

반응표면법을 이용한 집중권선 동기 릴럭턴스 전동기의 토크 리플 저감에 관한 회전자 및 고정자 설계

論 文

56-12-14

Rotor & Stator Design on Torque Ripple Reduction for a Synchronous Reluctance Motor with Concentrated Winding using Response Surface Methodology

崔 閔 喆[†] · 李 重 浩^{*}
(Yun Chul Choi · Jung Ho Lee)

Abstract - This paper deals with optimum design criteria to minimize the torque ripple of a concentrated winding Synchronous Reluctance Motor (SynRM) using Response Surface Methodology (RSM).

The feasibility of using RSM with the finite element method (FEM) in practical engineering problem is investigated with computational examples and comparison between the fitted response and the results obtained from an analytical solution according to the design variables of stator and rotor in concentrated winding SynRM (6slot).

Key Words : Torque Ripple, FEM, RSM, Optimum Design, Concentrated Winding SynRM

1. 서 론

일반적으로 동기형 릴럭턴스 전동기(SynRM)는 유도기에 비해 효율이 높고, 제작상의 비용이 적게 드는 등 많은 이점들이 있다.

만약 동기형 릴럭턴스 전동기의 고정자 권선이 종래의 분포권선형이 아니라 집중권선형으로 했을 때는 공장 제조 시 권선 작업이 단순해지며 동손이 저감되고 저가의 전동기를 확보할 수 있는 장점이 있다. 하지만 토크리플에 의해 발생되는 진동과 소음이 상대적으로 다른 기기들에 비해 크기 때문에 토크리플을 줄이기 위해 설계변수의 적절한 조합이 이루어져야 한다.

반응표면법(RSM)은 물리적 시스템의 응답연구 중에서 “최적값”을 찾는 데 유용한 통계 및 수학적 방법이다. [1]

일반적으로 반응표면법(RSM) 내에서 설계변수와 출력간의 관계를 나타내기 위해 다항식 모델이 만들어지기 때문에 이 모델은 출력을 예상하는데 사용될 수 있고, 설계 최적화는 보다 더 쉽게 수행될 수 있다. 적합한 모델의 특성은 실험 데이터를 기초로 한 통계표를 확인함으로써 평가된다. [2]

이미 집중권선 SynRM에 관한 두 가지 논문이 발표 되었다.

첫째, 24슬롯 SynRM의 회전자 최적설계 모델을 기초로 토크리플 저감을 위해 고정자의 치 폭, 슬롯 오픈 폭, 슬롯 깊이를 설계변수로 한 고정자 설계가 있다. [3]

둘째, [3]의 고정자 최적설계를 기초로 자속장벽 수, 자속장벽 폭을 설계변수로 하여 최적설계를 수행한 회전자 설계가 있다. [4]

이러한 선행 연구를 통해서 토크리플을 다소 감소시킬 수 있었다. 하지만 이를 상용화하기에는 아직 어려움이 있고, 집중권선 SynRM의 물리적 특성은 이러한 고정자 및 회전자의 개별적인 설계에 의해서는 정확하게 예측되거나 개선될 수 없다.

본 논문은 SynRM의 생산비 절감과 성능 향상을 위해 고정자 또는 회전자만의 개별적인 설계가 아닌 고정자와 회전자 모두의 설계변수를 기초로 토크리플을 저감하기 위한 최적설계를 수행하였다. 최적설계에 따른 적합한 조건을 찾아내기 위하여 RSM이 사용되었으며 조건에 따른 토크와의 관계를 예측하기 위해 필요한 실험 데이터는 유한요소법을 이용하였다.

2. 해석 모델

집중권선형 SynRM은 4극과 6슬롯의 모델이다. 적층 길이는 77(mm)이며 회전자 직경은 30.1(mm)이고 공극은 0.4(mm), 고정자 직경은 87.9(mm)이다.

그림 1에서 나타낸 것처럼 SynRM의 토크리플과 관련된 설계변수는 고정자의 슬롯, 공극(Air gap), 회전자의 릿(rib) 폭, 자속장벽 수 및 자속장벽 폭 등이 있다.

본 논문에서는 고정자 측의 슬롯 오픈 폭(X1), 슬롯 깊이(X2), 치 폭(X3) 그리고 회전자 측의 자속장벽 폭(L1~L4)을 집중권선 SynRM의 최적설계에 관한 변수로 고려했다.

그림 2는 3개의 자속장벽 수에서 자속장벽 폭에 따른 형상변화를 위한 변화점 변수와 변화방향을 보여준다. 각각 한 쌍이 되는 (W1,W8), (W2,W7), (W3,W6)……은 q축을 기준으로 하여 대칭적으로 움직인다. 그리고 P1-P5점들은 자속장벽 폭에 따라 변화하는 상태로 움직인다.

또한, 그림 3은 고정자 측의 각 변수에 따른 형상변화를 위한 변화점 변수와 변화방향을 나타낸다.

[†] 교신저자, 學生會員 : 한밭대학교 전기공학과 석사과정
E-mail : dodocyc@hanmail.net

^{*} 正 會 員 : 한밭대학교 전기공학과 조교수

接受日字 : 2007年 10月 22日

最終完了 : 2007年 11月 21日

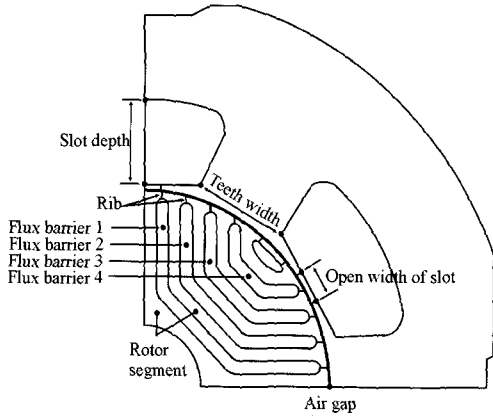


그림 1 집중권선 SynRM의 설계변수
 Fig. 1 The design variables of the concentrated winding SynRM

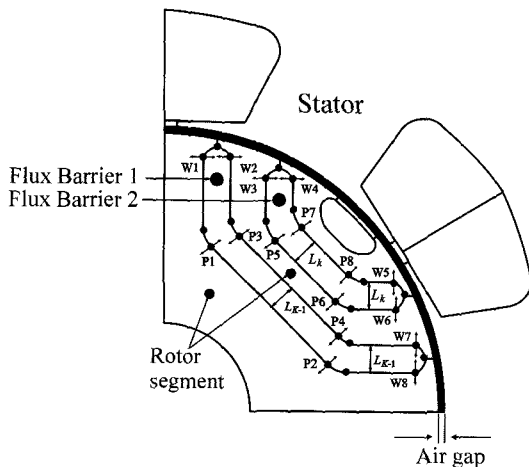


그림 2 회전자의 변화점 변수와 변화 방향
 Fig. 2 The point variables and variation direction of the rotor.

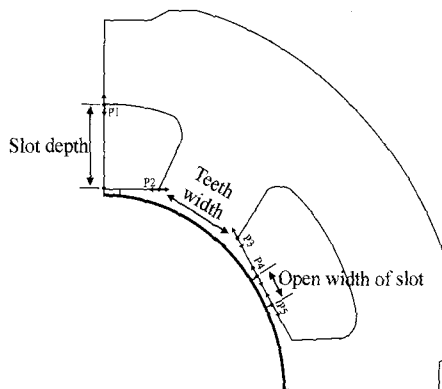


그림 3 고정자의 변화점 변수와 변화 방향
 Fig. 3 The point variables and variation direction of the stator.

3. RSM의 개념

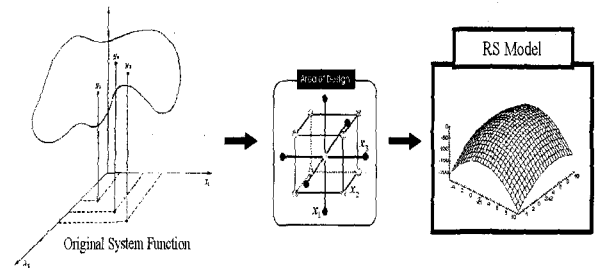


그림 4 RSM의 기본 개념
 Fig. 4 Basic concept of RSM

그림 4에 RSM의 기본 개념도를 나타내었다. RSM은 설계 변수와 응답간의 관계를 찾아 구하고, 관측된 자료를 사용하여 통계적인 근사방법을 통해 최적 시스템 응답을 찾아낸다. 여기서, 설계변수에 대응되는 응답 또는 출력값은 일반적으로 실제 실험이나 컴퓨터에 의한 시뮬레이션을 통해 얻어지고 이 실제 응답 y 는 기대값 또는 평균값이다.

따라서 본 논문에서는 설계변수와 출력값의 대응관계를 컴퓨터 시뮬레이션인 유한요소해석을 통해서 관측 자료를 확보하였다. RSM에서 k 개의 설계변수에 대한 실제 응답 y 은 다음과 같이 가정한다.

$$y = f(X, \theta) \tag{1}$$

식(1)에서 변수 (x_1, x_2, \dots, x_k) 는 자연변수(natural variables)이며, 실제의 측정 단위를 가진다. 실제 응답함수 f 의 근사함수인 y 는 Taylor 급수전개를 기본으로 하여 1차 또는 2차 다항 모형으로 근사하게 된다.

본 논문에서 선택한 연구대상의 반응표면이 곡면으로 표현될 것이라고 예측할 수 있으므로 근사함수를 2차 모형으로 사용하였다. 따라서, 실제 응답함수 f 와 근사함수 y 와의 관계는 식(2)과 같이 표현할 수 있다.

$$y = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j + \sum_{j=1}^k \beta_{jj} x_j^2 + \sum_{i \neq j}^k \beta_{ij} x_i x_j + \epsilon \tag{2}$$

ϵ 은 응답의 오차항이고, 변수 (x_1, x_2, \dots, x_k) 는 코드 변수이다. 여기서, ϵ 을 통계적인 오차로 다루고, 일반적으로 평균이 0이고 분산 σ^2 을 가지는 정규분포로 가정한다. 따라서 근사함수로부터 n 개의 샘플 자료에서 추정된 출력값 u 는 행렬의 형태로서 식(3)과 같이 정리된다.

$$y = X\beta + \epsilon \tag{3}$$

여기서 X 는 설계변수 레벨의 행렬, β 는 회귀계수의 벡터, ϵ 은 임의의 오차의 벡터이다. 그리고 식(3)에서 추정된 함수 \hat{y} 는 식(4)과 같다.

$$\hat{y} = Xb \tag{4}$$

RSM에는 많은 실험적인 설계방법이 있다. 본 논문에서 추정된 근사함수의 정도를 확인하기 위해 중심합성계획법(Central composite design : CCD)을 이용하였으며 반응표면 설계에서 가장 일반적으로 사용되어지는 방법이다.

2^k 요인실험(2^k factorial experiments)은 각 변수의 두 수준에서만 실험이 되므로 변수의 수준변화에 따라서 발생하는

반응량의 곡면적인 변화를 감지할 수 없으며 이차 다항회귀 모형에서 제곱항 x_j^2 의 계수 β_{jj} 등을 추정할 수 없다.

이런 단점을 보완하고 적은 횟수의 실험으로 반응곡면을 추정하기 위하여 다음과 같이 중심점과 축점을 2^k 요인실험에 추가시킨 실험계획을 중심합성계획이라고 부른다.

표 1 분산분석 (ANOVA)

Table 1 Analysis of variance

요인	자유도	제곱합	평균제곱	F_0
회귀	k	SS_R	$SS_R/k=MS_R$	MS_R/MS_E
잔차	$n-k-1$	SS_E	$SS_E/n-k-1=MS_E$	
총	$n-1$	S_{yy}		

통계적인 근사방법인 RSM은 항상 오차를 포함하고 있으므로 추정된 근사함수의 정도를 확인해야만 한다.

본 논문에서 추정된 근사함수의 정도를 확인하기 위해 분산분석(Analysis of variance : ANOVA)을 이용하였으며 표 1에서 n 은 실험의 총계이고 k 는 적합한 모델에 대한 설계 변수의 수를 나타내었다.

다음은 모델의 적합성을 판단하는데 있어서 중요한 역할을 하는 세 가지 오차합계를 나타내고 있다.

- 잔차 제곱합 SS_E :
- 총 편차의 제곱합 S_{yy} :
- 회귀 제곱합 $SS_R = S_{yy} - SS_E$:

$$\text{여기서, } SS_E = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad S_{yy} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

(y_i : 관측 값, \hat{y}_i : 예측 값, \bar{y} : 평균 값)

결정계수 R^2 은 S_{yy} 와 SS_R 로 식(5)과 같다.

$$R^2 = \frac{SS_R}{S_{yy}} \tag{5}$$

결정계수는 총변동중에서 회귀선에 의하여 설명되는 변동이 차지하는 비율을 말한다.

R^2 을 수정하기 위한 결정계수는

$$R_A^2 = 1 - \frac{SS_E/n-k-1}{S_{yy}/n-1} \tag{6}$$

표 1에서 보는 것과 같이 평균제곱은 제곱합을 자유도로 나눈 것이다. 총 평균 제곱에 이용되는 오차분산 추정된 값의 잔차 평균제곱에 의하여 제공된 오차분산 추정된 값의 측도 비율을 말한다. 그러므로 회귀선의 타당성은 R^2 과 R_A^2 에 의하여 결정된다.

4. 최적화

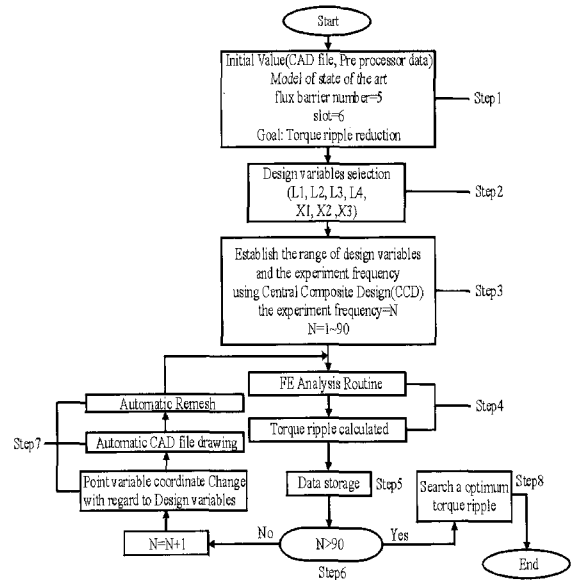


그림 5 설계 흐름도

Fig. 5 The flow chart of design procedure

그림 5는 설계 흐름도를 보여준다.

그림 5의 설계흐름도를 이용한 시행순서는 다음과 같다.

1. 초기 시작기의 CAD파일, 전처리(pre-processor)작업 데이터를 설정한다.
2. 설계변수는 토크리플에 영향을 고정자 축의 슬롯 오픈 폭(X1), 슬롯 깊이 (X2), 치 폭(X3) 그리고 회전자 축의 자속 장벽 폭(L1~L4)으로 채택하였다. 회전자 리브(rib) 폭은 제조상의 한계 때문에 고정된 값을 취한다.
3. 표 2와 표 4에서 나타낸 것처럼 중심합성계획법을 이용하여 설계변수의 범위와 실험횟수를 설정한다. 실험횟수(N)는 1~90까지 설정했다.
4. 유한요소해석(FEA)을 이용하여 토크리플 값이 계산되어진다.
5. FEA로부터 얻어진 토크리플 값을 저장한다.
6. $N > 90$?
 ▶ YES: 최적토크리플을 고찰한다.
 ▶ NO: $N = N + 1$
7. 고정자 및 회전자의 설계변수에 따른 형상변화를 위한 변화점 변수와 변화방향은 그림 2, 3에서 나타내고 있다. 설계변수(X1, X2, X3, L1~L4)의 변화에 따르는 변화된 고정자 및 회전자 형상을 해석할 때, 유한 요소 해석을 위한 전처리 작업을 다수 수행해야하는 어려움이 따른다. 이러한 이유로, CAD파일은 자동적으로 자속 장벽 폭의 변화에 대하여 다시 그려진다. 다음으로 자동 메쉬(mesh)작업이 이루어진다. 여기서 동일한 자속 장벽 수에서 회전자의 x, y좌표만이 변하고 마디번호(node number), 요소 번호(element number), 경계 조건(boundary condition) 등은 변화하지 않는다. 이러한 자동 형상변화 프로그램을 설계 프로그램에 포함하여 설계시간을 단축한다. 이러한 실험절차는 $N=90$ 까지 실행된다.
8. 설정된 범위에 따라 FEA를 통해 얻어진 데이터에 의해 반응표면 모델이 형성하고 최적토크리플을 고찰하였다.

표 2는 중심합성계획법에 의한 설계변수의 범위를 나타내며, 표 3은 표 2의 설계변수를 바탕으로 유한요소해석을 수행한 반응값을 나타낸다. 표 3에서 나타난 토크리플은 유한요소법으로 구하였다. 이러한 실험적인 결과를 이용하면 2차 다항식은

$$\hat{y} = 3307.08 - 53.99X1 - 17.04X2 + 21.71X3 - 1401.44L1 + \dots - 31.46L2L4 - 48.901L3L4 \quad (7)$$

이고 표 4에서 분산분석이 수행되었다. $F_0 = 20.01$ 은 ($F_{(35,53,0.05)} = 0.1561$)을 초과했기 때문에 모든 계수 β_j 0을 나타내는 무효의 가설은 기각된다. $R^2 = 0.892$ 과 $R_A^2 = 0.887$ 은 총 변동 88.7%는 적합한 모델인 식 (7)이 설명되어 질 수 있다는 것을 나타내고, 잔차 평균제곱에 의해 제공된 잔차 변동의 추정은 총 평균제곱을 이용한 잔차 변동 추정의 11.3%이다.

표 2 설계변수의 범위

Table 2 The Level of design variables

설계 변수	설계 변수의 범위				
	-2	-1	0	1	2
X1[mm]	1.318	2.000	3.000	4.000	4.682
X2[mm]	12.659	13.000	13.500	14.000	14.341
X3[mm]	13.659	14.000	14.500	15.000	15.341
L1[mm]	3.451	3.480	3.522	3.564	3.592
L2[mm]	1.448	1.653	1.953	2.253	2.457
L3[mm]	1.448	1.653	1.953	2.253	2.457
L4[mm]	3.006	3.033	3.072	3.111	3.137

표 3 중심합성계획법을 이용한 실험 결과

Table 3 Experimental Results Using central composite design

	X1	X2	X3	L1	L2	L3	L4	T _{ripple}
1	3.000	13.5	14.5	3.522	1.953	1.953	3.137	61.79
2	3.000	13.5	14.5	3.592	1.953	1.953	3.072	62.34
3	3.000	13.5	14.5	3.522	1.953	1.448	3.072	60.91
4	4.000	13.5	14.5	3.522	1.953	1.953	3.137	67.95
5	4.000	13.5	14.5	3.592	1.953	1.953	3.072	67.95
6	4.000	13.5	14.5	3.522	1.953	1.448	3.072	60.91
7	3.000	14.0	14.0	3.564	2.253	2.253	3.033	78.83
8	3.000	14.0	14.0	3.522	2.253	2.253	3.033	78.83
9	3.000	14.0	14.0	3.592	2.253	2.253	3.033	78.83
10	2.000	14.0	14.0	3.564	1.653	2.253	3.033	86.31
11	2.000	14.0	14.0	3.522	1.653	2.253	3.033	86.31
12	2.000	14.0	14.0	3.592	1.653	2.253	3.033	86.31
13	4.000	13.0	15.0	3.480	2.253	1.653	3.033	67.08
14	4.000	13.0	15.0	3.522	2.253	1.653	3.033	67.08
15	4.000	13.0	15.0	3.564	2.253	1.653	3.033	67.08
16	4.000	13.0	15.0	3.522	2.253	1.653	3.033	67.08
17	4.000	13.0	15.0	3.592	2.253	1.653	3.033	67.08
18	3.000	13.0	15.0	3.480	2.253	2.253	3.111	60.79
19	3.000	13.0	15.0	3.522	2.253	2.253	3.111	60.79
20	3.000	13.0	15.0	3.564	2.253	2.253	3.111	60.79
21	2.000	13.0	15.0	3.480	2.253	1.653	3.033	67.08
22	2.000	13.0	15.0	3.522	2.253	1.653	3.033	67.08
23	2.000	13.0	15.0	3.564	2.253	1.653	3.033	67.08
24	4.000	13.0	15.0	3.480	2.253	2.253	3.033	78.14
25	4.000	13.0	15.0	3.522	2.253	2.253	3.033	78.14
26	4.000	13.0	15.0	3.564	2.253	2.253	3.033	78.14

X1: 슬롯 오픈 폭, X2: 슬롯 깊이, X3: 치 폭, L1: 자속 장벽1, L2: 자속 장벽2, L3: 자속 장벽3, L4: 자속 장벽4
 T_{peak}: peak-peak Torque (Nm), T_{ave}: average Torque (Nm)
 T_{ripple}: T_{peak} / T_{ave} (%)

표 4 분산분석 (ANOVA)

Table 4 Analysis of variance

요인	자유도	제곱합	평균제곱	F_0
회귀	35	3994.57	114.1305	20.01
잔차	53	302.25	5.7029	
블록	1	182.20	1.0051	
총	89	4479.02		

5. 해석결과 및 분석

그림 6, 7은 각각 6슬롯 모델의 고정자, 회전자설계에 대한 초기 모델과 최적 설계된 모델의 비교형상을, 그림 8은 고정자 & 회전자 설계에 대한 초기 모델과 최적 설계된 모델의 비교형상을 나타내고 있다. 그림 9에서 보여준 것처럼 고정자와 회전자 모두의 변수(X1, X2, X3, L1~L4)를 고려하여 최적 설계된 집중 권선 SynRM의 토크리플은 기존의 24슬롯 모델보다는 더 크지만 각각의 개별적인 고정자 설계모델(109.8%)과 회전자 설계모델(63.8%)의 것보다는 더 작은 토크리플을 얻었다.

자속 장벽 수가 5개이고 X1이 2.00[mm], X2가 14.00[mm], X3이 14.00[mm], L1이 3.564[mm], L2가 1.653[mm], L3이 2.253[mm], L4가 3.033[mm]일 때 그림 4와 표 3에서 보여준 것처럼 집중권선 SynRM의 토크리플은 최소가 된다(56.3%).

결과적으로, 고정자 및 회전자의 개별적인 설계모델의 토크리플보다 고정자 & 회전자 설계 모델의 토크리플(56.3%)은 24슬롯 모델(48.3%)에 상당히 근접하였다.

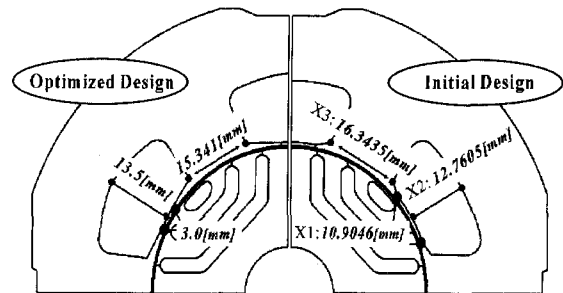


그림 6 고정자 설계에 대한 초기 모델과 최적 모델의 비교
 Fig. 6 Configurations of optimized and initial design model for stator design

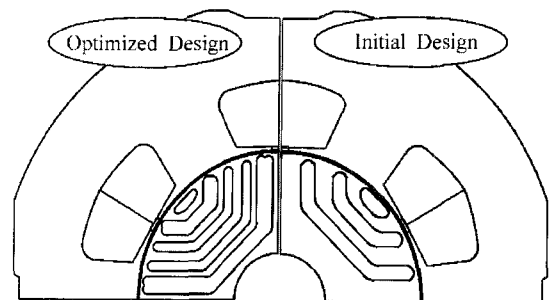


그림 7 회전자 설계에 대한 초기 모델과 최적 모델의 비교
 Fig. 7 Configurations of optimized and initial design model for rotor design

참 고 문 헌

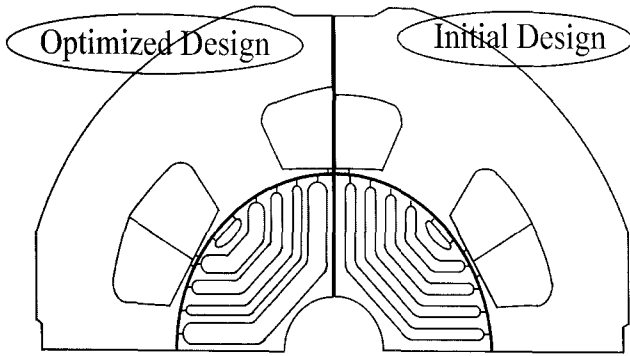


그림 8 고정자 & 회전자 설계에 대한 초기 모델과 최적 모델의 비교
 Fig. 8 Configurations of optimized and initial design model for stator & rotor design

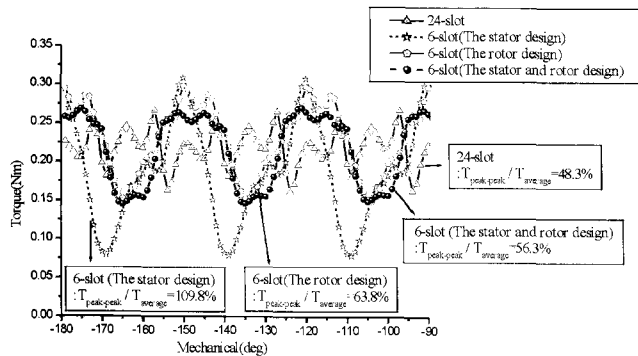


그림 9 토크리플의 해석 결과
 Fig. 9 Result of Torque analysis

6. 결 론

본 논문은 집중 권선 SynRM의 토크 리플을 감소시키기 위해 RSM을 이용한 최적 설계 방법을 제시하였다.

SynRM의 생산비 절감과 성능 향상을 위해 고정자 또는 회전자만의 개별적인 설계가 아닌 고정자와 회전자 모두의 설계변수를 기초로 토크리플을 저감하기 위한 최적설계를 수행하였다.

빠른 설계를 위해서 자동으로 형상변화에 따르는 CAD와 일을 작성하고 선처리 작업을 하는 프로그램을 설계 프로그램에 포함하여 설계시간을 단축하였다.

기존설계로부터 시작하여 최적의 설계값이 선택되었고, 이는 유사 모터 설계에 중요한 자료가 될 것이다. 또한, RSM은 SynRM과 다른 기기의 최적 설계를 위해 좋은 수단으로 고려되어질 수 있다.

[1] R. P. Tomas, *Statistical methods for Quality Improvement*. New York: Wiley, 2000.
 [2] J.T. Li, Z.J. Liu, M.A. Jabbar, X.K. Gao: Design optimization for cogging torque minimization using response surface methodology, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol 40, No 2, 2004, pp.1176-1179.
 [3] S. J. Park, S. J. Jeon, J. H. Lee, "Optimum design criteria for a synchronous reluctance motor with concentrated winding using response surface methodology", *Journal of Applied Physics(MMM)*, vol.99, issu 8, April. 2006.
 [4] J. M. Park, S. I. Kim, J. P. Hong, J. H. Lee, "Rotor design on Torque Ripple Reduction for a synchronous reluctance motor with concentrated winding using response surface methodology", *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 42, No. 10, pp.3479-3481. Oct. 2006.
 [5] Raymond H. Myers and Douglas C. Montgomery, *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Design Experiments*, JOHN WILEY & SONS, 1995.

저 자 소 개



최운철 (崔 潤 喆)

1982년 4월 15일생. 2007년 한밭대학교 전기공학과 졸업. 현재 동 대학원 전기공학과 석사과정
 Tel : 042-821-1626
 E-mail : dodocyc@hanmail.net



이중호 (李 重 浩)

1968년 8월 21일생. 1993년 한양대 공대 전기공학과 졸업. 1995년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1999년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박). 1999년 9월 ~2000년 2월 한양대학교 부설 산업과학연구소 선임 연구원. 2000년 3월 ~2월 도림충북 과학대학 전기과 전임강사. 2002년 3월 ~ 현재 국립한밭대학교 전기공학과 조교수
 Tel : 042-821-1098
 E-mail : limotor@hanbat.ac.kr
 Home page: www.motorlovelab.com