으로 인해 난류가 사라지지 않는 특징을 가지고 있다.[2] 정상혈관에서는 난류 발달빈도도 적고 발생하더라도 난류강도가 약해 층류로 해석 시에도 수용 가능한 해석 결과를 도출할 수 있으나, 동맥의 협착 발생 시에는 협착부의 단면적의 급격한 축소로 인하여 하류에 난류 및 재순환 영역과 같은 복잡한 유동이 발생한다. 혈류의 난류현상은 이러한 점탄성 유체 유동 특성을 고려해야 되며, 일반적인 점탄성 유체는 폴리머분자의 특성에 의해 점성이 변화되나, 혈액에서는 적혈구가 폴리머와 같은 역할을 수행하여 유사한 점탄성 유체 특성을 보인다. 이러한 점탄성 유체의 특성은 Toms[3]이 비뉴턴 유체의 난류 파이프 유동에서 항력 감소 현상을 처음 발견하였으며, 이후로 많은 연구자들이 점탄성 유체의 거동에 대해 연구를 수행한 결과 원유수송과 같이 유동저항이 중요한 산업분야에서는 폴리머를 첨가하여 수송비용을 대폭 절감하고 있다. Virk[4]는 비뉴턴 난류 유동의 경우 탄성영역(Elastic sublayer)을 제안하였으며, Pinho[5]는 저항감소 현상을 해석하기 위해 기존의 저 레이놀즈수  $k-\epsilon$  모델을 수정하였으나, 제안된 방정식의 모델 상수가 유체별로 상이하기 때문에 일반적인 모델로 확장시키는데 한계를 보여주었다. 이후에 개발된 모델들 또한 주로 실험식을 이용하여 모델상수를 결정하고 특정 유체에 적용시키는데 주력하였다. Pinho[5]의 저 레이놀즈수 난류모델은 혈관등과 같이 복잡한 형상에서는 벽면격자 구성이 매우 엄격하며 ( $y^+ \leq 5$ ), 이로 인해 계산시간이 RANS(Reynolds Average Navier-Stokes) 모델에 비해 비약적으로 증가하는 경향이 있어, 혈류해석과 같은 비정상해석(unsteady)에서는 비효율적이어서 보다 효과적인 비뉴턴 유체용 난류모델의 개발 및 검증이 요구된다.

비뉴턴 유체의 저항감소 현상의 본질적인 규명은 현재까지도 완벽하지 못하나 여러 실험연구[6]를 통해 레이놀즈수와 점성에 따라 고유의 저항 감소량은 정해져 있다고 보고되었다. 노경철[7]은 비뉴턴 유체의 공통지수인 멱함수지수(Powerlaw index)를 기반으로 표준  $k-\epsilon$  모델을 변형한 수정된 난류모델을 제안하였으며, 이를 혈류유동에 적용하여 수정된 난류모델의 정확도 및 효율성에 대해 제시하였다.

본 연구에서는 노경철[7]이 제안한 비뉴턴 유체의 난류모델을 일반적인 점탄성 유체인 폴리아크릴마이드

(PAA), 카복시메틸 셀룰로오즈(CMC), 잔탄 검(XG), CMC/XG의 혼합물에 대해 해석을 수행하였으며, 표준  $k-\epsilon$  모델, Lam-Bremhost 저 레이놀즈수(Low Reynolds Number, LRN) 모델, Malin의 비뉴턴 유체용 저 레이놀즈수[8] 모델과의 비교 및 검증 작업을 수행하였다.

제안된 비뉴턴 유체용 난류모델은 효과적으로 점탄성 유체의 난류현상을 해석하였으며, 특히 저 레이놀즈수 모델에 비해 해석시간이 크게 절감되어 혈류 해석 뿐 아니라 일반적인 비뉴턴 유체에도 적용이 가능함을 확인하였으며, 향후 다양한 형상 및 해석조건에 따른 추가 해석을 수행하여 제시된 난류모델의 범용성 확보를 위한 연구를 수행할 예정이다.

## 2. 수치 해석 모델 및 조건

### 2.1 점탄성 유체 해석 난류 모델

비뉴턴 점탄성 유체의 난류 실험[6][9]결과에 의하면 벽 좌표계 기준으로 점성저층(Viscous sublayer)에서는 뉴턴 유체와 비뉴턴 유체의 점성 특성은 차이가 없는 것 나타났으며, 저항 감소현상은 벽 좌표계 기준으로  $y^+$  값이 10 이상인 완충층(Buffer layer)에서 발생하는 것으로 확인되었다. 점탄성 유체의 특징인 저항 감소현상이 커질수록 완충층의 두께도 증가하여 Virk[4]가 제한한 최소저항점근선에 도달함을 확인하였으며, 본 논문에서는 저항감소 현상을 고려한 완충 함수(Damping Function)를 이용하여 수정된 난류모델을 제안하였다. 사용된 완충함수는 다음과 같이 난류점성계수에 완충함수를 고려하여 표현할 수 있다.

$$\nu_t = F_\mu C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (1)$$

$$F_\mu = (1.0 - A \times Dr \times B)^2 \quad (2)$$

여기서,  $F_\mu$ 는 저항 감소를 고려한 완충함수로서, 뉴턴유체에서는 1이 되어 저항감소 현상이 없는 경우에도 적용이 가능하며, 완충함수는  $Dr$ 로 표현되는 저항감소 크기 및 보정계수  $A$ 와  $B$ 로 나타낼 수 있다.

$$Dr = \frac{Dr\%}{Dr\%_{\max}} \quad (3)$$

$$Dr\% = \frac{f_N - f_{NV}}{f_N} \times 100\% \quad (4)$$

$$Dr.\%_{\max} = \frac{f_N - f_{Virk}}{f_N} \times 100\% \quad (5)$$

저항감소  $Dr$ 은 식(3)~(5)와 같이 마찰저항 크기로 표현할 수 있으며,  $f$ 는 마찰계수(Friction factor), 하점자  $N$ 은 뉴턴 유체,  $NV$ 은 비뉴턴 유체,  $Virk$ 는 최대저항 감소값을 의미한다[8].

완충함수 식(2)의 보정계수  $A$ 는 마찰 계수를 조절해주며,  $B$ 는 난류평균속도분포(Turbulent mean velocity profile)를 바꾸는 역할을 한다. 보정 계수들은 Shenoy[10], Dodge[11]의 실험값을 기준으로 정의되었으며, 비뉴턴 유체의 공통 지수인 멱승지수(Power-law index)를 기본으로, 모든 점탄성 유체에 적용이 가능하도록 일반성(Generality)을 가질 수 있도록 구성하였다[8].

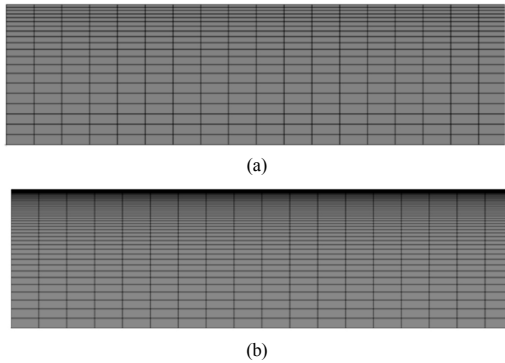


Fig. 1. Grid generation for non-Newtonian turbulent flow. (a) modified and standard  $k-\epsilon$  model (b) LB and Malin model

### 2.2 난류모델 검증을 위한 해석 조건

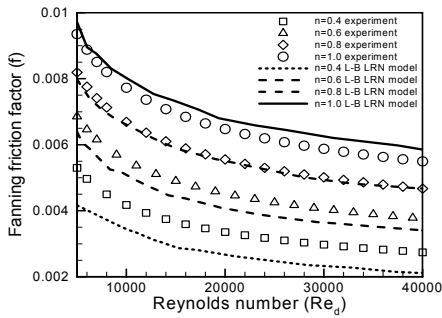
수정된 난류모델을 타 해석모델과 검증하기 위해 Dodge[12]의 실험결과를 Lam-Bremhost(LB), Malin[9], 표준  $k-\epsilon$  모델과 비교하였으며, LB 모델 및 Malin 모델은 저 레이놀즈수 모델이며, 표준  $k-\epsilon$  모델 및 수정된 난류모델은 벽법칙(Wall function)을 이용한 모델이기 때문에 Fig. 1.과 같이 모델별 격자를 해석기법에 따라 다르게 구성하였다. 저 레이놀즈수 모델들의 해석을 위해서는 벽에서부터 첫 번째 격자 크기가  $y^+ \approx 0.5$ 를 유지하기 위해 벽 부분의 격자가 상대적으로 조밀하며, 벽법칙을 사용하는 모델들은  $y^+ \approx 11.5$ 를 기준으로 격자를 구성하였다.

사용된 격자수는 각각 50,000개와 10,000개이며, 격자 민감도(Grid independent) 해석을 통해 최적의 격자수를 도출하였다. 해석프로그램은 ANSYS사의 FLUENT V6.3를 이용하였으며 유체 물성치 및 난류 모델 수정은 유저정의함수(UDF)를 이용하여 구현하였다. 해석시간은 RANS 모델이 LRN 모델보다 최소 3배 이상 빠르게 해석되었다. 또한 점성모델은 벽법칙함수모델과 레이놀즈 수 변화에 따라 해석을 수행하였다.

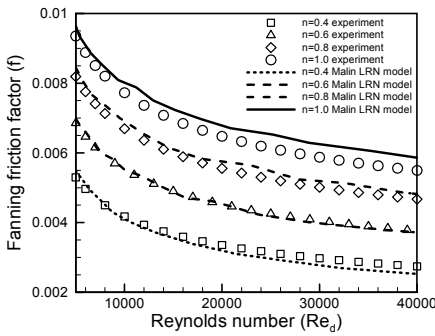
## 3. 난류 모델 검증 및 고찰

### 3.1 수정된 난류 모델 검증

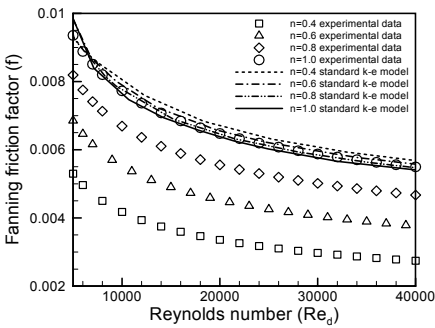
Fig. 2.은 본 연구에서 제안한 수정된 난류모델의 검증을 위해 난류모델별 레이놀즈수에 따른 관 마찰계수에 변화에 대해 비교하였다. 비뉴턴 유체중 점탄성 유체는 Dodge[11]의 실험과 같이 멱함수지표(powerlaw index)에 반비례하여 저항이 감소하는 현상을 보여주기 때문에 점탄성 유체 해석을 위해서는 저항 감소 현상을 제대로 구현할 수 있는 해석 모델이 필요하다. 기본적으로 저 레이놀즈수 모델은 점성변화에 대한 완충영역을 직접 계산하기 때문에 기본적인 저항 감소현상의 구현이 가능하나, 그림 (a)와 같이 LB 모델은 뉴턴 유체 해석 난류 모델이기 때문에 저항감소 현상이 큰 고 점탄성유체에서는 전반적으로 하향 예측을 하고 있으며, Malin의 비뉴턴 유체용 저 레이놀즈수 모델은 그림 (b)에서와 같이 모든 해석 구간에서 실험결과와 근접한 해석을 하고 있는 것을 확인하였다. RANS 계열인 표준  $k-\epsilon$  모델은 그림 (c)와 같이 뉴턴 유체 모델용 난류 모델이며, 저항감소 현상이 일어나는 완충영역을 벽함수를 이용하여 해석하기 때문에 모든 조건에서 저항감소 현상을 해석하지 못하는 결과를 보여주었다. 실제 난류해석에서 해석의 편의성으로 표준  $k-\epsilon$  모델을 많이 사용하나, 비뉴턴 유체해석에서는 수정 없이 사용하는 것은 많은 오차를 발생할 가능성이 높은 것으로 확인되어 사용시 주의가 필요할 것으로 판단된다. 같은 벽함수를 사용하는 수정된  $k-\epsilon$  모델은 그림 (d)와 같이 난류점성계수 안에 완충함수를 적용하여 비뉴턴 유체의 점탄성 특성을 비교적 정확하게 예측하고 있으나, 고 점탄성 유체에서는 다소 상향 예측하는 경향이 있다. 이는 Virk[4]의 최대저항 감소값을 기준으로 수정하였기 때문에 Virk의



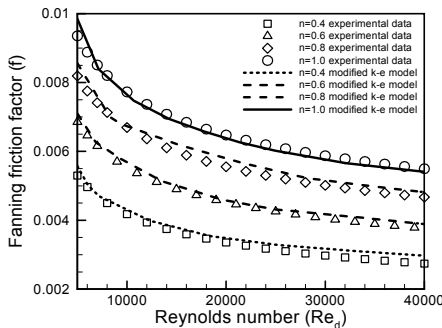
(a) LB LRN model



(b) Malin LRN model



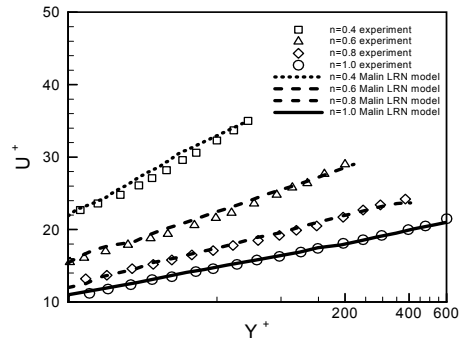
(c) Standard  $k-\epsilon$  model



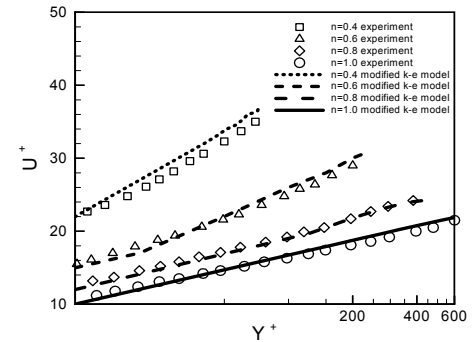
(d) Modified  $k-\epsilon$  model

Fig. 2. Comparisons of the fanning friction factors with various turbulence models.

실험과 유사한 점탄성이 큰 유체에 대해서는 다소 보완이 필요한 것으로 보인다. 그러나 대부분의 점탄성 유체들이 Virk의 최대저항 감소값 보다 낮은 경우가 거의 없기 때문에 대부분 점탄성 유체에 대해서는 효과적으로 해석이 수행 될 수 있을 것으로 판단되며, 뉴턴유체에도 적용이 가능하기 때문에 간헐적 난류가 발생하는 문제에도 활용이 가능하다. 또한 RANS 모델이 갖는 빠른 해석시간의 이점이 있음을 확인하였다.



(a) Malin LRN model



(b) Modified  $k-\epsilon$  model

Fig. 3. Comparisons of the turbulent mean velocity profiles in wall coordinate with Malin and modified  $k-\epsilon$  models.

수정된 난류모델의 추가 검증을 위해 Fig. 3.과 같이 난류 평균속도 분포를 벽좌표를 기준으로 표현하였다. LB 모델 및 표준  $k-\epsilon$  모델은 Fig. 2.에서와 같이 점성저층 및 완충층의 확장을 예측하지 못하기 때문에 난류 평균속도분포 또한 오차가 매우 크기에 본 논문에는 수록하지 않았다. 그림 (a)의 Malin 모델은 마찰계수와 마찰가지로 점탄성 유체의 난류속도 분포 또한 모든 점탄성 유체에서도 매우 정확히 예측하는 것을 확인할 수 있

었으며, 멱함수지표가 작은 고탄성유체에서도 오차 값이 커지지 않는 안정성을 보여주고 있다. 다만 고탄성 유체 해석으로 갈수록 수렴안정성 및 해석시간은 다소 증가하는 경향을 보이고 있으며, 형상이 다소 복잡한 난류유동에서는 수렴문제가 발생할 수도 있을 것으로 예상된다. 그림 (b)의 수정된 난류 모델 또한 대부분의 점탄성 유체에 대해 일관성을 가지고 유추하고 있으나, 고점탄성 유체인  $n=0.4$ 에서는 다소 오차가 증가함을 확인하였다. 이는 마찰계수해석과 마찬가지로 최소저항감소곡선에 근접하는 유체의 경우에는 모델링에 다소 한계가 있음을 확인하였으나, 오차가 비교적 작고 실제 적용하려는 혈류해석에서는 혈액의 멱함수지수가  $n=0.61$  이므로 혈류에 적용하기에는 무리가 없을 것으로 예상된다. 따라서 본 논문에서 제안하는 수정된  $k-\epsilon$  난류모델은 기존 표준  $k-\epsilon$  모델의 장점인 해석 시간 단축 및 자원을 효과적으로 사용하고 있다는 면에서 효율적이며, 저 레이놀즈수 모델에 비해서도 해석결과의 신뢰성이 비교적 높다고 사료된다.

### 3.2 수정된 난류모델의 점탄성 난류해석

수정된 난류모델은 3.1에서와 기존 난류모델과 비교 및 검증을 통해 점탄성 유체 난류해석에 적합한 모델임을 확인하였다. 따라서 혈액 대용제 및 점탄성 유체에 많이 사용되는 PAA, CMC, XG에 대해서 추가 해석을 통해 수정된 난류모델의 적용성에 대해 확인하였다.

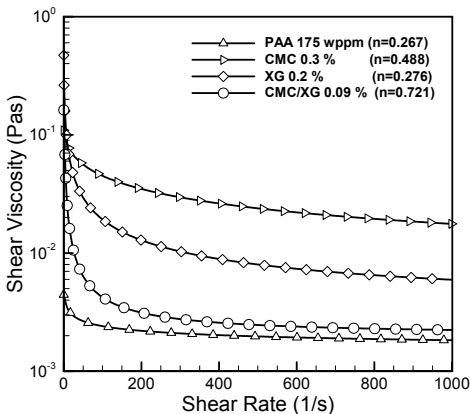
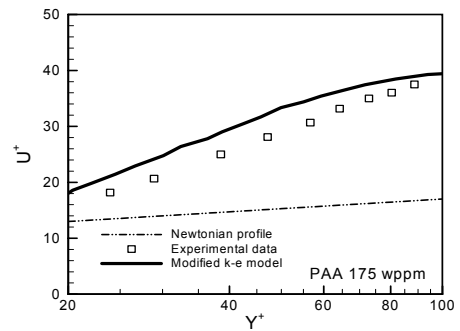
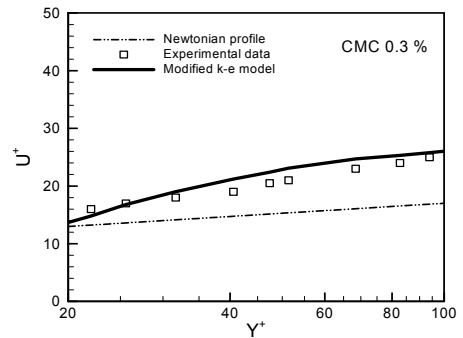


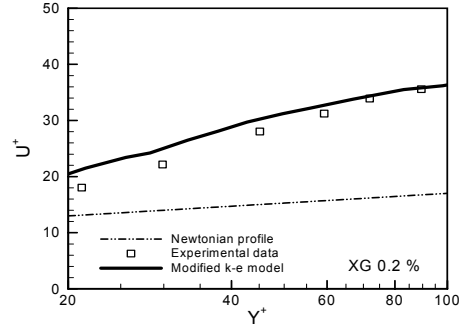
Fig. 4. Viscosity of PAA 175 wppm, CMC 0.3 %, XG 0.2 % and 0.09 % CMC/XG.



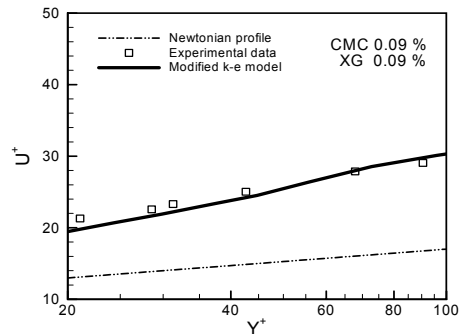
(a) PAA 175 wppm



(b) CMC 0.3 %



(c) XG 0.2 %



(d) CMC/XG 0.09 %

Fig. 5. Comparisons of the turbulent mean velocity profiles with various viscoelastic fluids

Fig. 4.는 PAA, CMC, XG, CMC/XG 혼합물의 점성을 나타낸 그림으로 맥함수지수가 0.267부터 0.721까지 다양한 점탄성 유체이며, 특히 PAA와 XG 혼합물은 최소저항점근곡선에 근접한 고 점탄성 유체들이기 때문에 수정된 난류모델의 한계를 파악하는데도 적합할 것으로 판단된다. 또한 CMC/XG 혼합물은 혈액과 유사한 점도 특성을 가지고 있어 향후 혈류해석 결과를 미리 유추해 볼 수 있는 성격을 가지고 있기 때문에 본 논문에서는 4 개의 혼합물에 대해서 해석을 수행하였다.

Fig. 5.는 점탄성 유체별 난류 평균속도를 비교한 그림으로 그림 (a), (c)와 같이 고 점탄성 유체에서는 난류 평균속도가 실험측정결과에 비해 다소 상향 예측하고 있으며, 이는 앞의 결과와 마찬가지로 Virk의 최대저항 감소값에 근접하여 마찰저항감소치인  $Dr\%$  값이 최대치인  $Dr\%_{max}$  에 거의 도달하여 허용오차가 증가함을 알 수 있다. 전체적인 경향 및 오차가 크지 않기 때문에 사용에 큰 무리가 없을 것으로 보이나, 실험에 사용된 파이프 형상이 직관을 기준으로 측정된 값이기 때문에 복잡한 형상에 적용하기 위해서는 추가 해석이 필요하다. 비교적 점탄성 성질이 적은 XG 및 CMC/XG 혼합물은 그림 (b), (d)에서와 같이 매우 정확하게 예측하고 있으며, 수정된 난류모델은 맥함수지수인  $n$ 이 0.4 이상일 때는 매우 효과적인 해석을 수행하는 것을 확인하였다.

### 3. 결론

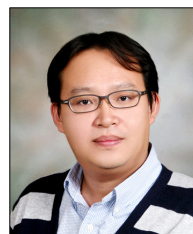
본 논문은 비뉴턴 유체 중 점탄성 유체 해석을 위해 RANS 난류 모델인 표준  $k-\epsilon$  난류모델을 기반으로 수정된 새로운 점탄성 유체용 난류모델을 제시하였으며, 이를 기존에 발표된 실험 결과 및 난류모델과의 비교를 통해 검증 및 적용성에 대해 확인하였다. (1) 수정된 난류모델은 벽함수를 이용하여 해석시간 단축 및 격자구성이 매우 용이한 장점이 있으며, 해석 신뢰성 또한 기존 발표된 저 레이놀즈수 모델에 근접하는 결과를 보여주었다. (2) 또한 뉴턴유체와 비뉴턴유체 해석에 모두 적합하며 혈류와 같이 간헐적으로 난류가 발생하는 분야에 적용이 가능하고 해석시간이 빠르기 때문에 맞춤형 혈류해석 분야에서 강점을 가질 것으로 예상된다. 추후에는 다양한 형상에 대해 추가 해석 및 검증을 수행하여 다양한 난류 모델로 확장시킬 예정이다.

### References

- [1] Nichols, W.W. and O'Rourke, M.F., *McDonald's Blood Flow in Arteries, 3rd Ed.*, Lea&Febiger, Philadelphia, 1990.
- [2] Fung, Y.C., *Biomechanics: Circulation, 2nd ed.*, Springer-Verlag, New York, pp. 136-140, 1996.
- [3] Toms, B.A., "Some Observations on the Flow of Linear Polymer Solutions through Straight Tubes at Large Reynolds Numbers," *Proceedings of the First International Congress on Rheology*, vol. 2, pp. 135-141, 1948.
- [4] Virk, P.S., "Drag reduction fundamentals", *AIChE J.* vol.21, pp. 625-656, 1975.  
DOI: <https://doi.org/10.1002/aic.690210402>
- [5] Pinho, F.T. and Whitelaw, J.H., "Flow of non-Newtonian fluids in a pipe", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, vol. 34, pp. 129-144, 1990.  
DOI: [https://doi.org/10.1016/0377-0257\(90\)80015-R](https://doi.org/10.1016/0377-0257(90)80015-R)
- [6] Escudier, et al., "Drag reduction in the turbulent pipe flow of polymers", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* vol.81, pp. 197-213, 1999.  
DOI: [https://doi.org/10.1016/S0377-0257\(98\)00098-6](https://doi.org/10.1016/S0377-0257(98)00098-6)
- [7] K. C. Ro, H. S. Ryou, "Numerical study on turbulent blood flow in a stenosed artery bifurcation under periodic body acceleration using a modified k-ε model", *Korea-Australia Rheology Journal*, vol. 22, no. 2, pp. 129-139, 2010.
- [8] Malin M R. "Turbulent pipe flow of power-law fluids", *Int Commun Heat Mass*, 24(7), pp. 977 - 988, 1997.  
DOI: [https://doi.org/10.1016/S0735-1933\(97\)00083-3](https://doi.org/10.1016/S0735-1933(97)00083-3)
- [9] Ptasinski, P.K., et al., "Experiments in turbulent pipe flow with polymer additives at maximum drag reduction", *Flow,Turbul.Combust*, vol.66, pp.159-182, 2001.  
DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1017985826227>
- [10] Shenoy, A.V. and Saini, D.R., "A new velocity profile model for turbulent pipe-flow of power-law fluids", *Can. J. Chem. Eng.*, vol. 60, pp. 694-696, 1982.  
DOI: <https://doi.org/10.1002/cjce.5450600519>
- [11] Dodge, D.W. and Metzner, A.B., "Turbulent Flow of Non-Newtonian System", *AIChE J.*, vol. 5, pp. 89-204, 1959.  
DOI: <https://doi.org/10.1002/aic.690050214>

노 경 철(Kyoung-Chul Ro)

[정회원]



- 2001년 2월 : 중앙대학교 일반대학원 기계공학과 (공학석사)
- 2009년 8월 : 중앙대학교 일반대학원 기계공학부 (공학박사)
- 2011년 3월 ~ 2011년 8월 : 중앙대학교 기계공학부 연구교수
- 2011년 9월 ~ 현재 : 동양대학교 철도차량학과 조교수

<관심분야>

유체역학, 열전달, 화재해석, 혈류해석