East Asian Math. J.
Vol. 40 (2024), No. 2, pp. 183-207
http://dx.doi.org/10.7858/eamj.2024.014

초등 영재학급 학생의 분수 감각과 분수 조작 능력 사례연구[1)]

A Case Study on the Fractional Sense and Fraction Operation Ability of Elementary Gifted Class Students

김 해 규 · 이 호 수 · 최 근 배[2)]

ABSTRACT. This study is a case study that considered fractional senses and fraction operation abilities for 107 gifted students in elementary school classes. In order to find out the fractional sense, in the first question comparing the sizes of fractions 2/3 and 4/5, the students showed a variety of strategies, but the utilization rate of strategies excluding reduction to a common denominator did not exceed 50%. The second question can be solved by using the first question. It is a problem of finding two fractions by selecting four from six numbers 1, 3, 4, 5, 6, and 7 to create two fractions of which sum does not exceed 1. The percentage of correct answers to this question was about 27% (29 out of 107). Only 5 out of 29 students found answers using the first question, and the rest of the students sought answers through trial and error in various calculations. It shows that the item arrangement method from a deductive perspective has no significant effect on elementary school students. The percentage of correct answers was about 27% in the questions to find out the fraction operation ability-the question of drawing a 4/3 bar using a given 3/8-sized bar and 30.7% (23 out of 75) of the students who had wrong answers showed insufficient splitting operation. In addition, it has been shown that the operation of partitioning and iterating to form numerical senses and fractional concepts related to the fractions of the students has no significant impact.

Ⅰ. 서론

Received January 15, 2024; Revised February 20, 2024; Accepted February 28, 2024.
1) 이 논문은 2023학년도 제주대학교 교원성과지원사업에 의하여 연구되었음
2010 Mathematics Subject Classification: 97D30, 97D70
Key Words: fraction sense, fraction operation, splitting operation
2) Corresponding author.

우리나라의 초등학교에서 분수(fraction)의 도입은 전체-부분의 관계로 도입되며, 그 후 학년이 올라감에 따라서 분수가 지닌 다양한 개념들을 배우게 된다. 이러한 분수가 가진 다양한 개념 때문에 분수는 초등학교 수학에서 학생들이 이해하기 어렵고(권성룡, 2003) 또한 배우기 힘든 주제 중 하나이다(최근배, 2010; 한정이, 이광호, 2017). 그러나 학생들이 이러한 어려운 개념을 진정으로 이해할 수 있는 방식으로 충분히 학습할 기회를 얻지 못하고 있으며(정은실, 2006) 단지 도구적 학습의 기능적인 면을 강조하는 경향이 있다.

이에 따라, 분수의 다양한 개념을 중심으로 한 분수의 이해와 지도 방안에 관한 연구가 많이 이루어져 왔다(권성룡, 2003; 서동엽, 2005; 정은실; 2006; 김유경, 방정숙, 2012; 방정숙, 이지영, 2014; 이지영, 방정숙, 2014; 함혜림, 류희수, 2014; 이호수, 최근배, 2022). 권성룡(2003)은 학생들의 분수의 다양한 속성에 대한 균형된 이해를 돕는 학습활동의 필요성을 주장하였고, 서동엽(2005)과 정은실(2006)은 분수의 역사 발생적 관점에서 단위분수 개념을 강조하는 측정 과정을 통하여 분수 도입을 주장하였다. 김유경, 방정숙(2012)은 연속과 이산량 맥락에서 전체-부분으로서의 분수에 대한 이해를 분석하여 각 맥락에 적합한 교과서 구성 및 교수·학습에 대한 시사점을 제공하고 있으며, 방정숙, 이지영(2014)과 이호수, 최근배(2022)는 몫으로서의 분수 관련 내용을 중심으로 분석하여 몫으로서의 분수 관련 내용 구성에 대한 시사점을 주고 있다. 함혜림, 류희수(2014)는 학생들의 연산자 의미의 분수에 어려움을 고찰하고 있다. 또한 이지영, 방정숙(2014)는 분수 학습에 있어 단위의 중요성을 강조하고 있다.

한편, 급진적 구성주의의 관점에서 수학적 지식의 구성과 마찬가지로 분수 지식의 구성은 스킴의 조작적인 변화로 보고, Steffe를 필두로 많은 연구가 이루어져 왔다(한정이, 이광호, 2017; 최근배, 2010; Norton & D'Ambrosid, 2008; Norton & McCloskey, 2008; Norton & Wilkins, 2009; Siebert & Gaskin, 2006; Steffe, 2002; Olive, 2002).

수 감각은 수와 연산에 대해 일반적으로 이해하는 것과 더불어 이러한 이해를 수학적 판단에 유연하게 활용하고 수적 상황을 관리하기 위한 유용하고 효율적인 전략을 개발할 수 있는 능력과 성향을 포함한다(Reys & Yang, 1998). 수 감각과 관련된 특징은 일반적으로 수의 의미 이해 및 수를 나타내는 다양한 표상이나 기호 이해, 수의 상대적 크기와 절대적 크기 인식, 기준척도 선택 및 사용, 수의 분해 및 재구성, 연산의 결과 이해 및 연산 사이의 관계 이해, 그리고 유연한 암산과 추산을 수행하는 것 등이다(Reys & Yang, 1998; McIntosh, Reys & Reys, 1992; 선춘화, 전평국, 2005). 여기서 수의 절대적 크기 인식은 수의 일반적인 크기와 관련된 감각이며, 상대적 크기의 인식은 수를 비교하고 크기에 따라 배열하는 것과 관련된 감각을 의미한다. 신보희, 김자경(2022)은 선행연구

(Fennell & Karp, 2017; Faulkner, 2009; Yang al., 2007)를 참조하여 분수 감각의 구성 요소로 분수의 의미, 분수의 크기 비교, 동치관계 이해, 분수 연산 이해 및 기준척도의 활용 등 4가지로 분류하여 제시하고 있다.

초등학교 현장에서나 연구에서 분수의 크기 비교 개념은 분수의 개념 및 연산에 관한 개념에 비해서 그 중요성이 크게 드러나지 않고 있으며, 분수 개념의 하나로 연구되거나 분수의 연산으로 가기 위한 통분의 연습 과정으로 다루어지는 경우가 많다(김유경, 황현미, 2016). 강완, 강태석(2002)은 분수의 크기 비교 개념은 분수 개념 자체나 분수의 연산에 관한 내용과 마찬가지로 중요한 관심의 대상이 되어야 한다고 주장하며, 분수의 기초개념 습득 여부를 판단해 볼 수 있는 도구이고, 분수의 덧셈과 뺄셈을 하기 위해 기본적으로 습득되어야 할 기초 지식이라고 하였다.

앞서 언급한 것처럼 초등학교 일반학생을 대상으로 한 분수 감각과 관련된 연구는 꾸준히 있었지만, 초등 영재 학생을 대상으로 한 연구는 드물다. 이에 본 연구는 초등학교 학급 영재 학생을 대상으로 분수 감각 및 분수 조작 능력을 고찰하는 사례연구로, 분수와 관련된 시사점을 제공하고자 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 분수 감각

분수 감각은 간단히 분수에 대한 직관(류지연, 배종수, 2012)과 더불어 분수에 대해 깊고 유연한 이해를 의미하고, 동치성과 크기, 비교와 순서, 기준점 사용, 계산 추정을 포함하는 수업 기회를 통해 발전되며, 이러한 기반은 분수와 소수를 포함하는 연산과 비례 추론을 포함하는 응용으로 확장될 수 있다(Fennell & Karp, 2017). 분수를 다루거나, 분수가 어떻게 작동하는지 이해하지 못한 채 암기된 절차에 의존하는 학생들은 종종 분수 감각이 부족한 것으로 드러난다. 분수 감각의 두 가지 중요한 측면은 흔히 접하는 분수의 표현을 시각화하고 인식하는 능력과 분수가 수라는 것을 이해하는 것이다. 분수가 수라는 것을 이해하는 것은 결국 크기를 인식하는 것이다.

사용되는 수의 크기에 대한 느낌을 얻는 것은 분수 감각의 한 부분이며, 분수 학습의 기본이다(김유경, 황현미, 2016). [표 Ⅱ-1]은 분수 크기 비교에 대한 Wenrich의 분류의 관점을 보여주고 있다.

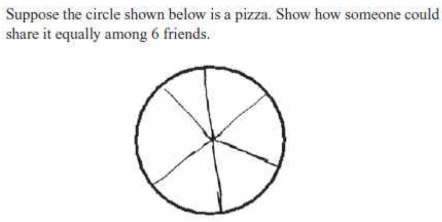
[표 II-1] 분수 크기 비교에 대한 분류 관점(Wenrick, 2003, pp. 94-95)

관점	설명
제한된 관점 (Limited Perspective)	분수를 비교하고 순서를 정하는 문제에 대한 분수와 관련된 이해가 없다.
조각 관점 (Pieces Perspective)	분수를 전체와 상관없이 조각에만 초점을 둔다.
전체-부분 관점(Part-Whole Perspective)	전체-부분으로서의 분수에 초점을 둔다.
단위분수 관점 (Unit Fraction Perspective)	단위분수에 초점을 둔다. 합성분수(composite fraction)는 단위분수의 반복으로 만들어진다.
분수내 관점(Within-Fraction Perspective)	분자와 분모 사이의 관계에 초점을 둔다. 기준점 전략을 사용하여 크기를 어림한다.
분수사이 관점(Between-Fraction Perspective)	분자들 사이의 관계와 분모들 사이의 관계에 초점을 둔다. 덧셈적, 곱셈적 관계를 포함한다. - 비율관계 유지하기
동치분수 관점(Equivalence Perspective)	동치분수 사이의 관계에 초점을 둔다.
변환 관점(Transform Perspective)	규칙을 사용하여, 분수를 비교하고 순서를 정하는 데 중점을 둔다. - 수를 곱하거나 나누어 동치분수를 비교 또는 생성하기 - 분수를 비교하기 위해 공통분모로 변환하기

2. 분수 조작

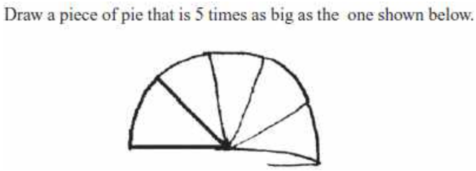
Glasersfeld(1995)는 조작을, 스킴에서 가장 중요하고 능동적인 요소로 이전의 경험에 대한 반성을 통해 추상화된 정신적 행동이라고 정의했다. Steffe(2002)는 분수 조작으로 분할(partitioning), 반복(iterating) 그리고 분할과 반복의 동시 조작인 splitting을 제시하였다.

분할 조작은 학생들이 동등한 몫을 분배하거나, 종이를 접거나, 기존 전체로부터 같은 부분을 생성하는 경험([그림 II-1] 참조)에서 분할 조작을 추상화할 수 있다. 그러한 신체 활동을 완료하는 것과 관련된 인지 과정의 반성 결과이다(Norton & Wilkins, 2009).



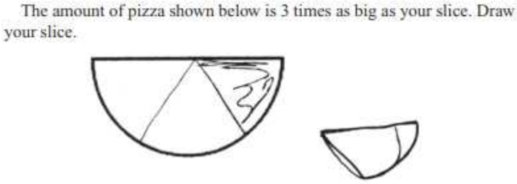
[그림 II-1] 분할 조작(Wilkins & Norton, 2011, p. 389)

반복 조작은 분수 학습에 중요한 또 다른 조작([그림 II-2] 참조)으로, 단위의 복사본을 만드는 것과 관련된다. 예를 들어, 학생은 $\frac{1}{5}$조각을 세 번 반복하여 $\frac{1}{5}$에서 $\frac{3}{5}$을 만들 수 있다.



[그림 II-2] 반복 조작(Wilkins & Norton, 2011, p. 391)

Steffe(2003, p. 240)에 따르면 splitting 조작은 분할 조작과 반복 조작의 동시적인 구성이며, 분할과 반복은 역연산으로 이해된다. 예를 들어, splitting 조작이 내면화된 학생은 [그림 II-3]과 같은 과제를 해결할 수 있다. 적절한 해결책을 찾는 것은 분할하는 것 이상이 필요하다. 학생은 분할을 사용하여 본질에서 반복적인 상황을 해결할 수 있다는 것을 예상해야 한다. 즉, 주어진 피자를 세 부분으로 분할함으로써 학생은 세 번 반복하여 전체(주어진 피자) 피자를 재현할 수 있는 부분을 얻을 수 있다.



[그림 II-3] spliting 조작(Wilkins & Norton, 2011, p. 394)

III. 연구 방법

1. 연구 대상 및 검사 도구

연구대상은 2020학년도 J대학교 영재교육원의 초등 영재교육대상자 선발 시험 응시자 중 결시 학생을 제외한 107명이다[3]. 이 학생들은 J도 내의 초등학교에 영재 기초과정을 이수하였고 학교 선생님으로부터 추천을 받았다.

분석을 위한 검사 도구는 영재교육대상자 선발 시험인 창의력 문제해결력 검사지 중 분수와 관련된 지필시험 문항으로, 분수 감각과 분수 조작 능력으로 구성되어 있다. 분수 감각을 알아보기 위하여, Baroody & Coslick(2006)를 참고하여 다음과 같은 두 문항을 사용하였다.

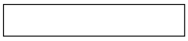
문항1. $\frac{4}{5}$가 $\frac{2}{3}$보다 더 큰 이유를 가능한 한 많이 쓰시오.

문항2. 숫자 1, 3, 4, 5, 6, 7 가운데 네 수를 사용하여, 1보다 작으면서 합이 가장 큰 수를 만들고, 그 이유를 설명하라.

$$\frac{\square}{\square}+\frac{\square}{\square}$$

분수 조작 능력을 알아보기 위하여 Siebert & Gaskin(2006)을 참고하여 다음과 같은 문항을 사용하였다.

문항 3. 아래 그림에 있는 막대기는 $\frac{3}{8}$을 나타낸다.



이때, $\frac{4}{3}$크기의 막대를 그려라(그리는 과정을 상세히 나타내시오).

2. 분석 방법 및 도구

학생들의 반응을 분석하기 위하여 질적분석과 양적분석을 한다. 문항1을 분석하기 위한 분석 틀은 분수의 크기 비교에 관한 Wenrick(2003)의 분류인 [표 II-1]을 참조하여 [표 III-1]과 같이 세분하고 일부는 첨가하여 만들었다.

3) J대학교 영재교육원에서는 2021학년도부터는 초등 영재교육대상자 선발 시험을 각 반별(수학, 과학, 정보)로 시행하고 있다. 따라서 수학반만을 대상으로 하는 경우에는 사례 수가 너무 작아서, 통합적으로 선발 시험을 시행한 2020학년도 사례를 사용했음을 밝혀둔다.

[표 III-1] 문항1의 분석 도구

변환					단위 분수	추론		부분-전체		기타
통분	소수	같은 수 곱하기	두 수 나누기	역수		분수 내	연역	직관적 비교	직접 비교	

[표 II-1]의 변환의 관점을 광의적으로 해석하여, [표 III-1]과 같이 변환을 좀 더 세분화하여 분류하였다. 또한 두 분수를 비교할 때 학생들이 이미 알고 있는 지식을 사용하여 문항1을 해결하는 경우는 연역의 관점으로 분류하여 첨가하였다. 분수내 관점과 연역 관점은 비슷한 전략으로 볼 수 있으며, 편의상 분수내 관점과 연역 관점을 추론의 관점으로 분류하였다.

양적분석은 교차분석, 이항검정, 감마(gamma) 통계를 사용한다. 문항1에 내재한 추론 반응 '분자가 분모보다 1만큼 더 작은 분수는 분모가 클수록 크다'와 문항2의 정답률과의 관계는 이항분석, 교차분석 및 감마통계를 활용하였다. 또한 분수 감각과 관련된 문항2와 분수 조작과 관련된 문항3의 관계 분석을 위하여 교차분석을 시행하였다.

IV. 분석

분수 감각(문항1 및 문항2)과 분수 조작(문항3)으로 구분하여 분석하였다.

1. 분수 감각

문항1은 5학년 1학기 4단원 <탐구수학>에 도입된 내용으로 '분자가 분모보다 1만큼 더 작은 분수는 분모가 클수록 크다'라는 추론 능력을 기르기를 위한 활동(교육부, 2019a)에서 가져온 것이다([그림 IV-1] 참조). 여기서 우리가 생각해 볼 수 있는 이 문항1에 대한 반응은 다음과 같은 것들이 있을 수 있다.

1) 변환

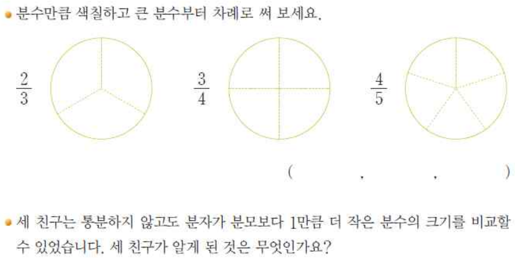
·통분: $\frac{2}{3}=\frac{10}{15}<\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$

·같은 수 곱하기: 예) $\frac{2}{3}\times 5 = 3\frac{1}{3} < 4 = \frac{4}{5}\times 5$

·두 수 나누기: 예) $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} = \frac{5}{6} < 1$

·소수(decimal): $\frac{2}{3} = 0.66 \cdots < 0.8 = \frac{4}{5}$

·역수: $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} > 1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$



[그림 IV-1] 귀납 추론을 통한 분수의 크기 비교

2) 단위분수

·$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} < \frac{4}{5}$, 단위분수 $\frac{1}{6}$ 이 4개와 단위분수 $\frac{1}{5}$ 이 4개

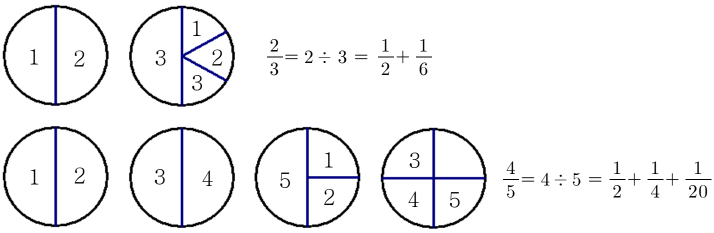
3) 부분-전체

·원판, 띠막대 또는 수직선 사용하기

4) 분수내

·두 분수 $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}$ 가 1이 되는데 필요한 양 구하기

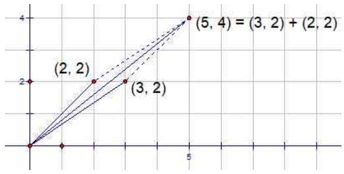
·두 분수 $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}$ 모두 분모가 분자의 2배보다 작으므로 $\frac{1}{2}$ 을 기준점으로 생각할 수 있다. 예를 들어, 사과 2개를 3명에게 분배하는 상황과 사과 4개를 5명에게 분배하는 상황에서 1인당 몫을 비교하기



[그림 IV-2] 이집트 분수

5) 비율적 덧셈

·벡터 합 이용하기: $\frac{4}{5}=\frac{2+2}{3+2}=\frac{2}{3}+\frac{2}{2}>\frac{2}{3}$ (두 번째 '='이 비율적 덧셈)



[그림 IV-3] 비율적 덧셈

한편, 문항2는 '문항1을 얼마나 잘 활용하고 있는가?'를 고찰하고자 하는 문항이다. 먼저, 숫자 1, 3, 4, 5, 6, 7중에서 4개를 선택하여 만든 두 분수의 합의 결과가 될 수 있는 분수의 분모가 가장 큰 경우는 42이다. 둘째, 두 분수의 합의 결과가 $\frac{41}{42}$가 될 수 있는가? 만일 합이 $\frac{41}{42}$될 수 있는 두 분수를 만들 수 있으면 그 두 분수가 원하는 답이다.

가. 문항1 분석

1) 문항1에 대한 전반적인 분석

문항1에 대한 전반적인 분석은 [표 IV-1]과 같다.

[표 IV-1] $\frac{4}{5}$가 $\frac{2}{3}$보다 더 큰 이유(복수 응답) N=107

변환					단위 분수	추론		부분-전체		기타
통분	소수	같은 수 곱하기	두 수 나누기	역수		분수 내	연역	직관적 비교	직접 비교	
105	11	2	2	1	17	28	24	30	17	2

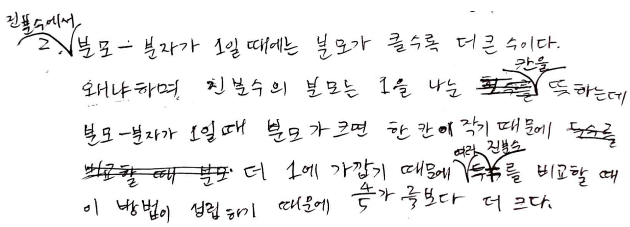
연역은 Wenrick(2003)의 분류에는 없는 것으로 학생들이 이미 지신이 알고 있는 지식을 활용하여 $\frac{2}{3}$와 $\frac{4}{5}$의 크기를 비교하는 경우의 범주이다. 또한 부분-전체 전략은 직관적 비교와 직접 비교로 나누었다. 직관적 비교는 주로 원판 또는 직사각형 모델을 이용하는 방법이고 직접 비교는 수직선 또는 띠막대 모델이다. 그러나 띠막대 모델인 경우에도 나란히 맞대는 활동이 없는 경우에는 직관적 비

교로 분류하였다. [표 IV-1]에서 분자내의 관점인 기준점 전략 또는 비율적 덧셈으로 볼 수 있는 각각 1명의 반응이지만 판정이 모호하여 기타로 분류하였다.

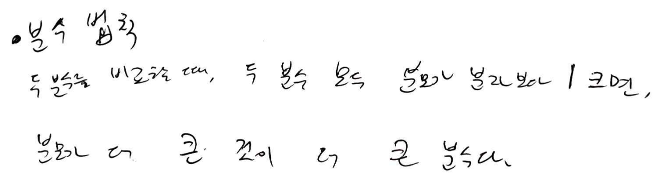
2) 문항1에 대한 세부적인 분석

107명의 학생 중 2명을 제외한 105명(98.1%)의 학생이 변환의 관점 중 하나인 통분을 이용하여 $\frac{4}{5}$가 $\frac{2}{3}$더 큰 이유를 설명하였으며, 분자를 같게 만드는 활동인 단위분수의 관점으로 문제를 해결한 학생은 17명(15.9%)이었다. 단위분수의 관점을 사용하는 학생의 비율이 통분을 사용한 학생보다 82.2%p 낮게 나타났다.

학생의 반응 중 기준점 1을 사용하여 두 분수 $\frac{2}{3}$과 $\frac{4}{5}$를 비교한 경우, 즉 [그림 IV-4]와 같이 (분모)-(분자)=1이라는 분수 내적인 관계에서 두 분수가 '1이 되는 데 필요한 양'을 비교하는 경우는 분수내 관점으로 분류하였고, [그림 IV-5]와 같이 학생이 '이미 알고 있는 법칙'을 기억하여 $\frac{2}{3}$과 $\frac{4}{5}$비교에 적용한 경우는 연역의 관점으로 분류하였다.



[그림 IV-4] 추론의 정당화

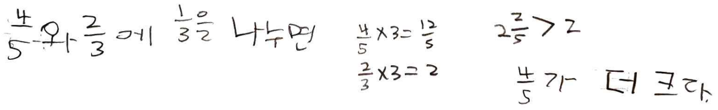


[그림 IV-5] 분수 법칙

[표 IV-1]에 따르면 추론 전략을 사용하고 있는 학생의 비율은 48.6%(107명 중 52명)로 학생들이 흔히 사용하는 통분 전략 비율(98.1%)보다 49.5%p 낮게 나타났음을 알 수 있다. 그 이유 중 하나는 두 분수의 크기 비교를 할 때, 통분 전략은 일반적으로 사용할 수 있는 전략이지만 추론 전략은 (분모)-(분자)가 같은 두 진분수의 크기 비교에만 사용할 수 있는 특수전략이기 때문이다.

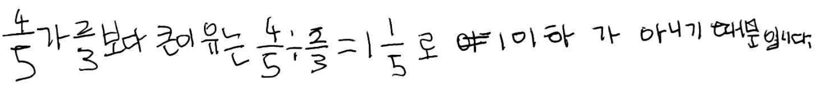
소수(decimal)를 이용한 두 분수의 비교전략 학생은 11명(10.3%) 정도로 예상보다 낮은 비율을 보여주고 있다.

변환의 관점에서 소수의 학생만이 응답한 경우를 살펴보자. 첫째, 두 분수에 같은 수를 곱하는 전략은 [그림 IV-6]과 같다.



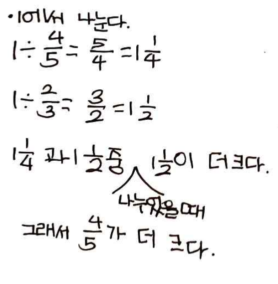
[그림 IV-6] 같은 수 곱하기 전략

둘째, 두 수 나누기 전략을 사용하고 있는 학생의 반응은 [그림 IV-7]과 같다.



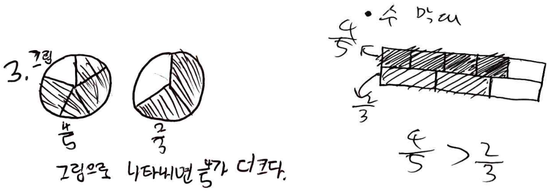
[그림 IV-7] 두 수 나누기 전략

끝으로, 역수 전략을 사용하고 있는 학생의 반응은 [그림 IV-8]과 같다.



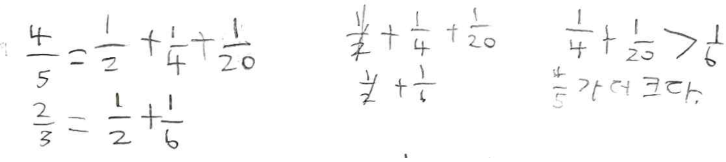
[그림 IV-8] 역수 전략

비 수치적 전략을 이용한 방법인 부분-전체 전략([그림 IV-9] 참조)은 학생 47명(43.9%)이 사용하고 있는데, 직관적 비교의 방법을 사용한 학생의 비율은 28.0%, 직접 비교전략을 사용한 학생은 15.9% 정도로 직관적 비교전략이 직접 비교전략보다 12.1%p 높게 나타났다. 분수 학습에 원판 모델을 수직선이나 띠모델보다 많이 경험한 것이 영향을 준 것으로 생각된다. 또한 부분-전체 전략은 통분 전략을 사용하는 학생의 비율보다 현저히 낮은 비율을 보여주었다.

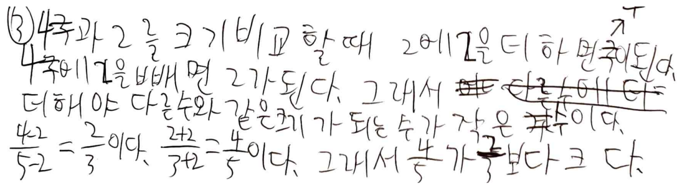


[그림 IV-9] 직관적 비교와 직접 비교

107명의 학생 중 1명씩 사용하고 있는 희귀한 반응은 이집트 분수([그림 IV-10])을 사용하는 전략과 비율적 덧셈([그림 IV-11])을 사용하는 전략이다. 그러나 [그림 IV-10]의 반응이 [그림 IV-2]와 같은 분배의 관점으로 구했는지는 알 수 없으며, 또한 [그림 IV-11]에 있는 학생의 설명이 [그림 IV-3]과 같은 비율적 덧셈을 의미하고 있는지도 알 수 없어 기타로 분류하였다.



[그림 IV-10] 이집트 분수



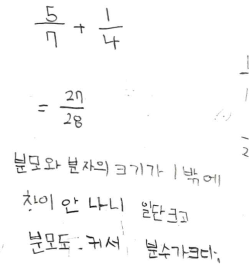
[그림 IV-11] 비율적 덧셈

나. 문항2 분석

1) 문항2에 대한 전반적인 분석

편의상 ‘분자가 분모보다 1만큼 더 작은 분수는 분모가 클수록 크다’라는 사실을 ‘분수 법칙’이라고 부르자. 문항2에 대하여 답을 맞힌 학생은 29명(27.1%)으로 나타났다. 답을 맞힌 학생 29명을 포함하여 61명(57%)의 학생이 두 분수의 합의 결과가 (분모)-(분자)=1인 분수로 답을 하였다. 예를 들면, $\frac{19}{20}$, $\frac{20}{21}$(계산 실수), $\frac{27}{28}$, $\frac{29}{30}$, $\frac{34}{35}$(계산 실수), $\frac{41}{42}$이다. 여기서 정답 $\frac{41}{42}$이 아닌 경우로 응답을 한 학

생은 32명이었다. [그림 IV-12]는 ‘직관적인 분수 법칙’의 적용을 보여준다.



[그림 IV-12] 직관적인 분수 법칙 적용

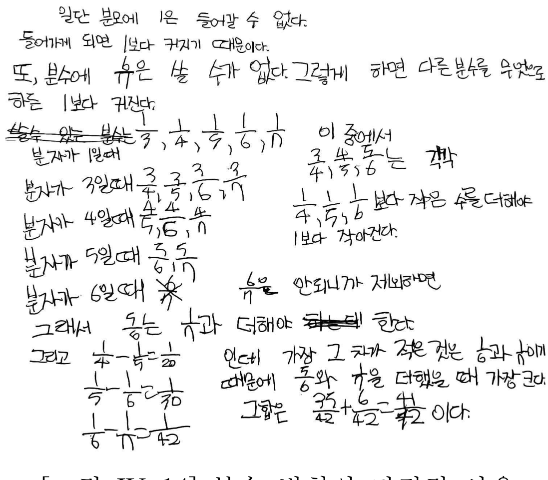
2) 문항2에 대한 세부적인 분석

문항2를 맞춘 학생 29명 중 24명의 학생은 [그림 IV-5]에 있는 분수 법칙을 간접적으로 사용해서 문제를 해결했다. 여기서 간접적이란 의미는 [그림 IV-13]과 [그림 IV-14]처럼 분수 법칙이 문제를 해결하는 과정 중에 사용되기보다는 답이 맞는다는 결론을 내릴 때 사용되었다는 것이다.

<문제해결 과정>

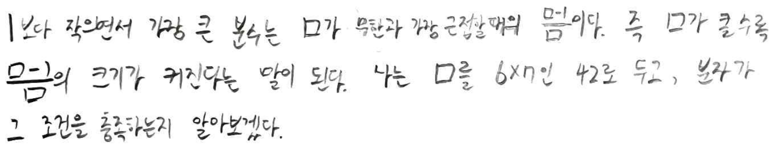
여러 가지 경우의 두 분수의 합 계산 $\longrightarrow \frac{41}{42}$

[그림 IV-13] 분수 법칙의 간접적 사용



[그림 IV-14] 분수 법칙의 간접적 사용

문항2를 맞춘 학생 29명 중 5명의 학생만이 [그림 IV-15]과 같이 분수 법칙을 직접적으로 사용했다. 여기서 직접적이라는 의미는 분수 $\frac{41}{42}$로부터 두 분수 찾기 활동을 수행했다는 것이다. 이 전략은 [그림 IV-13]의 역과정이라고 볼 수 있다. 즉, 주어진 6개의 숫자 1, 3, 4, 5, 6, 7중 네 수를 사용하여 두 분수를 만들어 합을 구하는 경우 그 합의 분수에서 만들어질 수 있는 가장 큰 분모는 42이다. 이 때 분자가 41이 될 수 있는 수가 있을까?



[그림 IV-15] 분수 법칙의 직접적 사용

다. 문항1의 추론 전략과 문항2의 교차분석

문항1의 추론 전략을 사용한 학생 및 문항2를 평가하여 학생 반응이 틀리거나 없으면 0으로 코딩, 맞으면 1로 코딩하여 [표 IV-2]로 요약하였다.

[표 IV-2] 추론 및 문항2의 빈도수 N=107

구분	추론	문항2
0	55	78
1	52	29
합계	107	107

문항1에서 추론이 가능한 학생은 107명 중 52명(48.6%)으로 나타났다. 문항2를 맞은 학생은 29명(27.1%)으로, 추론이 가능한 학생의 비율과 비교해보았을 때, 21.5%p 낮게 나타났다. 한 문제 속에 연속으로 소문항 두 문제를 제시했음에도 불구하고 많은 차이를 보여주고 있다. 이러한 사실은 학생들의 관계적 이해가 부족함을 보여주고 있다.

[표 IV-3]에서 추론과 문항2 모두 어려워하는 학생의 수는 45명(42.1%)이었으며, 추론과 문항2 모두 맞는 반응한 학생들은 19명(17.8%)으로 나타났다. 주목할 점은 추론의 사용이 가능하지만 문항2를 틀린 학생들이 33명(30.8%)으로, 추론의

사용을 어려워하지만 문항2를 맞은 학생들은 10명(9.3%)보다 21.5%p 높게 나타났다는 사실이다. 이러한 사실이 통계적으로 유의미한가를 검정하기 위하여 이항검정을 실시하였다.

[표 IV-3] 추론과 문항2의 교차표

		문항2		합계
		0	1	
추론	0	45	10	55
	1	33	19	52
합계		78	29	107

이항검정 $p = 0.001$(양측)

이항검정의 결과 p값(유의 확률)이 0.001(양측)으로 유의수준 0.05보다 작아 추론의 사용이 가능하지만 문항2를 틀린 학생들이 반대의 경우보다 많다고 할 수 있다.

[표 IV-3]의 추론과 문항2의 교차표에서 두 요인의 관계를 살펴보기 위하여, 맥네마 검정(McNemar's Test)을 시행하였다. 카이제곱 검정 대신 맥네마 검정을 사용한 이유는 추론 능력과 문항2가 서로 독립이 아니기 때문이다. 영가설은 '추론 능력과 문항2 사이에 차이가 없다'이고 영가설 기각 여부를 검정했다. 시행 결과 p값이 0.001로 유의수준 0.05보다 작아 영가설 기각되어 두 집단과 문항2 사이에 차이가 있음이 드러났다. 문항2와 추론 전략과의 연관성 정도를 파악하기 위하여 감마(gamma) 통계를 사용하였다. 감마 통계치는 0.44($p < 0.05$)로 중 정도의 상관이 있으므로 나타났다. 즉, 추론 전략과 문항2는 강하지는 않지만 중간 정도의 연관성을 지니고 있다.

2. 분수 조작

가. 전반적인 분석

분수 조작과 관련된 연구대상 107명의 응답에 대한 범주 분류는 통분이 없이 분할과 반복 조작을 이루어졌을 때 '순수 분할·반복', 먼저 통분의 활동이 있고 그 후 분할과 반복의 조작이 사용된 경우는 통분의 관념이 선행되었다는 점에서 '통분'으로 분류하였다.

[표 IV-4] 분수 조작 N=107

순수 분할·반복	통분	조작 활동 미비 및 오류	모호
14	15	75	3

[표 IV-4]에서 주목할 점은 분할과 반복 조작으로 문제를 해결한 학생이 29명 (27.1%) 정도로 나타난 것은 다소 의외의 결과로 해석된다.

나. 세부적 분석

1) 순수 분할 및 반복

통분 활동 없이 분할 및 반복 조작을 사용하여 문제를 해결한 학생 14명의 문제해결 과정 유형은 [표 IV-5]와 같이 분류되었다. 크기 $\frac{3}{8}$으로부터 1 크기의 막대를 만들어 문제를 해결하는 경우는 '단위'로, 문제 상황을 포함제 관점으로 해결한 후 분할 및 조작 활동을 한 경우는 '포함제'로 분류하였다.

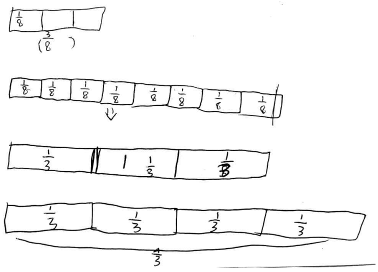
[표 IV-5] 순수 분할 및 반복 N=14

단위	포함제	기타
9	3	2

[표 IV-5]에서 단위로 분류된 9명의 학생은 주어진 막대 $\frac{3}{8}$을 사용하여 1을 만들고 이를 이용하여 $\frac{4}{3}$ 크기의 막대를 만들었다. 그 과정을 살펴보면 다음과 같다.

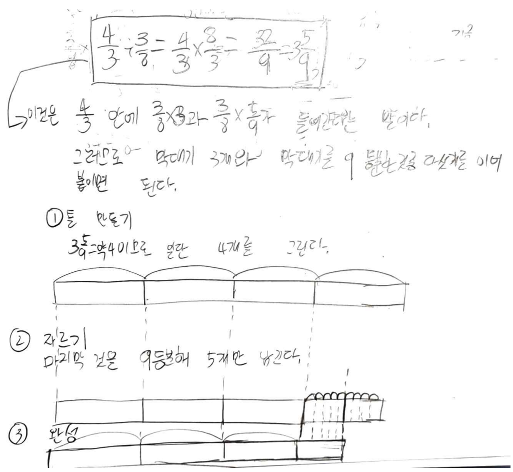
$$\frac{3}{8} \xrightarrow[\text{3등분}]{} \frac{1}{8} \xrightarrow[\text{8회 반복}]{} 1 \xrightarrow[\text{3등분}]{} \frac{1}{3} \longrightarrow \frac{4}{3}$$

[그림 IV-16]은 실제 학생의 반응 결과로 단위분수를 바탕으로 분할과 반복을 효율적으로 사용하고 있음을 보여주고 있다.



[그림 IV-16] 단위 전략

[표 IV-5]에서 포함제를 사용한 학생 3명의 아이디어는 $\frac{4}{3} \div \frac{3}{8} = 3\frac{5}{9}$ 라는 답을 구한 후 $\frac{3}{8}$막대 3개와 $\frac{3}{8}$막대의 $\frac{5}{9}$가 $\frac{4}{3}$가 된다는 사실을 사용한 분할 및 반복 활동이다. [그림 IV-17]은 실제 학생의 반응 결과로 포함제를 바탕으로 분할과 반복을 효율적으로 사용하고 있음을 보여주고 있다.

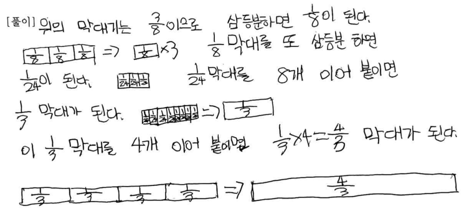


[그림 IV-17] 포함제 전략

[표 IV-5]에서 기타로 분류된 2명의 문제해결 과정은 단위분수 $\frac{1}{3}$을 1로부터 만드는 것이 아니라 $\frac{3}{8}$으로부터 만든다는 특징이 있다.

$$\frac{3}{8} \xrightarrow[\text{3등분}]{} \frac{1}{8} \xrightarrow[\text{3등분}]{} \frac{1}{24} \xrightarrow[\text{8회 반복}]{} \frac{1}{3} \longrightarrow \frac{4}{3}$$

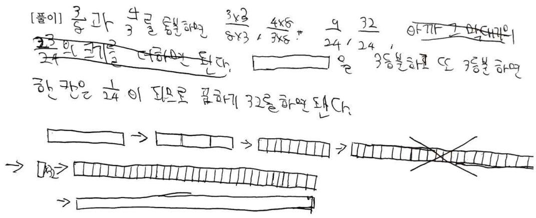
[그림 IV-18]은 기타로 분류된 학생의 반응 결과를 보여주고 있다.



[그림 IV-18] $\frac{1}{3}$ 만들기

2) 통분

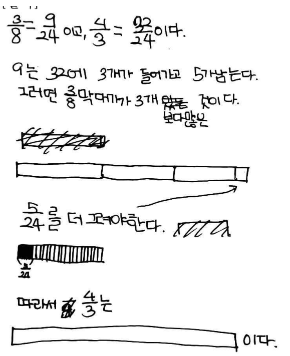
통분의 방법으로 문제를 해결한 학생 15명 모두 [그림 IV-19]와 같이 주어진 막대 $\frac{3}{8}$과 구하고자 하는 막대 $\frac{4}{3}$를 통분하는 방법을 이용하여 문제를 해결하였다. 결국, 단위분수 $\frac{1}{24}$을 32번 반복하여 $\frac{4}{3}$ 크기의 막대를 만드는 전략이다.



[그림 IV-19] 단위분수 $\frac{1}{24}$의 32회 반복

3) 조작 활동 미비 및 오류

틀린 경우의 학생 75명 중 23명이 $\frac{3}{8}$을 단위로 보고 등분 활동을 하거나 주어진 $\frac{3}{8}$ 막대와는 상관없이 임의의 단위 막대를 만들어 문제를 해결하는 오류를 보였다. [그림 IV-20]은 $\frac{5}{24}$를 만드는 과정에서 $\frac{3}{8}$막대를 24등분하는 경우를 보여 주고 있다.



[그림 IV-20] 연산자 $\frac{5}{24}$의 단위 오류

다. 문항2와 문항 3의 교차분석

문항2와 문항3의 정답률에 대한 차이가 있는가를 알아보기 위하여 카이제곱 검정을 시행하였다. 즉, 영가설은 ‘문항2와 문항3은 정답률 차이가 없다.’ 검정 결과는 p값이 0.442(양측검정)로 유의수준 0.05보다 상당히 크다. 따라서 영가설이 기각되지 않는다. 즉, 문항2와 문항3은 정답율 차이가 없다.

[표 IV-6] 문항2와 문항3의 교차표

		문항3		합계
		0	1	
문항2	0	59	19	78
	1	19	10	29
합계		78	29	107

카이제곱 $p = 0.422 > 0.05$(양측)

IV. 요약 및 논의

이 연구는 초등학교 영재학급 학생들을 대상으로 분수 감각과 분수 조작 능력의 실태를 분석한 사례연구이다. 분석의 결과를 바탕으로 초등학교에서 학업 능력 상위 학생의 분수 교수·학습 방안에 대한 시사점을 요약하면 다음과 같다.

두 분수 $\frac{4}{5}$와 $\frac{2}{3}$의 크기를 비교하는 문항1에 대한 응답에서, 첫째, 변환의 관

점을 살펴보자. 응답자 수는 통분(98%)이 가장 많이 나타났다. 이러한 점은 초등 학교 수학과 교육 과정상 특이한 점은 아니다[4]. 또한 학생들이 '소수(decimal)는 분수의 다른 표현'이라고 배웠음에도 불구하고 소수를 이용한 크기 비교를 학생이 10% 정도밖에 안 된다는 점은 의외이다. 소수의 학생 반응 중 주어진 두 분수에 같은 수 곱하기 전략, '$\frac{4}{5}$에는 $\frac{2}{3}$가 몇 번 포함될까?'와 같은 포함제 상황의 나눗셈을 사용하는 전략 및 역수 전략은 교육과정에서 충분히 다루어질 수 있는 전략이다[5].

둘째, 단위분수 관점인 분자 같게 만들기 전략을 사용한 학생은 17명(15.9%)으로 비율이 낮은 편이다. 아마도 주된 이유 중 하나는 비록 분자 같게 만들기 전략이 교사용 지도서에 언급(주석1 참고)되어 있지만, 학교 수학에서 두 분수의 크기 비교 상황에서 분자를 같게 만드는 활동과 관련된 경험이 많이 없었기 때문으로 생각된다. 따라서 초등 수학과 교육과정에서 단위분수 끼리의 비교 상황(3학년 1학기 6단원)을 좀 더 확장해서 진분수끼리의 비교 상황과 관련된 활동도 고려해볼 필요성이 있다. 예를 들어, $\frac{3}{4}$과 $\frac{2}{5}$의 크기 비교를 하는 경우에 일반적인 통분전략을 사용하지 않고 [그림 IV-21]와 같이 분자를 같게 만드는 전략을 사용할 수 있다.

$$\frac{1}{8} > \frac{1}{15} \longrightarrow \boxed{\frac{3}{4} = \frac{6}{8}\ (\frac{1}{8}\text{ 이 6개}) > (\frac{1}{15}\text{ 이 6개}) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}}$$

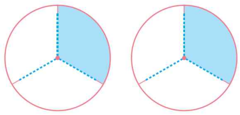
[그림 IV-21] 분자를 같게 만드는 전략

셋째, 분수내 관점인 기준점 1 전략을 사용한 학생은 28명(26.2%)으로 낮은 비율을 보였다. 이유 중 하나는 가역적 사고를 필요로 하는 문제이기 때문이다. 즉, 분수의 개념을 주어진 단위 1로부터 부분의 크기를 분수로 나타내는 활동으로 도입된다. 그러나 역으로의 활동 즉, 주어진 분수로부터 단위 1을 찾는 활동은 교육 과정상에서 경험하기 힘들다. 또한 기준점 $\frac{1}{2}$을 사용한 전략은 [그림 IV-2]와 같은 분배를 통한 몫을 찾는 문제이다. 즉, $\frac{2}{3}$는 사과 2개를 3명에게, $\frac{4}{5}$는

4) 교사용 지도서(교육부, 2019b)에는 '그림 그리기' 및 '분자를 같게 하여 비교하기'와 관련된 내용이 나타나지만, 초등 수학교과서 5학년 1학기 6차시 '분수의 크기를 비교해 볼까요'에서 이분모 분수의 크기 비교는 '통분'하여 비교한다는 활동으로 구성되어 있다.

5) 교육 과정상 (분수)÷(분수), 역수는 6학년에 도입되므로 영재 입시 대상자는 5학년임을 참작하면 반응한 학생이 소수라는 점이 수긍된다. 따라서 6학년 교육과정에 분수의 크기 비교활동을 도입하는 것을 고려해 봄 직하다.

사과 4개를 5명에게 나누어 줄 때 1인당 몫을 찾는 문제로 변환할 수 있다. 이 경우 피제수가 제수보다 작으므로 사과를 반으로 나누어 분배할 수 있다. 그러나 우리나라 초등 수학 교과에서는 피제수가 제수보다 작은 자연수의 나눗셈인 경우는 [그림 IV-22]과 같이 피제수 각각을 제수만큼 등분할하는 경우는 다루고 있지만, [그림 IV-2]와 같은 활동은 취급하지 않는다는 점에서 학생들이 사용하기에는 어려운 전략이라고 볼 수 있다.



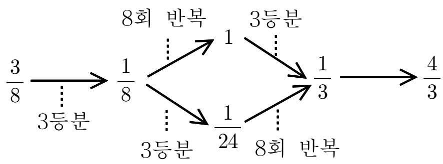
[그림 IV-22] $\frac{2}{3} = 2 \div 3$

넷째, [그림 IV-1]과 같은 교과서에서의 활동과 학업 능력 상위 학생을 대상으로 했다는 점에도 불구하고, 연역을 통해 문제를 해결한 학생이 24명(22.4%)으로 낮게 나타났다는 점은 생각해 볼 문제점이다. 끝으로, 부분-전체의 관점은 초등 수학 교과에서 자주 사용하고 있는 원판, 띠막대 및 수직선 등을 사용하고 있다. 그러나 이 전략을 사용한 학생은 47명(43.9%)으로 의외로 낮게 나타났다. 원판, 띠막대 및 수직선 등과 같은 그림 그리기 전략은 분수를 도입하는 시기에 사용하고 있고 통분 전략은 초등학교 고학년에 도입하고 있다는 점을 고려하면, 통분의 전략보다 그림 그리기 전략이 54%p 낮게 나타났다는 점은 학생들의 심리가 교육과정 상의 순서와는 역순임을 보여준다.

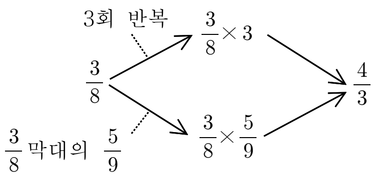
문항2를 맞춘 학생은 29명(27.1%)으로 낮은 비율을 나타냈다. 이는 문항1의 아이디어를 사용해서 문항 2를 해결하라는 의미에서 큰 문항 속 연속된 작은 문항으로 제시했음에도 불구하고 문항1과 문항2의 관계를 인식하지 못하는 학생이 많다는 것을 드러내고 있으며, 연역적 관점의 문항 배열이 초등학생들에게는 큰 효과가 없음을 보여주고 있다. 또한 29명 중 5명만이 분수 법칙을 직접적으로 사용하여 문제를 해결하였고, 그 나머지 24명의 학생은 많은 계산을 통해서 답을 구하였다. 또한 답을 맞힌 29명을 포함하여 학생 61명(57%)의 학생이 (분모)-(분수)=1인 경우로 응답하고 있다는 점은 문항1 또는 학교에서의 [그림 IV-1]과 같은 학습활동이 문제해결 과정에서 어느 정도는 영향을 주고 있음을 보여준다. 문항1의 추론 전략과 문항2의 관계를 통계적으로 해석하기 위해서 이항 분석, 교차분석 및 감마(gamma) 통계를 사용하였다. 이항 분석의 결과는 추론의 사용이 가능하지만, 문항2를 틀린 학생들이 반대의 경우보다 많다는 통계적인 결과를 얻었으며 또한 교차분석을 통하여 추론과 문항2 사이에 차이가 있음이 나타났으며,

감마(gamma) 통계치로부터 추론과 문항2는 중간 정도의 연관성이 있음이 드러났다.

한편, 분수 조작의 경우는 정답률이 27%(107명 중의 29명)로 매우 낮게 나타났다. 분수 조작이 분할과 반복으로 구성되어 있으며 학생들이 분수 개념을 형성할 때 기본적으로 사용하는 조작이라는 점을 참작하면 의외의 결과이다. 정답을 보인 학생 29명 중 순수 분할 및 반복을 사용한 학생은 14명, 통분 후 분할 및 반복을 사용한 학생은 15명으로 나타났다. 순수 분할 및 반복을 사용한 학생 중에서 포함제 개념을 사용하지 않은 11명의 조작과정을 도식화하면 다음과 같다.



포함제 개념을 사용한 학생 3명의 조작과정을 살펴보면 다음과 같다.



통분의 방법으로 문제를 해결한 학생 15명의 조작과정은 $\frac{3}{8}$과 $\frac{4}{3}$를 통분하여 $\frac{3}{8}$로부터 $\frac{1}{24}$막대를 만들고 그 후 $\frac{1}{24}$막대를 32번 반복하는 활동이다. 조작 활동이 미비하거나 오류를 보인 학생 75중 23명의 학생이 주어진 막대 $\frac{3}{8}$ 또는 막대 $\frac{3}{8}$과는 상관이 없는 임의의 막대를 만들어 문제를 해결하려는 경향을 보였다. 즉, 이 범주에 속하는 학생들은 $\frac{1}{24}$크기의 막대를 만들 때 분할의 대상이 되는 막대를 주어진 막대 $\frac{3}{8}$를 사용하거나 또는 문제에서 요구하는 막대의 크기가 $\frac{4}{3}$이기 때문에 $\frac{4}{3}$을 $\frac{1}{3}$이 4개(배)로 해석하고 $\frac{1}{3}$ 크기의 막대를 만들 때 임의의 막대를 사용하고 있다. 이러한 현상은 학생들의 단위에 대한 개념이 부족함을 보여준다. 특히, 분할의 대상이 되는 막대를 $\frac{3}{8}$크기의 막대를 사용하는 경우, $\frac{1}{24}$을 만들 때 splitting 조작이 부족함을 보여주고 있다(그림 IV-20 참조). 즉, 분할 조

작과 반복 조작의 동시적인 구성이 내면화되어 있다면 $\frac{3}{8}$크기의 막대와 $\frac{24}{24}$막대가 다르다는 것을 알 수 있다. 이는 초등학교 학생들이 전체를 단위로 인식하는 오류가 많이 나타났다는 이지영, 방정숙(2014)의 선행 연구를 뒷받침한다.

교차분석을 통해 분수 감각과 조작 능력 간의 정답률 차이가 있는지 카이제곱 검정을 시행하였다. 시행 결과는 정답률 간의 차이가 없음을 보여주었다. 이러한 결과는 학생들의 분수와 관련된 수치적인 감각과 분수 개념을 형성하기 위한 분할 및 반복의 조작은 크게 영향이 없음을 보여주고 있다.

참고문헌

[1] 강완, 강태석 (2003). 분수의 크기 비교 지도 방법의 교수학적 변환 분석. **한국초등교육 서울교육대학교 초등교육연구원**, **14(1)**, 35-64.

[2] 권성룡(2003). 초등학생의 분수이해에 관한 연구. **학교수학**, **5(2)**, 259-273.

[3] 교육부(2019a). 수학 5-1. 서울: 천재교육.

[4] 교육부(2019b). 교사용 지도서 수학 5-1. 서울: 천재교육.

[5] 김유경·방정숙(2012). 3학년 학생들의 전체-부분으로서의 분수에 대한 이해 분석. **수학교육학연구**, **22**(3), 311-329.

[6] 김유경·황현미(2016). 초등학생들의 분수의 크기 비교 전략 분석. **수학교육학연구**, **26**(4), 663-682.

[7] 류지연·배종수(2012). 분수와 소수에 대한 수 감각 향상 프로그램 개발 연구-초등학교 고학년을 중심으로-. 한국초등수학교육학회 연구발표대회 논문집, 188-241.

[8] 방정숙·이지영(2014). 몫으로서의 분수에 관한 초등학교 수학과 교과용도서 분석. **수학교육학연구**, **24**(2), 165-180.

[9] 서동엽(2005). 분수의 역사발생적 지도 방안. **수학교육학연구**, **15**(3), 233-249.

[10] 선춘화·전평국(2005). 초등학교 6학년 학생의 수감각 실태조사. **수학교육**, 44(4), 587-602.

[11] 신보희·김자경(2022). 분수감각의 개념과 교수전략 고찰. **증거기반 교육연구**, 3(1), 89-104.

[12] 이지영·방정숙 (2014). 분수의 다양한 의미에서 단위에 대한 초등학교 6학년 학생들의 이해 실태조사. **수학교육학연구**, **24**(1), 83-103.

[13] 이호수·최근배(2022). 몫으로서의 분수와 분배전략. East Asian Math. J., **38**(4), 379-396.

[14] 정은실(2006). 분수 개념의 의미 분석과 교육적 시사점 탐구, **학교수학**, 8(2), 123-138.

[15] 최근배(2010). 분할과 반복 조작을 통한 분수지도 탐구. **학교수학**, 12(3), 411-424.

[16] 한정이·이광호(2017). 초등학교 6학년 학생들의 분수 조작 및 스킴 분석. **학교수학**, 19(1), 59-75.

[17] 함혜림·류희수(2014). 연산자 분수에 대한 고찰. **교육논총**, 34(3), 181-213.

[18] Baroody, A. F., & Coslick, R. T. (2006). 수학의 힘을 길러주자 왜? 어떻게? (권성룡 외 역.). 서울: 경문사. (원서는 1998년에 출간됨.)

[19] Faulkner V. (2009). The components of number sense: An instructional model for teachers. Teaching Exceptional Children, 41(5), 24-30.

[20] Fennell, F. and Karp, K. (2017). Fractional Sense: Foundational Understandings, Journal of Learning Disabilities, 50(6), 648-650.

[21] McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. For the Learning of Mathematics, 12(3), 2-8.

[22] Norton, A. H. and D′Ambrosio, B. S. (2008). ZPC and ZPD: Zones of Teaching and Learning, *Journal for Research in Mathematics Education, 39*(3), 220-246.

[23] Norton, A. H. and McCloskey A. V. (2008). Modeling Students′Mathematics using Steffe- ′s Fraction Schemes, Teaching Children Mathematics (August 2008), 48-54.

[24] Norton, A. and Wilkins, J. (2009). A quantitative analysis of children′s splitting operations and fraction schemes. *The Journal of Mathematical Behavior*, 28(2009), 150-161.

[25] Olive, J. (2002). Bridging the Gap: Using Interactive Computer Tools to Build Fraction Schemes, Teaching Children Mathematics (February 2002), 356-361.

[26] Reys, R. E. & Yang, D. C. (1998). Relationship between computational performance and number sense among sixth and eighth grade students in Taiwan, *Journal for Research in Mathematics Education* 29(2), 225-237.

[27] Siebert, D. and Gaskin, N. (2006). Creating, Naming, and Justifying Fractions, *Teaching Children Mathematics* (April 2006), 394-400.

[28] Steffe, L. P. (2002). A new hypothesis concerning children's fractional knowledge. *The Journal of Mathematical Behavior*, 20, 267-307.

[29] Steffe, L. P. (2003). Fractional commensurate, composition, and adding

schemes Learning trajectories of Jason and Laura: Grade 5. *The Journal of Mathematical Behavior*, 22, 237-295.

[30] Yang, D. C., Li, M. N., & Lin, C. I. (2007). A study of the per formance of 5th graders in number sense and its relationship to achievement in mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 6, 789-807.

[31] von Glasersfeld, E. (1995). *Radical constructivism: A way of knowing and learning*. New York, NY: Routledge Falmer.

[32] Wenrick, M. R. (2003). *Elementary Students' Use of Relationships and Physical Models to Understand Order and Equivalence of Rational Numbers.* Doctoral dissertation, The University of Texas at Austin.

[33] Wilkins, J. L. M., & Norton, A. (2011). The splitting loope. *Journal for Research in Mathematics Education, 42*, 386 - 416.

Hae Gyu, Kim
Department of Mathematics Education, Teachers College
Jeju National University
Jeju 63294, Korea
E-mail address: hakgd123@gmail.com

Hosoo Lee
Department of Mathematics Education, Teachers College
Jeju National University
Jeju 63294, Korea
E-mail address: hosoo@jejunu.ac.kr

Keunbae Choi
Department of Mathematics Education, Teachers College
Jeju National University
Jeju 63294, Korea
E-mail address: kbchoe@jejunu.ac.kr